50

چەمکی بیرکاری

کە زۆر پێویستە بیانزانی

تۆنی کریلی

وەرگێڕانی لە ئینگلیزییەوە:

ئوسامە تحسین پیربال



50 چەمکی بیرکاری

که زۆر پێوسته بیانزانی

50 چەمکی بیرکاری

که زۆر پێوسته بیانزانی

تــۆنی کــریـڵی

وەرگێڕانی له ئینگلیزییەوه:

ئوسامه تحسین پیربـاڵ



ناوی کتێب: 50 چەمکی بیرکاری
که زۆر پێویسته بیانزانی
ناوی نووسەر: تۆنی کریلی
وەرگێڕانی: ئوسامە تەحسین پیربال
دیزاینی بەرگ: ناوەندی ڕێنوێن
دیزاینی تێکست: ناوەندی ڕێنوێن
نۆبەتی چاپ: یەکەم ۲۰۲۰
چاپ: ناوەندی ڕێنوێن
تیراژ: (۱۰۰۰) دانه
ژمارەی سپاردن: له بەڕێوەبەرایەتیی گشتیی کتێبخانه گشتییەکان
ژمارە (۱۹۷۰)ـی ساڵی (۲۰۲۰)ـی پێ دراوە.




ناوەندی ڕێنوێن


07701932749 - 07501269689


hakem1423@yahoo.com
renwen2009@yahoo.com


سلێمانی - بازاڕی ئاوباریک - نهۆمی یەکەم
بەرامبەر کاسۆمۆڵ - دوکانی ژمارە (٦٦)

بە﴿دایک و باوکم﴾ پێشکەشە کە هەرگیز ناتوانم چاکەیان بدەمەوە

"ڕەنج و باری هەمـــوو مامۆستایـــان بە تایبەت مامۆستایـــانی بیرکاری، دەبێت لە بەرامبەر پرســـیار و کێشـــەکان؛ قوتابییەکانی دەربخات، نەوەک پرســـیار و کێشـــەکانی نێو پەرتوکەکە بەرامبەر بە قوتابییەکانی!"

بیرکاریزانی هەنگاری: هۆلمۆش پال

سوپاس و پێزانین:

سوپاس بۆ هەردوو مامۆستای زۆر بەڕێز "شێرکۆ ڕەشید قادر" و "د. ڕێبین محمد" کە من لەوانەوە فێری نووسین و نووسینی بیرکاری بووم. هەمیشە هاندەرم بوونە ئەگەرچی تا هەنووکە کەسیانم ڕووبەڕوو نەبینیووە.

زۆر سوپاس بۆ پسپۆڕی بیرکاریی؛ مامۆستا (ئەحمەد کەریم) کە خوێندنەوەی بۆ پەرتوکەکە کرد و بە سەرنج و تێبینییەکانی پەرتوکەکەی پوختەتر کرد. ئەو ئەرکەی ئەو گرتییە کۆڵ، کارئاسانییەکی زۆری بۆ فەراهەم هێنام و لە خەوشی پەرتوکەکەشی کەمکردەوە.

زۆر سوپاس بۆ پسپۆڕی زمانی کوردیی؛ مامۆستا (ئەحمەد شێخان) کە ئەرکی هەڵەچنی پەرتوکەکەی گرتە ئەستۆ و بە دەستەیەک سەرنج، کۆمەڵێک خەوشی لە پەرتوکەکە ڕامالی.

سوپاس و ڕێز بۆ هەر کەسێک کە یارمەتیدەر و هاندەر بووە بۆ ئەم کارە.

پێرست

پێشەکی وەرگێڕ:

بە نـاوی خـودای بەخشـندە و میهرەبـان. درود و سـەلام بـۆ سـەر گـیانی پـاکی پێشـەوامان- محمـد (ﷺ)، نـوری دیـدە، هـێزی ڕۆح و چـرای ڕۆژی دواییمان.

لە بیـرمە کە قۆنـاغی یەکـی زانکـۆ بـووم، مامۆسـتا "هەردی نەبـی[1]" لەسـەر تەخـتەکە ڕووبەرێکـی بە تەباشـیرەکەی دەسـتی دیـاریکرد و بە لێـواری تەباشیرەکەشـی خـاڵێکی زۆر بچـوکی لە نێـو ڕووبەرەکە جێهێشـت، فەرمـووی: "ئەو خـاڵە ڕێـژەی ئەو بیرکـارییەیە کە ئـێمە دەیـزانین و ڕووبەرەکەی دەوریشـی، ئەو بیرکـارییەیە کە نـایزانین". ئـێمەش کەمـێ واق وڕمـاین، لـێ زۆری نەبـرد ڕاسـتی ئەو شـتەم بـۆ سـاغبوویەوە، بەتـایبەتیش کـاتێ دەسـتم بە خوێنـدنەوەی پەرتـوکە بیرکارییەکـان کـرد یـان کـاتی بە دوای بابەتێک دەگەڕام.

هەنـووکە کەیـف خۆشـم کە بە بەرهەمێکـی دیـکە وەک دووهەم بەرهەمـی بیرکـاری بە کـوردی، شـادتان دەکەمەوە. ئەگەرچـی دەمێـک بـوو ئەم پەرتـوکەم لابـوو، بەڵام دەرفەت نەبـوو دەسـتی بـدەمێ و بچـمە خزمەتـی. ئەم پەرتـوکە "50 چەمکـی بیرکـاری" یەکـێکە لە پەرتـوکە پڕفرۆشـەکانی بیرکـاری کە بـۆ چەنـدین زوبـانی جـودا پـاچڤەکراوە[2]. بابەتەکـانی نێـوی بەسـەرکردنەوەیە بـۆ 50 بـابەتی دێـرین و هـاوچەرخی بیرکـاری لە چەنـد ڕەهەنـدێکەوە. شـێوازی خسـتنە ڕووی بابەتەکـانیش، کەمـێ وردوقـوڵە. پتـر لە هەمـوو شـتێک کە لەم پەرتـوکە هەیە و زۆر بە

[1] مامۆسـتای "هەردی نەبـی" لە قۆنـاغی یەکەم و دووەمـی زانکـۆ، کـالکیلەس و کالکیلەسـی پێشـکەوتووی پێمـداوە. مامۆسـتایەکی نمـونەیی بـوو. سـەرەڕای ئەوەی زانسـتی لێـوە فێربـووم، لەڕووی هەڵسوکەوت و ڕەفتـارەوەش، زۆر شـتی لێـوە فێربـووم. هەوڵ و کۆششـی قوتابییەکـانی بەرز دەنرخانـد و زاری پـڕ لە وشـەی ماندەرانە بوو.

[2] پاچڤەکردن: وەرگێڕان

دڵـەوە نووسـاوە، لایەنە مێژووییەکەیەتـی "کارنـامە"ی بـابەت و چەمکەکـان، کە ئەمەش چێژێکی تایبەتی بە پەرتوکەکە بەخشییە.

زوبـانی نووسـینی ئەم پەرتـوکە، زوبـانێکە کە بـۆ خەڵکـی گشـتی نووسـراوە و تێگەیشـتن لێـی دژوار نیـیە و دوورە لە سـەختگری. نمـونە و وێـنەی ڕوونکردنەوەیـی بـۆ هەر چەمکـێ کە پێوسـت بێـت، نیگـارکراوە. بە شـێوەیەکی وردتـر، ئەم پەرتـوکە گەشـتێکە بە نێـو کـۆمەڵێ چەمکـی بیرکارییـانە، خـوێنەر ئاشـنا دەکـات بە بنەڕەتتـرین بیرۆکەکـان و چەمکەکـانی بیرکـاری، چـونکە دوای خوێنـدنەوەی، خـوێنەر وادار[1] دەبێـت کە هەنـدێک لەم چەمکـانە بەشـێکە لە زوبـانی ڕۆژانەمـان و ئەمەش دەبێـتە پێزانینێکـی گرینـگ بـۆ هەر یەکێکیـان. بابەتەکـانیش لە ئاسـتێکی سـەرەتاییەوە دەسـت پێدەکات و ئاستی باڵاتری بەدوادادێت.

سـەبارەت بە وەرگێڕانـی ئەم پەرتـوکە و وەرگێڕانـی زانسـتێکی پەتـی وەک بیرکـاری، ڕەنگبـێ شـتێ لە بـارەیەوە؛ پێوسـت بـێ تـا بـوترێ. خۆشـحاڵم کە وەرگێڕانـی یەکەمـین پەرتـوکی بیرکـاری "بیرکـاری لە چەنـد خولەکێـک" جێگـای دڵخۆشـی هەمـووان بـوو، بە گشـتی پێشـوازییەکی گەرمـی لـێ کـراو و لەسـەر دڵـی خـوێنەر نیشـت، کە ئەمەش وایکـرد دەسـت بە بەرهەمێکـی دیـکە بـکەم کە لە ئاسـت چـاوەڕوانی خـوێنەری هێـژا بێـت. ئەگەرچـی پەرتـوکی "بیرکـاری لە چەنـد خولەکێـک" وەک نـۆبەرە و یەکەم ئەزمـوون، تەواو بـێخەوش نەبـوو، کە ئەمەش سـەختی و دژواری کـارەکە نیشـان دەدات، چـونکێ نووسـین و وەرگیـڕان لە بیرکاریـدا، کـارێکی زۆر سـەختە و زۆر لایەن هەیە کە وەرگێـڕ یـان نووسـەر دەبـێ ئاگـاداری بێـت. سـەختی و دژواریـش لەم کـارەدا، بـریتییە لە تێگەیشـتنی وەرگێـڕ لە بـابەتەکە و ئـاوێتە بـوونی خـۆی لەگەڵیـدا و دۆزیـنەوەی واتـای گونجـاوی کـوردی بـۆ چەمکەکـان و داڕشـتنەوەی بابەتەکـان کە دوای بە کـوردیی کردنـی شـیاوی تێگەیشـتن بێـت. شـێوازی وەرگێڕانـی ئەم پەرتـوکە، وەرگێڕانێکـی ئـازادە بەڵام بە ئیلهـامەوە، چـونکە ڕێژەیەکـی زۆری

[1] واداربوون: تێگەیشتن لە کارێک یان شتێک.

تێگەیشتنم بۆ خوێنەر جێنەهێشتووە[1]! سا بۆیە هەوڵمداوە تەواو بۆن و بەرامی زوبانی شیرینی کوردی بەسەردا بڕێژم و خوێنەر تەواو هەست بە نووسینێکی خۆماڵی بکات وەک لە وەرگێڕدراوێک، هەر بۆیە لە پاڵ چەمکەکان بە زوبانی کوردیی، ئینگلیزییەکەم دانەناوەتەوە، لە بری ئەمە، لە کۆتایی پەرتوکەکە فەرهەنگۆکێکم داناوە و چەمکەکانم بە ئینگلیزی-کوردی تێخستییە. زوبانی کوردییەکەشی لە تەک بابەتەکان، تا توانیومە بە سادەیی خستوومەتە ڕوو و دوورکەوتوومەتەوە لە بەکارهێنانی وشە و دەربڕینە دژوارەکان، چونکی باوەڕدار نیمە لەوەی گەر کەسی لێت تێبگات، جادووی زانستیت یان وەرگێڕانت بەتاڵ بێتەوە!

سەبارەت بە دۆزینەوەی واتای گونجاوی کوردی لە بەرامبەر چەمکە بیرکارییەکان، هەوڵی زۆرم بۆیان داوە، لە خولەکێک و دووان ئەو واتایانەم بە مێشکدا نەهاتووە، بەتایبەت بۆ چەمکێک ئەگەر واتای گونجاویان لە نێو فەرهەنگە ئینگلیزی-کوردییەکان نەبووبێت. بۆ هەندێ چەمکیش هەبووە ڕۆژێک و دووان پێوەی خەریک بوومە و بە دیارییەوە بێداریم کێشاوە تا واتایەکی تەواو گونجاوی بۆ بدۆزمەوە.

هیواخوازم ئەم بەرهەمە و بەرهەمەکانی دیکەش، مەعریفەیەکی زانستی بۆ خوێنەر و زانستخوازی کورد فەراهەم بێنێت، خوێنەری کورد وا جۆش بدات کە زانست پتر بە کایەکی گرینگ و هۆکاری پێشکەوتن بگرێتە دەست. هیوادارم مامۆستایانی ئازیز، زێدەتر لە هەموو کەس سوود لەم پەرتوکە و هەر پەرتوکێکی دیکەی زانستی ببەن و نەوەیەکی پڕ زانست و مەعریفە بخەنە کۆمەڵگاوە. بۆ خوێندکارانیش، ئومێد دەکەم بەرهەمەکانمان ببێتە سەرچاوەیەکی باش و خاس بۆ نووسینی ڕاپۆرت، سیمیناری زانستی و نزکبوونەوەتان لە ڕووحی بابەتەکان. هەواڵم هەیە کە کەسی ئارەزوومەند بە بیرکاری، حەز بە خوێندنەوەی ئەم پەرتوکانە

---

[1] من نامەوێت خوێنەر تاقیبکەمەوە و ڕوونکردنەوە نەدەم، نا بە پێچەوانەوە. باوەڕم وایە لە بیرکاری و فیزیا، هیچ کاتێک ڕوونکردنەوەی زۆر زیادەڕۆیی نییە.

دەکات، ئەمە ئەو هیوایەیە کە هەمیشە خواستوومە، چونکە گرتنە دەستی پەرتوکێکی زانستی بێ هیچ زەبر و جەبرێ، کەم نییە و ئومێد بەخشە.

زۆر جار خاوەنی بەرهەمێک کە دەست بە خوێندنەوەی بەرهەمەکەی دەکات، دەڵێت: بریا ئەو شتەم ئاوا نەنووسیبا، یان ئەگەر ئەمەم لە شوێنی ئەوە دانابا، چاتر دەبوو. ئەمانەش هەمووی بەڵگەن لەسەر ئەوەی کە هزری مرۆڤ نەگۆڕ نییە و لە کەموکوڕیش بەدەر نییە. تەنیا زاتی خودایە کە بێخەوشە و پاکی و بێگەردی هەر بۆ ئەوە، هەر ئەویش یارمەتیدەر و سەرخەرە. خودا ئەم کارەمان قەبووڵ بفەرموێت و ببێتە توێشووی رۆژی لێپرسینەوەمان.

بۆ هەر سەرنج‌وتێبینییەک لە لایەن کەسانی پسپۆڕ، هەڵدەستین بە خزمەتێکی باشتر. سوپاس.

ئوسامە تحسین پیربال

هەولێر، خەرمانانی 2020

https://mathforkurd.wordpress.com
osamamathematics@gmail.com
fb/osama.mathematic

پێشەکی نووسەر:

بیرکاری زانستێکی زۆر سووتار[1] و فراوانە، ناگونجێ کەسێ هەبێ هەموو شتێکی لە بارەیەوە بزانێت، هەموو زانینی ئێمەش، دڵۆپێکە لە زەریایەک. ئەوەشی کە کەسێک لە قۆرنجی[2] دایە بیکات، بریتییە لە گەڕان، سووڕان و دۆزینەوەیەکی کەسی. ئەگەرە کراوەکانیش بۆ ئێمە لەو پانتاییە، ڕەنگبێ پێشینە بێت بۆ کاتەکانی دیکە و مەعریفە جیاوازەکان و بگرە بۆ بیرۆکە جیاجیاکانیش؛ کە بۆ چەندین سەدەیە بیرکاریزانەکانی لە خشتە بردییە. بیرکاری هەم تازەیە و هەمیش دێرینە، خەتوخاڵ و بنیادیشی لە بەربڵاوی ڕۆشنبیری و کاریگەری سیاسی شەقاوی ناوە. لە هیند و ناوچە عەرەبییەکان، ئەو ڕژێمە هاوچەرخەی ژمارەکان کە هەنووکە بەکاری دێنین، بنچوبناوانی لە لایەن ئەوانەوە داڕێژرا، بەڵام ئەمە تەنیا هەر یەکێ لەو چنگکەوتنە مێژووییانەیە کە وەک نموونەیەک هێنرایە بەرباس.

ڕژێمی بنچینەی 60ی بابلییەکان، پێش دوو یان سێ هەزار ساڵ بەر لە زاین، تا ئەمڕۆکەش لە ناومان ڕەنگدانەوەی هەیە- لە یەک خولەک 60 چرکە، لە یەک کاژێر 60 خولەک. گۆشەی ڕاست تا هەنووکەش هەر 90 پلەیە و 100 نییە. شۆڕشێکی فەرەنسی لە یەکەم هەنگاودا، گۆڕین لە ڕژێمی 60ی بۆ ڕژێمی 10یی هەنگاوی نا. لە سەردەمی نوێدا، ئەو سەرکەوتنە تەکنەلۆژییایەی کە سەردەمەکەی تەنیوەتەوە، پشتی بە بیرکاری بەستووە و پێگەی قایم کراوە.

ئاشکرایە کە ئێمە هەر لە قوتابخانە ئاشنای بیرکاری دەبین، کەم تا زۆر تێدا باش بووبین یان نا، شانازی پێوە دەکەین. ئەگەرچی ئەو بیرکارییەی لە قوتابخانە دەیخوێنین، شتێکی ترە و جیاوازە. هەندێ جارانیش دەبینین کە گوشار لە خوێندنی قوتابخانەکان هەیە، کە ئەمەش

---

[1] سووتار: قووڵ

[2] لە توانادایە

بە هیچ لۆژیکێک یارمەتیدەر نییە، چونکە بۆ بابەتێکی وەک بیرکاری، ئەم گوشار و پەلەپەلییە، هیچ باشییەکی تێدا نییە. بیرکاری گەلێ جاران کاتی گەرەکە بۆ تێگەیشتن، ئەمە نەک هەر بۆ خەڵکی ئاسایی، بگرە بۆ بیرکاریزانەکانیش کە هەندێ جار تێگەیشتنیان بۆ بابەتێک، زۆر بە ئازار، سەخت و لەسەرخۆ بووە یان بۆ بیرۆکەیەکی قووڵ لە بابەتەکانییاندا، زەحمەتی زۆریان کێشاوە. لە خوێندنەوەی ئەم پەرتووکە، هیچ پەلەپەلییەک نییە. دەشکرێت لە کاتی پشوو و خوێندنەوەیدا، نقوم بیت. کاتی خۆت وەربگرە و بیربکەوە کە کامە چەمک ڕەنگبێ گوێت لێ بووبێت و لە ژیانی ڕاستیدا مانایەکی بۆت هەبووبێت. دەستپێکی پەرتووکەکە لەگەڵ سفر یان هەر چیەکی دیکە بێت، ئەگەر تۆ ئارەزووی بکەیت، ئەوا دەتوانێت بچیتە گەشتێک لە پانتایی دەڤەرەکانی بیرکاری و دورگەکانی چەمک و بیرۆکە بیرکارییەکان بەسەربکەیتەوە. بۆ نموونە، ئەتوانی بە زانیاری و زانین خۆت بە تیۆری ڕیزکراوەکان بەهرەمەند بکەی، پاشان خوێندنەوەی چوارگۆشە ئەفسوناوییەکان. بە هەمان چەشن، ئەتوانی بپەڕیتەوە؛ لە لاکێشە زێڕینەکان بۆ یەکێ لە بیردۆزە مەشوورەکانی بیرکاری بە نێوی "دوایین بیردۆزی فیرمات" یانیش هەر ئاراستەیەکی دیکە کە گەرەکتە، ئەمەش کاتێکی چێژبەخشە بۆ بیرکاری.

هەندێ لە کێشە و پرسە چارەسەر نەکراوە ناودارەکانی بیرکاری، بەم دواییانە یەکلاکرانەوە. پێشکەوتنی کۆمپیوتەری هاوچەرخیش لە هەندێ پرس بۆ ئەم مەبەستە، یارمەتیدەر بووە، لێ بەرامبەر هەندێکیشیان بە پێچەوانەوە. پرسی چوار ڕەنگەکە یەکێ بوو لەو پرسانەی بە بازگووری[1] کۆمپیوتەر شیکار کرا، بەڵام پرسێکی وەک "گریمانەی ڕیمان"، تا هەنووکە بە هاوکاری و بێ هاوکاری کۆمپیوتەر و هەرچی ڕاگەی[2] ترە، بە شیکارنەکراوی ماوەتەوە و دەرەتانی[3] شک نابەین بۆی. بیرکاری بۆ

---

[1] بازگووری: یارمەتی؛ هاوکاری.

[2] ڕاگە: ڕێگا

[3] دەرەتان: ڕێگای ڕزگاری. ڕێگایەک کە لە کێشە و نەهامەتی ڕزگارمان دەکات.

هەمـــووانە. ناوبـــانگی یـــاری ژمارەکـــان "ســـۆدوکۆ"[1] بەڵـــگەیە بـــۆ ئەوەی کە هەمـی خەڵکـی ئەتـوانن چـالاکیی بیرکـاری بەجـێ بگەیەنـن (بەبـێ ئەوەی تێـدا کـارامە بـن) و چێـژی لـێ ببەن. لە بیرکاریـدا، هەر وەک هـونەر یـان مۆسـیقا، چەلـــێ بلیمەتـــی و فزوڵـــی هەنە، بەلام هەمـــوو باســـەکە ئەمە نیـــیە. لە خوێنـــدنەوەی ئەم پەرتـــوکە، چەنـــدین ســـەروبابەت دەبینیـــت کە دەبێـــتە دەروازەیەک بـــۆ دەســـتپێکی بـــابەتەکە و کۆتـــایی هاتنیشـــی، تەنیـــا سەرەتایەکی ترە بۆ ئەوانی دیکە.

بیرکـــاریزانی درەوشـــاوە "لیۆنـــارد ئـــۆیلەر" بەر لە ســـێ ســـەدە، کـــۆمەڵە کـــارێکی کـــرد کە ئێســـتاش وا لە2007 دووبـــارە دەبـــنەوە و شـــیاوی باســـکردنە، بەجۆرێـــک لە زۆربەی بـــابەتە بیرکارییەکـــان دەســـت و پەنـــجەی دیـــارە و ئامـــاژەی پـــێ دەکرێـــت. هـــۆی پێشـــکەوتن و چـــوونە پێشـــی بیرکـــاری بە بـــێ وەســـتان، بـــریتییە لە "زۆرێتـــی" ئەو تـــوێژنەوە و دۆزیـــنەوانە کە بە درێژایـــی ســـەدەکان دێـــنە ســـەریەکتر و پانتـــاییەکە فراوانتـــر دەکەن. هەڵـــوەژارتنی 50 بـــابەت ئەگەرچـــی واژنینێکـــی کەســـییە، لـــێ تەقەلامـــداوە کە هاوســـەنگییەکە لە نێـــوان خـــۆم و خـــوێنەری ئـــازیزدا بپـــارێزم. لە ناویانـــدا، هەنـــدێکیان بـــابەتگەڵێکی رۆژانەن (ســـادەن) و هەندێکیشـــیان بـــابەتی ئاســـت بەرز و پێشـــکەوتوون، بـــابەتگەلێکی بیرکـــاری پەتـــی و پراکتیکـــی، دەرهەســـت و بەرجەســـتە، کـــۆن و تـــازە. هـــزری بیرکـــاری؛ یەک بـــابەتی یەککگرتـــووە و ســـەختی و چەرمەسەریشـــی لە نووســـیندا بە بژاردەکردنـــی بابەتەکـــان نیـــیە، لە هەمـــوو کاتێکـــدا نووســـینی بیرکـــاری ســـەختە، مەگەر چەلێکـــی کەمـــی نەبـــێ. لە هەمـــبەر نیـــازی ئەم پەرتـــوکە، 500 چەمـــک لە مەیـــدانەکە بـــوون، بەلام 50 چەمک بۆ دەستپێکێکی باش بۆ پسپۆرییە بیرکارییەکان، بەسە.

تـۆنی کـریـلی
2007

---

[1] یارییەکی لۆژیکییە لە خشتەیەک و ژمارەکانی 1 تا 9 پێکدێت.

01 سفر

کاتێ کە بە منداڵی دەهێنە بەر خوێندندنی سەرەتایی یان باخچەی منداڵان، هەر بەزوویی فێری ژمارەکان دەبین و ئاشنایەتی لەگەڵ دەڤەری ژمارەکان پەیدا دەکەین. لەم کاتەشدا، یەکەم شت کە فێردەکرێین، ئەوەیە کە ژمارە یەک؛ سەرقافڵەی ئەلفوبێی ژمارەکانە و ژمارەکان لە 'یەک'ەوە دەست پێدەکات و ئەوانی دیکەشی بەدوادادێت: ...,1, 2, 3, 4. ئەو ژماردنەش کە فێری دەبین، بۆ شتە راستییەکانی دەوروبەرمان بەکاری دێنین و شتە راستییە بەرجەستەکانی پێ دەژمێرین، وەک: سێوەکان، پرتەقاڵەکان، مۆزەکان، هەرمێیەکان، ....، هتد، پاشان بەم شێوەیە گوزارشت دەکەین: دوو مۆز، سێ هەنار،...، هتد. دوابەدوای ئەمانەش، فێردەبین کە ژمارەی سێوەکانی ناو سەبەتەیەک بژمێرین لەکاتێکدا هیچ سێوێکی تێدا نییە! ئا لێرەوە ئێمە ئاشنایەتی لەگەڵ چەمکی 'سفر' پەیدا دەکەین.

چەمکی سفر، ئەگەرچی مێژووەکی کۆنی هەیە، بەڵام تەنانەت یۆنانییە کۆنەکانیش ئەوانەی رۆڵی بالایان هەبووە لە پێشخستنی زانست و بیرکاری، رۆمانییەکان، کە شارەزا و جوامێر بوون لە ئەندازیاری، زۆر بێ کارامە و دەست کورت بوون بۆ گوزارشتکردن و مامەڵەکردن لەتەک ژمارەی سێوەکانی ناو سەبەتەیەکی بەتاڵ؛ کە هیچ سێوێکی تێدا نییە. بۆ ئەم مەبەستەش، هەردوو لا لە بەخشین و پێدانی ناوێک بە چەمکی 'هیچ'، هەرەسیان هێنا. ئەمەش لە کاتێکدا کە رۆمانییەکان رژێمێکی تایبەت بەخۆیان هەبوو، کە پێتە رۆمانییەکانییان I, V, X, L, C, D &M بەکاردەبرت بۆ دەربڕینی ژمارەکان و بەرێکردنی کاروباری رۆژانەیان، لەگەڵ ئەوەشدا، هیچ هێمایەک یان پیتێکیان بۆ چەمکی 'سفر' دانەنابوو و تێدا گیریان خواردبوو. لە بەر ئەمەش، ئەوان 'هیچ'یان وەک ژمارەیەک نەژمارد و لە قەڵەم نەدا. کەوایە لە دایکبوونی سفر، دوای هەموو ئەو 9

ژمـــارە بنەڕەتیـــیە دێـــت؛ کە لە خوێنـــدنی بنەڕەتـــی فێـــری دەبـــین. هـــونەری هـــاوڕێکرتنیش لەگەڵ ســـفر، هەروا ســـادە و ئاســـان نەبـــووە، بەڵکـــو ئەوەی هەنـــووکە دەیـــزانین، پرپەتـــی لە بـــوێری، چەرمەســـەری، هیلاکـــی و ناڵانـــدن کە تا بەتەواوی پێگەیشت و خۆی گرت.

'سفر' چۆن پەسەندکرا؟

بەکـــاربردنی ئەم شـــتە ســـەیر و پـــڕ لە پەنهـــانییە، دەریـــدەخات کە چەمکـــی 'هیچێتـــی' هەزاران ســـاڵ بەر لە ئێســـتا ســـەرچاوەی گرتـــووە و بەم شـــێوەیە دەرکەوتـــووە. 'شارســـتانییەتی 'مـــایە' کە دەکـــاتە مەکســـیکی ئێســـتا، ســـفریان بەشـــــێوە و تەشـــــەی هەمەچەشـــــن بەکارهێنـــــاوە. مـــــاوەیەک دوای ئەوان، فەلەکنـــــاس و بلـــــیمەت 'پەتلیمـــــۆس'[1] کە لە ژێـــــر کـــــاریگەری کارەکـــــانی شارســـــتانییەتی بابلییەکـــان بـــوو، هـــاتە ســـەر تەخـــت و زۆر بە جـــوامێرانە هێمـــای بـــۆ ســـفر ســـەرئاو خســـت، هێمـــای 'هـــیچ'یش کە شـــێوەکەی نزیـــک بـــوو لەوەی کە ئێســـــتا هەیە، لە ڕژێمـــــی ژمارەکانیـــــدا بـــــۆ دەربـــــڕین لە 'هـــــیچ'، بەکـــاری هێنـــا. ئەو شـــتەی کە بـــوێری بە پەتلیمـــۆس و ئەوانـــی تریشـــدا کە بیـــر لە شـــتێکی وا بـــکەنەوە بـــۆ 'هـــیچ'، ئەوە بـــوو کە نەدەتـــوانرا جیـــاوازی لە نێـــوان 75 و705 دا بکرێـــت، چـــونکە پـــێش ئەو داهێنـــانە، شـــوێنی ســـفر بە بۆشـــایی بەجێدەهێڵـــــــدرا، وەک لەو نمـــــــونەی ســـــــەرەوە دەردەکەوێـــــــت، کە ئەمەش تووشـــــی سەرلێشـــــێواوی و پەرێشـــــانییانی دەکـــــرد، ئەمەش دەشـــــێ بەراورد کرابێـــت بە 'بـــۆر' کە لە زمانـــدا ناســـێندرابوو، چـــونکە هەر دوو شـــێوەی 'ســـفر' و 'بـــۆر' هاوکـــارن لە خوێنـــدنەوەی ژمـــارەیەک یـــان ڕســـتەیەک بە شـــێوەیەکی ڕاســـت و دروســـت لە ڕووی واتـــاییەوە، تەنیـــا ئەوە نەبێـــت کە بـــــۆر؛ بەکارهێنـــــانی لە چەنـــــد ڕێســـــایەک ســـــنوردارکراوە و بەکارهێنـــــانی هەرئـــاوا لە خـــۆڕا و لە گـــۆترە نیـــیە. لەبەر ئەم هـــۆیە، پێوســـت دەکـــات کە بەکارهێنـــانی ســـفریش بەهەمـــان چەشـــن وا ئـــازادانە نەبێـــت و دەبێـــت بەکارهێنـــانی خشـــتە ڕێســـایەک لە خۆبگرێـــت. لێـــرەوە چەمکـــی 'ســـفر' لەدایـــک

---

[1] *Claudius Ptolmy*

بوو و خراپە بەر دیدی بیرمەندان بۆ لێکۆڵینەوە و دیارخستن و دەرکێشانی تایبەتمەندییەکانی. دواتر دەبینین کە ئەم ژمارەیە چۆن خەتو خاڵی بیردۆزگەلێکی زۆر مەزن و دانسقە دادەڕێژێت و سوودگەلێکی بێ شوماری لە ئاسانکردنی کاروباری ژیانی ئادەمییەکاندا، لێ وەردەگیرێت.

لە سەدەی حەوتەمدا، بیرکاریزانی هیندی "براهماگوپتا" باسێکی گرینگی خستەڕوو، ئەویش "سفر" وەک "ژمارە" نەوەک تەنیا بەکارهێنانی وەک "خانەیجیاکەرەوە"، هەروەها لە مەڕ بەکارهێنانی، خشتەیەک ڕێسای ڕۆنا. ئەم خشتە ڕێسایەش ئەمانەی لە هەناو گرتبوو: "سەرجەمی ژمارەیەکی ئەرێنی و سفر، ئەرێنییە"، هەروەها "سەرجەمی سفر و سفر، هەر دەکاتە سفر". بیرکردنەوە و تێڕامان لە سفر وەک ژمارە و بایەخپێدان و سەیرکردنی زیاتر وەک لە خانەیجیاکەرەوە، مانایەکی قوڵتری بە سفر بەخشی و مەنزڵی لە ڕژێمی ژمارەکاندا بەرزتر کرد. "براهماگوپتا" بەهۆی ئەم بیرۆکەیەوە، لە پێش زۆرێک لە بیرمەندانی چەرخی خۆی بوو. بەم شێوەیە ڕژێمی هیندۆ-عەرەبی، سفری لەخۆگرت و بە شێوەیەکی تەواو؛ تۆکمە و قایمتر بوو. دواتر ئەم ڕژێمی ژمارەیە لە لایەن کەسێک بە ناوی "فیبۆناچیی" لە شارستانییەتی ئیسلامی بۆ ئەورووپا گوێزرایەوە. بە گوێزانەوەی ئەم ڕژێمە دانسقەیە، ئیتر ڕژێمی ژمارەی ڕۆمانی کۆتایی هات و مۆمی تەمەنی کوژایەوە و ڕژێمی هیندۆ-عەرەبی بووە ڕژێمیکی باڵا دەست لە گشت ناوچەکە. لە ڕاستیدا "فیبۆناچیی" بیرکاریزانێکی ئیتاڵی بوو، بەهۆی بازرگانییەوە سەردانی شارستانییەتی ئیسلامیی دەکرد، هەر بۆیە لە ساڵی 1202دا پەرتوکێکی بە ناوی "پەرتوکی ژمێریاری" بڵاوکردەوە کە ئەم ڕژێمی هیندۆ-عەرەبی لەخۆگرتبوو. لەمە بەدواوە، ژمارەکانی هیندۆ-عەرەبی 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 و لەگەڵ 0 بووە ڕژێمێکی ژمارەیی ڕەگ داکوتراو تا ئێستاش. بازرگانەکانی ئەورووپا، هەر بەوەندە نەوەستان، لەگەڵ ئەوەی فێری عەرەبییەکی زۆر چاک ببوون، زانستی تریشیان لە

شارستانییەتی عەرەبی گواستەوە بۆ نەتەوەکەیان، چونکە لەم سەردەمە ولاتێکی وەک عێراق، پایتەختی زانست و بیرکاری[1] و ئەستێرەناسی بوو.

یاریکردن بە 'سفر' لە ڕژێمی ژمارەکاندا، دووچاری گرفتێک هاتەوە، ئەگەرچی 'براهماگوپتا' بە پوختی سەرنجی خستە سەر ئەم کێشەیە، بەلام وادەردەکەوت کە ڕواڵەتێکی تەم و مژاوی هەبێت. ئایا چۆن دەکرێت کە 'سفر' ببێتە یەکخستنی ڕژێمێکی ژمارەیی بە شێوەیەکی لە ڕادەبەدەر توندوتۆڵ؟ کە هەندێکیان زۆر ڕاست و ڕێکخستنێکی بێگومان و تەواوە، بەلام لە هەندێ باردا بەم شێوەیە نییە. ئەمەش لەبەر ئەوەیە کاتێ 0 لەگەڵ کردارەکانی 'جاراندن و کۆکردن' دێت، ئەوا پڕاوپڕە لە جوانپۆشی و هەموو شتێک لەم قەوارەیە جوان دەردەکەوێت، بەلام لەگەڵ کردارەکانی 'لێدەرکردن و دابەشکردن'، بەم شێوەیە شێکپۆش دەرناکەوێت و بە ئاسانی لەگەڵ ئەمانە یەکناخرێت و تا ڕادەیەکیش ناتەبان. ئەم سەرنج خستنەسەر ناوەڕۆکەش، بۆ دڵنیایی پێوست بوو کە 0 بێ گرفتە و تەبایە لەگەڵ هەموو زانستی ژمارەیی، بەڵکو ئەوە شێوازی یاریکردنە بەو ژمارەیە کە باری جیاواز دەخاتەوە.

ئایا 'سفر' چۆن کاردەکات؟

کۆکردنەوە و جارانکردن لەگەڵ سفر، بێ کێشە و گرفتە لە هەرکاتێکدا. بەلام لێرە دەکرێت مانایەکی تر بدەین بە 'زیاد'کردنی سفر، ئەویش مەبەست ئەوەیە سفر وەک 'ڕەنووس' زیاد بکەین، بۆ نموونە، 10 ئەگەر 0 بۆ زیاد بکەین، دەبێت بە 100، کە ئەمەش شتێکە واتایەکی جیاوازی هەیە لەگەڵ 'زیاد'کردن یان 'خستنەسەر' بە واتا باوەکەی. ئێمە زۆر

---

[1] یەکێکی تر لەو زانستانەی بردیانەوە بۆ ئەورووپا، جەبر (الجبر) بوو. لە میانەی گواستنەوەیان و وەرگێڕانیان بۆ سەر زمانی ڕەسەنی خۆیان، ئەوا 'ال' وەک خۆی مایەوە و بە ئینگلیزی بوو بە '*Algebra*'. جەبریش لە دۆزینەوەکانی بیرکاریزان 'خەواریزمی'یە. بەجۆرێک هیچ پەرتوکێکی جەبر نییە باس لەم پیاوە نەکات، هەرکات کە ناوی 'خەوارزمی' دێت، ڕاستەوخۆ بیرمان بۆ جەبر دەچێت.

لامـــان ڕوونە کە هەر ژمـــارەیەک 0ی بخەیـــنە ســـەر، ئەوا لە ئەنجامـــدا هەر وەک خـــۆی دەمێنێـــتەوە و گۆڕانکـــاری بەســـەردا نـــایەت. لێکـــدانی هەر ژمـــارەیەکیش لەگەڵ 0، ئەوا هەمیشـــە ئەنجـــامەکە دەکـــاتە ســـفر، کە ئەمەش لە ڕاستیدا هێـزێکە لە ژمـاره سـفردا هەیە و لە هـیچ ژمـارەیەکی تـردا نیـیە. ئەگەر نمـــونەیەک وەرگـــرین: $0 = 0 \times 8$ و $3 = 0 + 3$. بـــۆ کـــرداری لێـدەکردنیش، گـرفتەکە هێنـدە چەتـون نیـیە، گـرفتەکە ئەوەیە ئەگەر تووشـی شـتێکی لەم چەشـنە ببیـنەوە: $-7 = 7 - 0$ ژمـارەی نەرێنـی بەرهەمـدێنێت کە دەکـــاتە دژە کـــۆکردنەوەی ژمـــارەکە، واتە 7. لەم بارەشـــدا هـــیچ چەرمەســـەریەک نیـــیە: $7 = 0 - 7$، بەڵام ڕووبەڕووبـوونەوەی ســفر لەگەڵ کــرداری دابەشــکردن، توشـی هیلاکـی و ســەختیمان دەکـات و نـاکۆکی و شــتی ســەیری دێنێــتە ئــاراوە. بــا وا بێنیــنە دیــدمان کە دەمــانەوێ چەنــد کـــۆمەڵەیەکی 7 کەســـی دروســـت بکەیـــن. ئەگەر 28 کەس بەشـــداری کۆمەڵەکـان بـکەن و بمـانەوێ بـزانین کە ئەو 28 کەسـە چەنـد کـۆمەڵەی 7 کەســـی لـــێ دروســـت دەبێـــت، ئەوا دێـــین 7 کەس7 کەس دەژمێـــرین و کۆمەڵەکـان دروسـت دەکەیـن، بە زمـانی بیرکـاری: $4 = 7 \div 28$. یـان بە دەربڕینێکی تری دابەشکاری بیرکارییانە، دەتوانین وا بنووسین:

$$\frac{28}{7} = 4$$

دواتـــر بە لێکـــدانی دوولا و دوونێـــوان، ئەم دەربـــڕینەی ســـەرەوە کە کـرداری دابەش لە خۆدەگرێـت، دەگۆڕێـت و دەبێـتە دەربڕینێکـی بیرکارییـانە کە کـــرداری لێکـدان لەخۆدەگرێـت، ئەمەش لە کاتێکـدا کە هەردووکیـان لە ڕووی بیرکـارییەوە هاوتـای یەکتـرن، تەنیـا لە ڕووی ڕووکـار لێکجـودان، مەبەست ئەوەیە:

$$\frac{28}{7} = 4 \Rightarrow 28 = 7 \times 4$$

ئێسـتا گەر بیـرۆکەکە بەسـەر سـفر جێبەجێـبکەین بکەیـن لە بـاری: سـفر دابەشـی ژمـارە 7، بـا جـاری هـیچ نەڵێـین و وادابنێـین کە ئەنجـام دەکـاتە a پاشان دوولا و دوونێوان جێبەجێبکەین، دەبینین کە:

$$\frac{0}{7} = a \rightarrow 0 = 7 \times a \Leftarrow ?$$

لێرە دەبێت بەهای a چەند بێت بۆ ئەوەی ئەنجام بکاتە سفر؟ دیارە دەبێت $a = 0$ چونکە تەنیا ژمارەیە کە پاسەدانی هاوکێشەکە دەکات.

هەتا ئێستا شتەکان بە ئاسایی تێدەپەڕن، بەڵام خاڵە ترسناک و تۆقێنەرەکە ئەوەیە کە شتێک بەسەر "سفر" دابەش بکەین.

ئەگەر بەهەمان چەشنی پێشوو بمانەوێ ئەنجامی $\frac{7}{0} = b$ بزانین، بە هەمان شێوە ئەگەر دوولا و دوونێوان ئەنجامبدەین، دەبینین کە $0 \times b = 7$ ئەمەش لە ڕاستیدا شتێکی ئێجگار سەیر و نامۆیە، چۆن دەکرێت 0 لێکدانی ژمارەیەک ئەنجامەکەی بکاتە7 ؟! چونکە لەمەوپێش وتمان سفر لێکدانی هەر ژمارەیەک ئەنجامەکەی دەکاتە سفر. لەمەوەش دەگەینە دەرئەنجامێک، ئەویش: دابەشکردنی ژمارەیەک بەسەر سفر "پێناسە نەکراوە".

لەسەدەی دوازدەهەمدا، بیرکاریزانێکی هیندی بە نێوی "فاسکارا" شوێن پێی "براهماگوپتا" کەوت و وتی: دابەشکردن بەسەر 0 دەکرێت ئەنجامێکی هەبێت، ئەویش ئەوە بوو وتی: دابەشکردن بەسەر 0، دەکاتە "ناکۆتا". بۆ ئەمەش، بەڵگە و هۆکاری هەبوو کە بۆچی دەکاتە ئەم شتە. بیرۆکەکەش ئەمە بوو: دابەشکردنی ژمارەیەک بەسەر ژمارەیەکی ئێجگار بچووک، ئەوا ئەنجامەکەی ئێجگار گەورەیە. بۆ نموونە، دابەشکردنی 7 بەسەر $\frac{1}{10}$ ئەوا ئەنجامەکەی دەکاتە 70، یان بەسەر $\frac{1}{100}$، ئەوا ئەنجامەکەی دەکاتە 700. ئەمەش واتای ئەوەیە هەتا ژێرەی کەرتەکە بچووکتر بێت، ئەوا ئەنجامەکەش زۆر گەورەتر دەبێت. لەو بچووکانەش 0 بچووکترینە، کەواتە دابەشکردن بەسەر 0 دەبێت بکاتە "ناکۆتا". بە لەخۆگرتنی ئەم شێوەیەی بەڵگەهێنانەوە بۆ گرفتەکە، ئێمە دەخاتە ناو بارودۆخێکی زۆر سەیر و سەمەرە و تووشی ڕووبەڕووبوونەوەمان دەکات لەگەڵ چەمکێک بە نێوی "ناکۆتا". ڕووبەڕووبوونەوە لەگەڵ "ناکۆتا" ئاسان نییە، چونکە "ناکۆتا" گوێڕایەڵی ڕێسا سادە و ساناکانی زانستی ژمارە ناکات و لێیان لادەدات، تەنانەت ناکۆتا (کە بە ∞ هێما

دەکرێ) لە ژێری هاوبەش بە ژمارە دانەندراوە. بۆیە ڕووبەڕووبوونەوە لەگەڵ چەمکی ناکۆتا، مەترسیدارە.

ئەگەر $\frac{7}{0}$ کێشە و گرفتێک بێت لەبەردەمان، ئەی چی دەربارەی پرسێکی زۆر سەیرتر؛ ئەویش $\frac{0}{0}$؟ بەهەمان زارشتی پێشوو، ئەگەر $\frac{0}{0} = c$ بە دوولا و دوونێوان، دەگەینە ئەم هاوکێشەیە: $0 \times c = 0$، لەم بارەدا شتەکە زۆر نامۆتر دەبێت، چونکە بە زمانی حاڵ دەڵێت: ئەو ژمارەیە کامەیە جارانی 0 بکەین ئەنجامەکەی دەکاتە سفر؟[1] یەکێک دەڵێت 3، یەکێکی تر دەڵێت 7، واتا هەر ژمارەیەک بڵێین؛ تەواوە، چونکە گەر هاوکێشەکە سادە بکەینەوە، دەگەینە: $0 = 0$، هەرچەندە ئەمە پێشاندانێکی تایبەت و خاس نییە، بەڵام شتێکی نائاقڵانەش نییە. لەو ئەنجامەی سەرەوەش دەگەینە ئەوەی کە؛ $\frac{0}{0}$ دەکرێت بکاتە هەر شتێک! ئەمەش لە فەرهەنگ و ئەدەبی بیرکاریدا، پێی دەوترێت "بارینادیار". بە شێوەیەکی گشتی، کاتێ سەرنج دەخەینە سەر دابەشکردنێک بەسەر 0، بە دەرئەنجامێک دەگەین، ئەویش ئەوەیە کە واباشترە خۆمان لەو بارانە لابدەین تا تووشی هەڵە نەبین. زانستی ژمارەش تەواو خۆشتر و سەقامگیرترە ئەگەر بەدوور لەم بارە سەیرانەی سەرەوە؛ چالاکی و جوڵانەوەمان لەگەڵ ژمارەکان و کردارەکان هەبێت.

---

[1] پێرار کە مامۆستا قۆناغی سەرەتایی بووم، وانەی بیرکاریم بە پۆلی 3 و 4ی سەرەتایی دەوتەوە. لە یەکێک لە تاقیکردنەوەکانی ڕۆژانە لە هەمبەر خشتەی لێکدان، ئەم پرسیارەم بۆیان نووسی: $0 \times \square = 7$. لە ئەنجامدا $\frac{1}{2}$ قوتابییەکان توانییان وەلامی بدەنەوە. هەندێکیان دەیانزانی ئەمە سەیرە، بەڵام نەیاندەزانی چ بنووسن، بۆیە پرسیاریان دەکرد و داوای یارمەتییان دەکرد. هەندێکیش، نیشانەی "؟" نووسی بوو. لەڕاستیدا من لەگەڵ ئەواندا فێردەبووم!

سفر بۆچی بەکاردێت؟

لەڕاستیدا بەبێ سفر هیچ شتێک بەم شێوەی ئێستا نەدەڕۆیشت بەڕێوە. چالاکیە زانستییەکان و جوموجۆڵی زۆربەی کایەکانی زانست بەگشتی، پشت بەم ژمارەیە دەبەستن. ئەمەش لە کاتێکدا کە تەکنەلۆژیا بۆتە بەشێکی سەرەکی و پانتاییەکی فراوانی لەم زەمینەدا لە ڕاپەڕاندنی کار و بارەکانی ژیانی ئادەمییەکاندا، داگیرکردووە. بواری ئاسایش و هەژمارییە وردەکانی بۆرسە و بانکییەکان، هەمی ئەوانە سفر بەکاردێنن. بەدڵنیاییی زۆرجار گوێی خۆمان ڕاخستییە و بیستوومانە کە: پلە سفرە، پلەی گەرمی سفرە، وزە سفرە، کێشکردن سفرە، ... هتد. ئەمەش بەجۆرێک کارتێکەر بووە، ئەستەمە پێشکەوتنی زانستی بەبێ سفر ڕووبدات. ئەمە نەک هەر لە دەڤەری زانست، بگرە لە زمان و ئەدەب و سیاسەتی هاوچەرخیش گەلێ جار گوێ بیستی: کاتژمێری سفری و لێخۆشبوونی سفری دەبین. واتە لە هەموو کایەکان سفر دێتە مەیدانەکە و چالاکییەک لە قەوارەیەکدا بەجێدەگەیەنێت. دەشکرێت بە بیرکردنەوەی لێی، شتی گەورەتر و مەزنتر بێتە ئاراوە. لە بەشی هەرە زۆری باڵەخانەکان، ئەرزەکانیان لە ژمارە یەکەوە ناو لێنراون: ئەرزی ژمارە یەک، ئەرزی ژمارە دوو،...، بەم شێوە، بەڵام لەم بارەدا شتێک نییە بە ناوی: ئەرزی ژمارە سفر؟! ئەمەش ڕەنگە لەبەر ئەوە بێت کە کاتێ ناوی ئەرزی ژمارە سفر دێنی، لەوەیە خورپەیەک لە دڵتدا دروست بێت. بیرکاری بەبێ بوونی سفر لە کاردەکەوێت و جام دەبێت، چونکە سفر لە ناوەڕۆک و کرۆکی چەمکە بیرکارییەکاندا هەیە و بیردۆزگەلێکی نایاب سەرهەڵ دەخات، وەک: ڕژێمی ژمارەکان، جەبر، ئەندازە، تیۆری ئەگەر و زۆر بابەتی دیکە. لەسەر هێڵی ژمارەکان، سفر ژمارەیەکە کە ژمارە ئەرێنییەکان و نەرێنییەکان لێکجودا دەکاتەوە. لە ڕژێمی دەیی، سفر خانەیەکە کە دەتوانێت ژمارەی زۆر گەورە و ژمارەی زۆر بچوک لێکجودا بکاتەوە و ڕێگەمان دەدات بەهەمان چەشن ژمارەی بچوک و گەورەی لێ

بەکاربەرین. بەدڵنیاییی دوای سەدان ساڵ، سفر بەتەواوی قەبووڵکراو و سوود و بەهرەی لێ وەرگیرا، بوو بە یەکێک لە مەزنترین داهێنانەکانی مێشکی مرۆڤایەتی. کاتێ سفر ناسێندرا و سەر و قەپۆزی دەرکەوت، وا بیری لێکرایەوە کە دەبێت تاک بێت، بەڵام بیرکاریزانەکان خوویەکی جوانیان هەیە، ئەویش قسەکردن بە بەڵگەوە نەک بە شێوەی ڕاو و بۆچوون و گیرفانی، بەڵکو قسەکردن لە سۆنگەی سەلماندنەوە. لە بیرمەکە، سفر جووتە. لە بیرکاری و لۆژیکی هاوچەرخدا، 'تیۆری کۆمەڵە'مان هەیە، کە چەمکی 'کۆمەڵە' واتە کۆکراوە یان کۆکردنەوەی شتانێک لە ناو شتێک. لەم تیۆرییەدا، چەمک و هێمای ϕ گوزارشتکردنە لە

> **هەمو شتێک لە مەڕ هیچ**
>
> سەرجەمی سفر و ژمارەیەکی ئەرێنی، ئەرێنییە.
>
> سەرجەمی سفر و ژمارەیەکی نەرێنی، نەرێنییە.
>
> سەرجەمی ژمارەیەکی ئەرێنی و نەرێنی، بریتییە لە جیاوازی نێوانیان؛ یانیش سەرجەمیان دەکاتە سفر.
>
> دابەشکردنی سفر بەسەر ژمارەیەکی ئەرێنی یان نەرێنی، دەکاتە سفر، یانیش دەکرێت هەر بە شێوەی کەرت بهێڵدرێتەوە.
>
> براهماگوپتا، 628 زایینی

کۆمەڵەیەک کە هیچ شتێک-هیچ دانەیەکی تێدا نییە، کە پێی دەوترێ 'کۆمەڵەی بەتاڵ'. لە ئێستاشدا، ئەمە بیرۆکەیەکی سەیر و نامۆیە، بەڵام وەک سفر گرنگ و پێوستە بۆ پاراستنی تایبەتمەندی تیۆرییەکە. بێگومان بیرۆکەی سفر زۆر بە نەرم و شەرمەوە سەری لە باغەکانی زانست دەرهێنا، ئیدی وردە وردە گەشەی سەند و بوو بەوەی کە ئێستا هەیە.

کورتەی بیرۆکەکە

هیچ بێسناکە شتێکە

کارنامە

700 پ.ز

'بابلییەکان' لە ڕژێمی ژمارەکانیاندا سفریان وەک خانەی‌جیاکەرەوە بەکارهێنا.

628 پ.ز

'براهماگوپتا'[1] سفری بەکارهێنا و لەمەڕ بەکارهێنانی لەگەڵ ژمارەکانی دیکەشدا، چەند ڕێسایەکی بۆ داڕشت.

830

'مەهاڤیرا'[2] بیرۆکەی هەبوو کە سفر چۆن لەگەڵ ژمارەکانی تر کارلێکدەکات و پێکدادەچێت.

1100

'فاسکارا'[3] 0 وەک هێمایەک بەکاریهێنا لە جەبردا و هەوڵی دا پیشانی بدات کە دەکرێت چۆن بەکاربهێندرێت.

1202

'فیبوناچی'[4] هێمای 0 وەک زیادکراوێک خستە ناو ڕژێمی ژمارەی هیندۆ-عەرەبی، بەڵام نەک وەک ژمارەیەک لە پاڵ ئەواندا.

---

[1] *Brahmagupta*

[2] *Mahavira*

[3] *Bhaskara*

[4] *Fibonacci*

02 ڕژێمەکانی ژمارە

ڕژێمــــی ژمارەکـــان، ڕێگـــایەکە یـــان شـــێوازێکە بـــۆ مـــامەڵەکردن و لەخۆگرتنی تەواوی ژمارەکانی دیکە، یان بەتایبەتی بۆ مامەڵەکردن لەگەڵ چەمکـــی 'چەنـــد'. کەلتـــوورە جیاوازەکـــان لە چەرخ و ســـەردەمە جیاجیاکـانیش ئەگەر بە پێی کـات سـەیری بکەیـن، ئەوا دەبینـین کە ڕێگـا و شـێوازی هەمەچەشـنیان هەبـووە بـۆ مـامەڵکردن لەتەک ژمارەکـان، بـۆ نمـونە، خێـڵ هەبـووە کە ڕژێمەکەیـان بەو شـێوە دارشـتووە: یەک، دوو، سێ، زۆر. لەم ڕژێمـانەوە بـۆ ڕژێمێکـی پـڕ کـارامەیی و دانسـقە و خـاوەن پلە و پایەکی تـایبەت، کە ئێمـڕۆکە بەکـاری دێنـین و بـاوە، ئەویـش بـریتییە لە ڕژێمی نووسینی دەیی.

سـۆمەرییەکان و بابلییەکـان نـزیکەی چـوار هەزار سـاڵ پـێش ئێسـتا کە لە ئەمـڕۆدا دەکـاتە دانشـتوانانی سـوریا، ئـوردن و عێـراق، ڕژێمـی 'بەهـای خانەیی'یـان لە چالاکییەکـانی ژیـانی ڕۆژانەیانـدا بەکارهێنـاوە، ئەمەش لەبەر ئەوەی لەم ڕژێـمە دەتوانـدرێت نـاوی ژمـارەیەک بهێنـدرێت یـان بوترێـت بەهـۆی دیـاریکردنی پـێگەکەی بەهـۆی هێمـاییەوە. هەروەهـا هەر ئەوان بـوون کە ژمـارە 60یـان بەکارهێنـا وەک بنچینـەیەک کە ئەوەی ئەمـڕۆ پێـی دەڵێـین 'ڕژێمـی بنچینـەی 60ی' ئەگەرچـی ئەم ڕژێـمە تـا هەنـووکەش لەگەڵمـانە، بەڵام بەو شـێوەیە درکمـان پـێ نەکـردییە، ئەگەر سـەرنج بـدەین: 60 چـرکە لە خولەکێـک، 60 خـولەک لە کاژێرێـک. جیـا لەمەش لە پێـوانەی نـاوەوەی بـازنە واتە یەک دەوری بـازنە، بە 360 پـلە دانـراوە و گۆشـەی شـتەکان لەسـەر ئەم بـادلۆیە[1] پێوانەکراوە. بـۆ ئەم بـابەتە هەوڵـی تـر هەبـووە بەڵام سـەرکەوتنی بەدەسـت نەهێنـاوە. لە سـەردەمی پێشـینانمان، بە شـێوەیەکی سـەرەتایی ویسـتوویانە ژمارەکـان لە پێنـاو چـالاکی و

---

[1] بادلۆ: بناغە؛ بنچینە

زینــدەگییان کۆتــایی پــێ بێــت، هەر بــۆیە لە هەنــدێ ڕووداو لەم کەلتــوورە پێشــینانەدا، خەریکــی فــرت‌وفێــڵ بــوونە بەهــۆی بیرکــارییەوە، ئەمەش لەکاتێکــدا کە کاتیــان پێوســت بــووە لە چالاکییەکــان و کردارەکــانی ژیــان بــۆ لێکــــۆڵینەوە و گەڕان و دۆزیــــــنەوە. ئەم لێکــــــۆڵینەوە و گەڕانەش کە گرتووبویــانە بەر، شــتانێکی لەخۆگرتبــوو کە ئەمــڕۆ ئــێمەی پێــی دەڵێــین "جەبر" هەروەها سیفەت و تایبەتمەندییەکانی شێوە ئەندازەییەکانیش.

میســــرییەکان لە دەوروبەری ســــەدەی ســــێزدەهەمی پــــێش زاینیــــی، ڕژێمێکیــان پەیــڕەو دەکــرد کە لەســـەر بنچیــنەی 10 داڕێژرابــوو. جێگــای ئامــاژە پێکــردنە کە میســرییەکان ڕژێمێکیــان لە دەڤەرێــک گەشــە پێــدا بــۆ مــامەڵەکردن لەگەڵ کەرتەکــان، بەڵام ڕژێمــی بەهــای خــانەی دەیــی کە ئەمــڕۆکە بەکــاری دێنــین بــۆ نووســینی ژمارەکــان، لای بابلییەکــانەوە پەرەی پێــدرا و گەلا و گــوڵی دەرکــرد، پاشــان لە لایەن هینــدییەکانەوە ورد و پوخــت کــرایەوە. هــۆی ســەرکەوتن و ڕەگ داکوتــانی ئەم ڕژێــمەش، ئەوەیە کە دەتوانــدرێت بەکاربهێنــدرێت بــۆ دەربڕینــی ژمــارەی چ زۆر بچــوک و ژمــارەی چ زۆر گەورە. لە بەکــاربردنی تەنیــا ژمــارە هینــدۆ-عەرەبییەکــان 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 & 9، ئەوا ئەنجامێــک یــان ژمــارەیەک دەتوانــدرێت دروســتبکرێت بەهــۆی پەیوەنــدی بەســتنی ئەمــانەوە بە شــێوەیەکی ئاســان. بــۆ بینینــی ئەمە، بــا ســەیری ڕژێمــی ڕۆمانییەکــان بکەیــن. ڕژێــمەکەی ئەوان لەگەڵ پێوســتی ژیــانی ڕۆژانەیانــدا دەگــونجێ، بەڵام تــاکە تایبەتمەنــدی بــۆ کــارکردن لەســـەر ئەم ڕژێــمە، توانــا و ڕاهێنــانی ئەوێ، چــونکە کــارکردن لەگەڵ ڕژێمــی ژمــارەی ڕۆمانییەکــان، بەهــۆی ئەو ڕواڵەتە قورســەی کە هەیەتی، سەخت و دژوارە.

ڕژێمی ڕۆمانییەکان:

هێمـــا بنەڕەتییەکـــان کە لەلایەن ڕۆمانییەکـــان بەکارهـــات، بنچیـــنەی 'دەیـــ' بـــــــوو $(I, X, C \& M)$، 'نیوەکـــان' لە مـــانە بـــوو $(V, L \& D)$. ئەم هێمایـــانەش ســـەرەکیترین بـــوون بـــۆ دروســـتکردنی ئەوانـــی دیـــکە. پاشـــان پێشـــنیازکرا بە بەکارهێنـــانی $I, II, III \& IIII$ کە ئەمـــانەش لەســـەر شـــێوەی

ڕژێمی ژمارەی ڕۆمانی

پاشکۆ	سەرەکی
	S نیوە
	I یەک
$\overline{V}$ پێنج هەزار	V پێنج
$\overline{X}$ دە هەزار	X دە
$\overline{L}$ پەنجا هەزار	L پەنجا
$\overline{C}$ سەد هەزار	C سەد
$\overline{D}$ پێنج سەد هەزار	D پێنج سەد
$\overline{M}$ یەک ملیۆن	M هەزار

ئەنـــدازەیی پەنجەکانمـــان ســـەرچاوەی گـــرت و دەرکەوتـــن. لەو کـــۆمەڵەی ســـەرەوە، V لە شـــێوەی دەســـتەمان هـــاتووە و، بە ئـــاوەژووکردنەوەی و پـــێکەوە بەســـتانی دووان لەمە بەیەکەوە، شـــێوەی X دروســـت دەبێـــت کە ئامـــاژەیە بـــۆ دوو دەســـت یـــان دە پەنـــجە. پاشـــان C لە 'Centum' و M لە 'Mille' هـــاتووە، کە لە زمـــانی لاتینـــی بە واتـــای ســـەد و هەزار دێـــن. هەروەهـــا ڕۆمانییەکـــان S بـــۆ مەبەســـتی 'نیـــو' بەکارهێنـــاوە و ڕژێمـــی کەرتەکانیـــان لەســـەر بنچیـــنەی 12 دامەزرابـــوو. ئەگەرچـــی ڕژێمـــی ڕۆمانییەکـــان لە ڕابـــردوو بەکـــاربردنی هەبـــووە، بەڵام لە ئێســـتادا بەکارهێنـــانی ئەو شـــێوەیە لەناومانـــدا هەیە و بەرچاومـــان دەکەوێـــت، بەڵام بەکارهێنانەکەشـــی بەم چەشـــنەی ســـەردەمەکە بـــاوێکی وەهـــای نییە، بەڵکـــو لە ئێســـتادا بەکارهێنـــانی تەنیـــا لە قەوارەیەکـــی بچـــوک دەبینـــدرێت. ڕۆمانییەکـــان بـــۆ ڕژێمەکەیـــان هەوڵـــی تازەگەرییـــان داوە، وەک دەبینـــین کە بـــۆ $IIII$ هێمـــای IV بەکارهێنـــاوە، هەروەهـــا پێکەوەهـــاتنی IX پێـــدەچی بەکاریـــان هێنابێـــت، بەڵام لای ڕۆمانییەکـــان بـــۆ گوزراشـــتکردن لە $8\frac{1}{2}$

دەیانووسی: SIX. بۆیە لەم ڕژێمە ژمارەی سەرەکی و بنەڕەتی لەگەڵ کرداری کۆکردنەوە هەیە.

مامەڵەکردن، هەستان و دانیشتن لەگەڵ ژمارە ڕۆمانییەکان، ئاسان نییە. بۆ نموونە، دەربڕینی $MMMCDXLIIII$ و خوێندنەوەی سەختە، بەڵام ئەگەر بێت و بەهۆی کەوانەوە جیاکارییەک بکەین بەو شێوەیە $(MMM)(CD)(XL)(IIII)$، دواتر خوێندنەوەی ئەمەیە:

$$3000 + 400 + 40 + 4 = 3444$$

بەڵام ئەگەر بمانەوێت سەرجەمی دوو ژمارەی لەم شێوەیە بدۆزینەوە، وەک:

$$MMMCDXLIIII + CCCXCIIII$$

ئەمە پێناچێت بۆ ئێمە ئاسان بێت، بەڵام بۆ ڕۆمانییەکان پێناچێت گران بوو بێت، چونکە ئەوان کارامە بوونە و هونەری قەدبڕی و ئاسانکارییان هەبووە. بۆ ئێمە وا ئاسانترە کە سەرەتا هەر ژمارەیەک بگۆڕین بۆ ڕژێمەکەی خۆمان و هەر بە ڕژێمەکەی خۆمان سەرجەمەکە بدۆزینەوە، پاشان دووبارە سەرجەمەکە بگۆڕینەوە بۆ ڕژێمە ڕۆمانییەکە، واتە شێوە نووسینەکەی ئەوان:

$$\begin{array}{rcr} 3444 & \rightarrow & MMMCDXLIIII \\ +\ 394 & \rightarrow & CCCXCIIII \\ = 3838 & \rightarrow & MMMDCCCXXXVIII \end{array}$$

ئەمە تەنیا کردارێکی کۆکردنەوە بوو کە بەدەستییەوە گرفتدار بووین، جا دەبێت لێکدانی دوو ژمارەی لەم شێوە چۆن بێت؟ بەس وا پێناچێت ئاسان بێت، ئەمە نەک هەر بۆ ئێمە، بگرە بۆ ڕۆمانییەکانیش لەوەیە سەخت بووبێت کە شتێکی لەم چەشنە بەهۆی ئەم ڕژێمە بنەڕەتییە بکرێت. بۆ لێکدانی 3444×394 پێوستمان بە هونەری زیاتر دەبێت:

$$\begin{array}{rcr} 3444 & \rightarrow & MMMCDXLIIII \\ \times\quad 394 & \rightarrow & CCCXCIIII \\ = 1{,}356{,}936 & \rightarrow & \bar{M}\bar{C}\bar{C}\bar{C}\bar{L}\bar{V}MCMXXXVI \end{array}$$

لەگەڵ هەموو ئەو شتانە، ڕۆمانییەکان هێمایەکی تایبەتییان نەبوو بۆ 'سفر'. ئەگەر لە ڕووەکخۆرێکی ڕۆمانیت بپرسیبا کە بە درێژایی ڕۆژەکە چەند پەرداخ بادەی نۆشیوە، ئەوە ڕەنگە بنووسێت III، بەڵام ئەگەر لێت بپرسیبا ئەی چەند مریشکی خواردووە لەم سێ ڕۆژە؟ ئەوا چاوی

ئەبلەق دەبێت، چونکە هیچ هێما و شتێک نەبوو تا ئاماژە بە "0" بکات بە واتای ئەوەی کە لەم چەند ڕۆژە هیچ مریشکێکی عافیەت نەکردییە، چونکە جەنابی ڕووەک خۆرە.


کاتژمێری XIIIIی لویس

پێشتر وتمان کە بەکارهێنانی هێمایە ڕۆمانییەکان تا هەنووکەش بەکارهێنانی هەیە، بەڵام لە قەوارەیەکی بچووک، ئەو بەکارهێنانەشی وای کرد کە هێمایە ڕۆمانییەکان دووبارە بژێنەوە، ئەوە بوو کە کاتی بەکارهات بۆ نواندنی ژمارەی لاپەڕەکانی هەندێ پەرتووک (بیر لەم پەرتووکەی بن دەستت مەکەرەوە) و لەسەر بناغەی هەندێ لە بەردەکانی باڵەخانە و بیناکان بەکارهات. هەندێ لە هێماکان و دروستکراوەکان بە هیچ شێوەیەک لای ڕۆمانەکانیش بەکارنەهات، وەک CMC بۆ 1900 کە ناسێندرا و بەکارهێندرا بۆ هۆکاری شێوەیی لە سەردەمی هاوچەرخدا. چواردەهەمین پاشای فەڕەنسا "لویس"[1]، ناسرابوو بە لیوس XIV، دواتر گۆڕانکاری بەسەرهات و بە لویسی XIIII ناسرا. کە ئەمەش بوو بە ڕێسایەک لە کاتژمێرەکەی کە لە کاژێر 4ی کاتژمێرەکەی نووسراوە IIII. ئەم وێنەی سەرەوە پێی دەوترێت "کاتژمێری XIIIIی لویس"

شێوازی دەیی ژمارە تەواوەکان:

ئێمە بە شێوەیەکی سروشتی، ژمارەکان بەهۆی ژمارە دەییەکانەوە دیاریدەکەین. ڕژێمی دەیی، لەسەر بنچینەی ژمارە 10 دامەزراوە کە مەبەستیش لێی بەکاربردنی ژمارەکانی 9,...,0,1 یە. لە ڕاستیدا بیرۆکە سەرەکییەکە پشتی بە ژمارە 10 بەستووە (بنچینەی 10) کە یەکەکان

[1] *Louis*

دەتواندرێت بەهۆی بنچینەی 10 هەڵچنین. کاتێ ژمارەیەک دەنووسین بۆ نموونە 394، ئێمە دەتوانین واتایە دەیییەکەی شرۆڤە بکەین، ئەویش بە بێژاندنی ئەوەی کە ئەو ژمارەیە پێکهاتووە لە 3 سەدی، 9 دەیی و 4 یەکی، کە دەشکرێت بەم شێوەش بنووسرێت:

$$394 = \mathbf{3} \times 100 + \mathbf{9} \times 10 + \mathbf{4} \times 1$$

کە ئەم شێوەی سەرەوەش دەکرێت هێشتا پوخت بکرێتەوە و بەشێوەی 'توان و بنچینەی 10' بنووسرێت:

$$394 = 3 \times 10^2 + 9 \times 10^1 + 4 \times 10^0$$

کاتێک $10^2 = 10 \times 10$ و $10^1 = 10$ و دەشزانین کە $10^0 = 1$.
لەو دەربڕینە، زۆر بە ڕوونی بنچینەی دەیی لە ڕژێمی ژمارەکان و لە ژیان و گوزەرانی ڕۆژانەماندا دەبینین.

گرینگی ڕژێمی دەیی:

تا ئێستا ئێمە لە قەوارەی ژمارەیی تەواو باسی ئەو جۆرە دەربڕینەمان کرد، ئەویش بەهۆی بنچینەی دەیی. ئایا ڕژێمی دەیی دەکرێت بەکاربهێندرێت بۆ بەشێک یان چەند بەشێکی ژمارەیەک' وەک: $\frac{572}{1000}$؟
ئەم ژمارەیە واتە:

$$\frac{572}{1000} = \frac{5}{10} + \frac{7}{100} + \frac{2}{1000}$$

لەمەوەش دەتوانین مامەڵەیەکی تر بکەین، ئەویش بەوەی کە ژێرەکان بهێنینە سەرەوە؛ کە لەم کارەش توانی نەرێنی وەردەگرن:

$$\frac{572}{1000} = 5 \times 10^{-1} + 7 \times 10^{-2} + 2 \times 10^{-3}$$

کە ئەمەش دەکرێت و ئاساییە.

ئێستاکە گەر هەمان ئەو ژمارەی سەرەوە ژمارەیەکی تەواوی وەک 394ی بخەینە سەر، لە ئەنجامدا ژمارەیەکی کەرتمان دەست دەکەوێت:

$$394 + \frac{572}{1000} = 394.572$$

بۆ ژمارەی ئێجگار گەورە، ئەوا نووسینی شێوەی دەیی زۆر درێژ دەبێت، لەم بارەش دەگەڕێینەوە بۆ باری "نووسینی شێوەی زانستی". بۆ نموونە ئەگەر هەمان بێت 1,356,936,892 دەکرێن بەم شێوە بنووسرێت: 1.356936892×10^9 کە لە بژمێر و کۆمپیوتەر بەم شێوەیە دەردەکەوێت: $1.356936892 \times 10E9$. لێرەدا ژمارە 10 بە توانی 9 دەبینرێت، لەبەر ئەوەی ژمارە ڕەسەنەکەمان لە 10 ڕەنووس پێکهاتووە، ئەوا توانەکە یەکی کەمترە لە ژمارەی ڕەنووسەکانی ژمارەکە. هەروەها لە بژمێرەی زانستی یان لە کۆمپیوتەر کە E دەردەکەوێت، وەک کە لەم شێوەی سەرەوە دەبینرێت، ئەوا E ئاماژەیە بۆ "*Exponential*" بە واتای "توان" دێت، کە نوسراوە $10E9$، واتە 10 بەتوانی 9. هەندێ کات لەوانەیە وا پێوست بکات کە ژمارەی گەورەترمان هەبێت، بۆ نمونە کاتێ ئەمانەوێ لە مەڕ ژمارەی ئەتۆمەکانی هایدرۆجین لە ناو گەردووندا بدوێن کە ئەمەش بە نزیکەیی بە 1.7×10^{77} خەملێندراوە، بەهەمان شێوە 1.7×10^{-70} بە توانی نەرێنی واتە ژمارەیەکی زۆر زۆر بچوک. "نووسینی شێوەی زانستی" بەکارهێنان و کارکردن لەگەڵی زۆر ئاسانە. ئەوەی بەلامانەوە جێگای بایەخە، ئێمە بەهۆی ئەو ڕژێمە چەتوونەی ڕۆمانییەکان نەماندەتوانی لە مەڕ ژمارەیەکی وەها گەورە بدوێین و کاری لەسەر بکەین، بەر لە هەموو شتێک هێمایە ڕۆمانییەکان زۆر ئێزەعاج و بێزارکەر بوون. لێرەوە دەرکەوت کە ڕژێمی دەیی چۆن چۆنی سەختی زانستی بە ڕووی توێژەران ئاسانکردەوە و جیهانبینی ئەوانی بە ئێکجاری گۆڕی.

سفر و یەک:

بە هێزی 2	دەیی
2^0	1
2^1	2
2^2	4
2^3	8
2^4	16
2^5	32
2^6	64
2^7	128
2^8	256
2^9	512
2^{10}	1 024

ئەگەرچی تا هەنووکەش ڕژێمی دەیی ڕژێمێکی باو و پێگە قایمە لە ژیانی ئێمەدا، بەڵام هەندێ کاریش هەیە کە تێدا پێویست دەکات پشت بە ڕژمێکی تر قایم بکەین. "ڕژێمی دووانی"، کە ئەم ڕژێمە بنچینەی 2 ڕەواج پێدەدات کە بۆتە کاکڵەیەکی سەرەکی لە کارپێکردنی کۆمپیوتەری ئەمڕۆدا. جوانییە ئەفسووناوییەکەی ئەم ڕژێمە، لەوەدایە کە هەموو دەربڕینێک دەکرێت تەنیا لە ڕێگەی دوو ژمارە بنووسرێت، ئەوانیش 0 و 1. بەڵام ئەوەیە کە دەبڕینەکە بەهۆی ئەم دوو ژمارەیە، زۆر درێژە.

چۆن دەتوانین ژمارە 394 بەهۆی ئەم ڕژێمە بنووسین؟ لەم کاتە دەبێت مامەڵە و ئاڵوگۆڕ لەگەڵ بچینەی 2 بکەین، واتە 2 و توانێک. ئێستا دوای کەمێک کارکردن، دەگەینە ئەم دەربڕینە:

$$394 = 1 \times 256 + 1 \times 128 + 0 \times 64 + 0 \times 32 + 0 \times 16 + 1 \times 8 + 0 \times 4 + 1 \times 2 + 0 \times 1$$

بۆیە خوێندنەوەی ئەم ژمارەیە بەهۆی ڕژێمی دووانی؛ سفر و یەک، بریتییە لە: 110001010.

$$394 = 1 \times 256 + 1 \times 128 + 0 \times 64 + 0 \times 32 + 0 \times 16 + 1 \times 8 + 0 \times 4 + 1 \times 2 + 0 \times 1$$

$$394 = 1 \times 2^8 + 1 \times 2^7 \times +0 \times 2^6 + 0 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0$$

$$394 = 1 \times 256 + 1 \times 128 + 0 \times 64 + 0 \times 32 + 0 \times 16 + 1 \times 8 + 0 \times 4 + 1 \times 2 + 0 \times 1$$

110001010

هەر بۆیە وتمان کە دەربڕینی ژمارەکان بەهۆی ئەم ڕژێمەوە دەکرێت زۆر درێژ بێت. ڕژێمە جیاوازەکانی دیکەش، بەزۆری بەهۆی کۆمپیوتەرەوە دەردەکەون. هەمانە ڕژێمی هەشتی (بنچینەی 8) و ڕژێمی

شازدەیی (بنچینەی 16). لە ڕژیمی هەشتی، هەموو ئەو هێمایانەی بەکاری دێنین، بریتییە لە: $0,1,2,3,4,5,6,7$، لەکاتێکدا ڕژیمی شازدەیی، تێیدا 16 هێما بوونی هەیە، ئەوانیش: $0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F$، کە لەم ڕژێمە 10 بەرامبەر بە Aیە، ژمارە 394 بە ڕژیمی شازدەیی دەبێتە: $18A$. ئەمەش ئاسانە هەروەک ئاو خواردنەوەیە! ئێستا بیر لە 2748 بکەرەوە بە ڕژیمی دەیی!

کورتەی بیرۆکەکە

نووسینی ژمارەکان

کارنامە

30,000 پ.ز	2000 پ.ز	600
خەڵکی پالیۆلیثیک[1] لە ئەورووپا، ژمارەکانییان لەسەر ئێسک (ئێسقان) نووسی.	بابلییەکان هێمایان بۆ ژمارەکان بەکارهێنا.	ئەو ڕژێمە پێشەنگەی کە لە چەرخی ئەمڕۆکەدا هەیە، لە هیند بەکارهات.

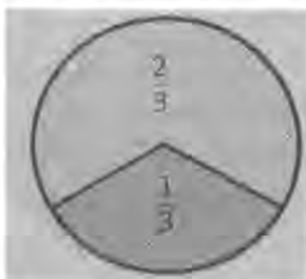
1200	1600
ڕژیمی هیندۆ-عەرەبی کە ژمارەکانی 1تا 9 لەگەڵ 0یش دەگرێتە خۆی، تەشەنەی کرد.	هێماکانی ڕژیمی دەیی، دانپێدانەدراوی خۆی لە سەردەمی هاوچەرخ وەرگرت.

[1] *Palaeolithic*

03 کەرتەکان

کەرتەکان یاخود ژمارە کەرتەکان، ژمارەیەکی بەشکراوە- پارچەکراوە بۆ چەند یەکەیەک، واتە ئێمە ژمارەیەکی تەواو لەتوپەت دەکەین، بەڵام بە شێوەیەکی شیاو و ڕێک، ئەو شتەی لەم بەشکردن و پارچەکردنە دێتە بوون، وشەی 'کەرت'ی بۆ بەکاردێنین. با نموونەیەکی باو بهێنینە بەر باس‌وخواس، ئەویش کاتێ لە ئاهەنگێک کێکێکمان هەبێت و بۆ سێ بەشی یەکسان پارچەی بکەین.

ئەو کەسەی لە سێ پارچەی کێکەکە دوو بەشی لێ دەبات و لووشی دەکات، دیارە کەسێکی بە بەخت و نیوچەوانە، ئەوا ئەم دەربڕینە هاوتایە بۆی لەگەڵ ئەم زمانە بیرکارییە: $\frac{2}{3}$. ئەو کەسەشی کە بێچارە و بێبەختە، لە سێ بەشی کێکە بەتامەکە تەنیا یەک بەشی بۆ دەمێنێتەوە، ئەمەش هاوتایە لەگەڵ ئەم دەربڕینە بە زمانی بیرکاری: $\frac{1}{3}$. پێکەوە دانانەوەی دوو پارچەکەی کابرای بە بەخت و یەک پارچەکەی کابرای بێ چارە، دەبێت بکاتەوە کێکە تەواوەکە: $\frac{2}{3}+\frac{1}{3}=\frac{3}{3}=1$ کاتێک 1 ئاماژەیە بۆ کێکەکە بە ساغ‌وسەلامەتی.



لێرە نموونەیەکی تر هەیە کە باشە ئاماژەی پێ بدەین، چونکێ لە ژیانی ڕۆژانەمان تووشی بووینە. وادانێ بەهارە و ئەتەوێ بچیت بلوزێک بکڕیت، بە بەردەم دوکانێک تێپەڕ دەبێت و دەبینێت داشکان بۆ جل و بەرگەکان کراوە، ئەو بلوزەی تۆ بەدڵتە، لێی نووسراوە: نرخەکەی چوار لە پێنجی نرخی خۆیەتی، بە زمانی بیرکاری واتە: نرخەکەی دەکاتە $\frac{4}{5}$ی نرخی پێش داشکان. ئەمەش واتە نرخی بلوزەکە 4/5 و ڕێژەی

داشـــکانیش یەک لە پێـــنجە، کەوایە: $1 = \frac{5}{5} = \frac{1}{5} + \frac{4}{5}$ کاتێـــک 1 ئامـــاژەیە بـــۆ نرخی کاڵایەکە.

کەرتەکـــان هەمیشـــە بـــیچم و شـــێوازێکی جێگیـــری هەیە، ئەویـــش ژمـــارەیەکی تەواو بەســـەر ژمـــارەیەکی تەواو (ســـفر نەبێـــت). ژمـــارەی ژێـــرەوە-بـــن کەرتەکە، پێـــی دەوترێـــت "بەشـــدراو یـــان ژێـــربەش" و ژمـــارەی ســـەرەوە-ســـەر کەرتەکە، پێـــی دەوترێـــت "بەشـــکراو یـــان ســـەربەش". ژمـــارەکەی ســـەرەوە وای پێـــی دەوترێـــت چـــونکە پێمـــان دەڵێـــت چەنـــد بەش-یەکە هەیە. ژمـــارەی خـــوارەوە وای پـــێ دەوترێـــت چـــونکە پێمـــان دەڵێـــت چەنـــد بەش-یەکە ژمـــارە تەواوەکە دروســـتدەکاتەوە. بـــۆیە کەرتەکـــان لە شـــێوەی ڕۆنان و دەرکەوتندا، هەمیشە وا پیشاندەدرێت یان دەردەکەوێت:

$$\frac{\text{بەشکراو}}{\text{بەشدراو}}$$

لە باســـی کـــێکەکە، ئەو کەرتەی کە کـــابرای بە بەخـــت ئەیەوێـــت بیخـــوات، بـــــریتییە لە $\frac{2}{3}$ کاتێـــــک ژێـــــرەی کەرتەکە 3یە و ســـــەرەی کەرتەکە 2ە، کە ئەمەش واتا 2 بەشی کێکەکە لە 3 بەش بەر کابرای خواپێداو کەوتووە.

لەم بـــارەی ســـەرەوە، ئەگەر ســـەرنج بـــدەین، ســـەرەی کەرتەکە لە ژێـــرەی کەرتەکە بچـــوکتر بـــوو. بەڵام خـــۆ دەشـــکرێت بە پـــێچەوانەوە بێـــت؛ ســـەرەی کەرتەکە لە ژێـــــرەی کەرتەکە گەورەتـــــر بێـــــت و ئەم جـــــۆرە کەرتەش پێـــــی دەوترێـــــت "کەرتـــــی ناڕاســـــتی". وەک کەرتـــــی $\frac{14}{5}$ کە کەرتێکـــــی ناڕاســـــتییە، ئەمەش لەبەر ئەوە وای پێـــــی دەوترێـــــت چـــــونکە بیرلێکـــــردنەوە بە مانـــــا بـــــاوەکەی کەرت بەم شـــــێوەیە: 14 بەش لە 5 بەش! نابێـــــت. دابەشـــــکردنی 14 بەســـــــەر 5، دەکـــــاتە 2 و لەگەڵ مـــــاوە 4، کە دەکرێـــــت بەم شـــــێوە بنووســـــرێت: $2\frac{4}{5}$ بە واتـــــای 2ی تەواو و $\frac{4}{5}$. کە بەم شـــێوەش نووســـرا، ئەوا لە کەرتـــی ناڕاســـتی ڕزگارمـــان دەبێـــت، چـــونکە ژمـــارەیەکی تەواو و کەرتێکـــی ڕاستی دەبیندرێت.

بە شـــێوەیەکی گشـــتی، نوانـــدنی هەر کەرتێـــک، بە ســـــادەترین شـــێوە دەنووســـرێت بە لەبەرچـاوگرتنی ژمـارەی ســەرە و ژێـرە، ئەویـش کاتێـک ئەگەر بێـت و هـیچ کـۆلکەیەکی هـاوبەش لە نێـوان ژمـارەی سـەرە و ژێـرە نەبێـت. ئەگەریـــش کـــۆلکەی هـــاوبەش هەبـــوو، ئەوا دەکرێـــت-پێوســـتە سـادەبکرێتەوە بـۆ سـادەترین شـێوە تـا ئەوکـاتەی کـۆلکەی هاوبەشـی نێـوان سـەرە و ژێـرە دەبێـتە 1. بـۆ نمـونە ئەگەر هەمـان بێـت: $\frac{8}{10}$ دەبینـین کە لە نێـوان ئەو دوو ژمـارەیە، کـۆلکەیەک هەیە کە هاوبەشـە، ئەویـش 2، بـۆیە سـەرە و ژێـرەی کەرتەکە دابەشـی دوو دەکەیـن تـاکو سـادەترین شـێوەی کەرتەکە بنووســـــین: $\frac{2\times4}{2\times5}$ دوای ئەوە $\frac{2}{2}$ دەکـــــاتە 1 و 1 نانووســــــرێت و ئەوەی دەمێنێـــتەوە بـــریتییە لە: $\frac{4}{5}$. (ئـــێمە واڕاهـــاتووین دەڵێـــین: پـــێکەوە دەڕۆن، بەڵام لە ڕاســتیدا ڕۆیشــتن و هــاتن نیــیە! بـۆ کـوێ دەچـن! بـۆیە ئەوەی ئـێمە دەیڵێـین تەنیـا بـۆ ئەوەیە کە زۆر شـتەکە درێـژ نەبێـتەوە، دەنـا ڕێگـا و دەبـڕینە زانسـتییەکە، ئەوەی سـەرەوەیە). بـۆیە ئێسـتا ئەو کەرتە ڕێـژەیەکە لە نێـوان دوو ژمـارە، بەم جـۆرە کەرتـانەش دەوترێـت "ژمـارەی ڕێژەیـی". ژمـــارەی ڕێژەیـــی ئەو ژمـــارەیەیە کە بە ڕێـــژەی نێـــوان دوو ژمـارەی تەواو دەنووسـرێت (ژێـرە سـفر نەبێـت). یۆنانییەکـان توانیوییـانە پێوانی ئەم ژمارانە بکەن.

سەرجەم و لێکدان:

کردارەکـــانی بیرکـــاری لەگەڵ ژمـــارە کەرتەکـــان، وەک کردارەکـــان نیـــیە لەســـەر ژمـــارە تەواوەکـــان، زانینـــی ئەمەش ڕەنـــگە شـــتێکی خـــۆش بێـــت. لێکـــدانی دوو کەرت ئاســـــنترە وەک لە کـــۆکردنەوەی دوو کەرت، بەتـــایبەت ئەگەر ژێـرەی کەرتەکـان وەک یەکتـر نەبێـت-هەمـان ژمـارە. واتـا کـۆکردنەوە و لێـــدەکردن تۆزێـــک بە هیلاکـــبەرە لەم قەوارەیە و زیرەکـــی و لێهـــاتوویی پێوستە و بیرکردنەوەی گەرەکە.

بـا بە لێکـدانی کەرتەکـات دەسـت پـێ بکەیـن. ئەگەر کراسـێک بە داشـکانەوە بکـڕی کاتێـک ڕێـژەی داشـکانەکە $\frac{4}{5}$ بێـت و نرخـی کراسـەکە بە نرخـی خـۆی

30 دۆلار بێت، بـۆ ئەوەی بزانـی نرخـی کراسـەکە چەنـدێک دەکەوێت دوای داشـکان، ئەوا ئەم بیرکـارییە ئەنجـام دەدەیـن: لەبەر ئەوەی ژێـرەی کەرتەکە بـریتییە لە 5، ئەوا $6 = \frac{30}{5}$، پاشـان ئەنجـامەکە لێکـدانی سـەرەی کەرتەکە دەکەیـن کە بـریتییە لە4، ئەوا $4 \times 6 = 24$ ئەمەش واتـا بەهـای کراسەکە دوای داشکان دەبێتە 24$. بە ڕێگایەکی ئاسانتر:

$$30 \times \frac{4}{5} = \frac{4 \times 30}{5} = \frac{120}{5} = 24$$

دوابەدوای ئەمـانە، وادانـێ کە خـاوەن بـازاڕەکە، بەهـای کراسـەکە دوای داشـکانەکە دەکـاتە نیـو ئەوەنـدەی تـر، ئەمەش واتـا: $\frac{1}{2} \times \frac{4}{5} \times 30 = 12$ ئـێمە ئەگەر لەو بیرکـارییەش نەگەیـن، لەبەر ئەوەی کراسـەکەمان بە 24$ کـڕی، مـادام ڕێـژەی داشـکان بـۆ نیـوەی تـر داشـکێندراوە، ئەوا ڕاسـتەوخۆ دەڵێـین: بەهـای کراسـەکە دەبێـتە نیـوەی 24$ کە دەکـاتە 12$ بـۆیە ئەگەر خـاوەن بـازاڕەکە لە لێکـدانی کەرتـی بیرکـاری بـاش بێـت، ئەوا دوو قۆنـاغی داشکانەکە دەکات بە یەک قۆناغ، بەم شێوەیە: $\frac{1}{2} \times \frac{4}{5} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

ئێسـتا لێکـدانەوەی بەهـای کراسـەکە بـۆ کڕیارێـک ئاسـان دەبێـتەوە، بەم شێوەیە: $\frac{2}{5} \times 30 = 12$

کـۆکردنەوەی دوو کەرت، پرۆسـەیەکی جیـاوازترە وەک لە لێکـدان. کـۆکردنەوەی $\frac{1}{3} + \frac{2}{3}$ ئاسـانە چـونکە ژێـرەی کەرتەکـان وەک یەکتـرن-هەمـان ژمـارەن، بـۆیە لەم بـارە یەک ژێـرە دەنووسـرێتەوە و سـەرەکانیش کـۆدەکرێنەوە ئەگەر کـردارەکە کـۆکردنەوە بێـت، کەمـدەکرێنەوە ئەگەر کردارەکە کەمکردنەوە بێت: $\frac{1}{3} + \frac{2}{3} = \frac{1+2}{3} = \frac{3}{3} = 1$

بەڵام ئەی چی دەربارەی دوو کەرت کە ژێرەیان جودایە: $\frac{2}{3} + \frac{4}{5}$؟

کە ئەمەش ناکرێـت بەم شـێوەیە بکرێـت: $\frac{2}{3} + \frac{4}{5} = \frac{2+4}{3+5} = \frac{6}{8}$! شـتی وا نابێت ئامان.

بـۆ ئەم مەبەسـتە و گەیشـتنە ئەنجـام، پێویسـتمان بە هـونەر و بیرکردنەوەیەکـی جیـاوازتر هەیە. بـۆ کـۆکردنەوەی ئەم دوانە $\frac{2}{3}$ و $\frac{4}{5}$ ئەوا دەبێت بیر لەوە بکەینەوە کە چۆن ژێرەی کەرتەکان وەک یەکتر لێبکەین-

هەمـــان ژمـــارە بـــن، بەو مەرجەی لەم پرۆســـەیە ڕێـــژەی ڕەســـەنی کەرتەکە ون نەبێـــت و نەبێـــتە کەرتێکـــی تـــر. بـــۆ ئەم مەبەســـتەش، ئاســـانترین هـــونەر ئەوەیە کە ژێـــرەی کەرتـــی یەکەم لە ســـەرەی کەرتـــی دووەم بـــدەین، ژێـــرەی کەرتـــی دووەم لەســـــەرەی کەرتـــی یەکەم بـــدەین و هەنگـــاوی کۆتـــایش هەردوو ژێرەکە لێکدانی یەکتر بکەین، بەم شێوەیە:

$$\frac{2}{3}+\frac{4}{5}=\frac{(2\times 5)+(4\times 3)}{3\times 5}=\frac{22}{15}$$

بەڵام ئەمەش خۆی لە ڕاستیدا لەمەوە هاتووە:

$$\frac{2}{3}\times\frac{5}{5}+\frac{4}{5}\times\frac{3}{3}=\frac{10}{15}+\frac{12}{15}=\frac{22}{15}$$

گۆڕینی کەرت بۆ شێوەی دەیی:

لە جیهـــانی بەرفراوانـــی زانســـت و جێبەجێکـــاری و بەکـــاربردنی بیرکاریـــدا، شـــێوازی نووســـینی دەیـــی بە چـــاکتر و باشـــتر دەزانـــدرێت بـــۆ گوزارشـــتکردن و نیشـــــاندانی کەرتەکـــــان. کەرتـــــی $\frac{4}{5}$ هاوتـــــای کەرتـــــی $\frac{8}{10}$ لە فەرهەنگـــــی ژمارەکـــانی بیرکـــاری، ئەم کەرتەش دەکرێـــت بەم شـــێوەیە بنووســـرێت: 0.8 واتە بە شێوەی دەیی.

ئەو کەرتـــــانەی کە ژێرەکانیـــــان 5 یـــــان 10 یە، ئاســـــانن بـــــۆ ئەوەی بیـــانگۆڕین بـــۆ شـــێوەی دەیـــی. بەڵام ئەگەر وانە بـــوو، ئەوا چـــۆن چـــۆنی دەتـــوانین کەرتێکـــی وەک $\frac{7}{8}$ بگـــۆڕین بـــۆ شـــێوەی دەیـــی؟ هەمـــوو ئەوەی کە لەســـەرمانە بیـــزانین، ئەوەیە کە کـــاتێ ژمـــارەیەکی تەواو بەســـەر ژمـــارەیەکی تـــر دابەشـــدەکەین، ئەوەتـــا هـــیچ مـــاوەی لـــێ نـــامێنێتەوە و تەواو دەردەچێـــت، یانیش ئەوەتا شتێکی لێ دەمێنێتەوە کە پێی دەوترێ "ماوە".

ئێســـتا گەرەکمـــانە کە کەرتـــی $\frac{7}{8}$ بگـــۆڕین بـــۆ نووســـینی دەیـــی. بـــۆ ئەم مەبەستەش، ڕەچاوی ئەم چەند شتە دەکەین لە میانەی ئەو کارەدا:

لەبەر ئەوەی ســـەرەی کەرتەکە لە ژێـــرە بچـــوکترە، ئەمەش واتـــای ئەوەیە کە کەرتەکە بە شـــێوەی دەیـــی، ژمارەکـــان بەدوای '.0' دادێـــت. واتە ســـفر و پۆینـــت شـــتێک-ژمـــارە. لە هەنگـــاوی یەکەم، 7 چەنـــد 8 تێـــدایە، نابێـــت، بـــۆیە دەڵێـــین: 70 چەنـــد 8ی تێـــدایە، بەم شـــێوەیە بەردەوام دەبیـــت تـــا لە کۆتـــایی دەگەیـــنە ئەم هەنگـــاوە: 40 چەنـــد 8 تێـــدایە، دیـــارە کە 5ی تێـــدایە، 5 جـــاران 8یـــش دەکـــاتە 40، کەمیـــان بکەیـــن، مـــاوە دەبێـــتە ســـفر و ئەنجـــامی کۆتـــایش دەکاتە 0.875.

دوابەدوای ئەم شـــێوازە بـــۆ دۆزیـــنەوەی یـــاخود نووســـینی شـــێوەی دەیـــی بـــۆ کەرتێـــک، بـــۆ هەنـــدێک ژمـــارە لەوانەیە تەواو نەبێـــت و نـــاگەینە کۆتـــایی و، هەنگاوەکـــان هەر درێـــژ دەبێـــتەوە! باشـــە خـــۆ هەروا بەردەوام نـــابین تـــا هەتـــایە؟! بـــۆ نمـــونە ئەگەر بمانەوێـــت $\frac{2}{3}$ بگـــۆڕین بـــۆ ژمـــارەی دەیـــی، لە هەر قۆناغێـــک دەبینـــی کە 20 دابەشـــی 3 دەکـــاتە 6 و مـــاوە 2. هەر بەردەوام بـــوون بەم قوناغـــانە، هەرگیـــز نـــاگەینە دابەشـــکارییەک کە بەرمـــاوەکەی بکـــاتە ســـــفر! ئەمەش واتـــــای ئەوەیە کە ناکۆتـــــا ژمـــــارەی دەیمـــــان هەیە: ... 0.6666666. کە هەمیشـــــەش ژمـــــارەی لەم شـــــێوە کورتـــــدەکرێتەوە و هێمـــــایەکی بـــــۆ زیـــــاد دەکرێـــــت کە بەم شـــــێوەیە دەنووســـــرێت: $0.\bar{6}$ کە مەبەســـتیش لەم '-'ە کە لەســـەر ســـەری ژمـــارە 6 نووســـراوە، ئەوەیە ئەم ژمـــارەیە ناکۆتـــا جـــار دووبـــارە دەبێـــتەوە بەبـــێ گۆڕانکـــاری. چەنـــدین کەرتـــی تـــر هەن کە بەم شـــێوەیەن و بـــۆ هەمیشـــە و ناکۆتـــا ژمـــارەیەک یـــان چەنـــد ژمـــارەیەکی دووبـــارە دەبێـــتەوە. کەرتـــی $\frac{5}{7}$ زۆر سەرنجڕاکێشـــە، چـــونکە لەم بـــــارەدا ئەم کەرتە بە شـــــێوەی دەیـــــی بەم شـــــێوەیە دەردەچێـــــت: ... $0.\mathbf{714285}714285714285$ کە دەبینـــــین ئەم چەنـــــد ژمـــــارەیە 714285 بە شـــێوەیەکی ڕێـــک و پێـــک بـــۆ هەمیشـــە دووبـــارە و چەنـــد بـــارە دەبێـــتەوە. ژمـــارەی لەم شـــێوەیەش، خۆناکرێـــت هەر ژمـــارەکەی تێـــدا بنووســـینەوە یـــاخود وا بەکـــاری بێنـــین، بـــۆیە دەکرێـــت پـــوختبکرێتەوە هاوشێوەی نمونەکەی پێشوو:

$$\frac{5}{7} = 0.\overline{714285}$$

کەرتی میسرییەکان:

میسرییەکان لە هەزارەی دووەمی پێش زاین، ڕژێمی کەرتی تایبەت بەخۆیان لەسەر بنچینەی نووسینی هیلۆگرافی ڕۆنا. ئەو کەرتانەشی ئەوان شێوەیان دەکرد، سەرەی کەرتەکانییان یەک بوو. بەڵگەش بۆ ئەمانە لە پاپیرۆسەکان دەردەکەوێت کە لە ئێستادا لە مۆزەخانەی بەریتانیان پارێزراوە. ئەو شێواز و نووسینەی کەرتەکان لە بەکارهێنان و خوێندنەوەدا زۆر ئالۆز و سەخت بوو، بەجۆرێک گەر کەسێک ڕاهێنانی لەسەریان وەرنەگرتبا، ئەوا نەیدەتوانی هەژمارێکی ورد و ڕاست بە جێبگەیەنێت.

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{3}{4}$

کەرتی میسرییەکان

میسرییەکان لەگەڵ ئەمانەش، هەندێک کەرتی تایبەت و خاسیان هەبووە، وەک $\frac{2}{3}$ بەڵام گشت کەرتەکانی دیکەیان، هەمووی سەرەیان یەک یەکە بووە-کەرتی یەکی، وەک: $\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{1}{11}$ یان $\frac{1}{168}$. ئەمانەش بریتیبوون لە کەرتە بنەڕەتییەکان کە هەموو کەرتەکانی دیکە دەکرا لەمانەوە گوزارشتی لێبکرێت. بۆ نموونە، گەر مەرامیان بووبێ ئاماژە بە کەرتێکی لەم شێوە $\frac{5}{7}$ بکەن، ئەوا کەرتی یەکییان بەکاردەهێنا بۆ ئەم مەبەستە، بەم شێوەیە:

$$\frac{5}{7}=\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{168}$$

لەکاتێکدا کە دەبوو چەندین 'کەرتی یەکی' لێکجودا بەکاربهێندرێت. لەم ڕژێمەشیان، تەنیا ڕێگایەکی تاقانەیان شک نەبردییە بۆ نووسینی

کەرتێکــــی دیـــاریکراو، بەڵکـــو هەنـــدێ جـــار ڕێگـــا و شـــێوازی جیاوازیـــان بەکارهێناوە، ڕێگایەک کە کورتر و پوختتر دەردەکەوێت وەک لەوەی تر:

$$\frac{5}{7}=\frac{1}{2}+\frac{1}{7}+\frac{1}{14}$$

ئەم شـــێوازەی میســـرییەکان، 'ڕیســـەکردنی میســـرییەکان[1]'ی پێـــدەوترێ، کە ئەمەش لەوەیە لە ڕووی کـــرداریيەوە ســـنوردار بێـــت، بەڵام ئەم ڕژێـــمە دواتـــر بـــووە بە ئیلهامێـــک بـــۆ نەوەکـــانی تـــر، بەتـــایبەت بـــۆ بیرکـــاریزانە پەتییەکـــان[2]، کە بەهـــۆی ئەم شـــێوازە و واری کردنـــی بەســـەر چەنـــد چەمکێکـــی تـــری بیرکـــاری، پرســـگەلێکی زۆری پـــێ چارەســـەرکرا و ڕووبەڕووی زۆرێـــک لە بەرەنگـــارییە بیرکارییەکـــان بـــوونەتەوە کە لە ئەمـــڕۆدا هەنـــدێکیان هەر بە شـــێکار نەکـــراوی مـــاونەتەوە. بـــۆ نمـــونە، شـــیکردنەوەی تەواو لە شـــێوازی گەڕان بەدوای کـــورتترین ڕیســـەکردنە میسرییەکان؛ لە لێکۆڵینەوە بە پیزە بیرکارییەکان چاوەڕێ دەکرێت.

---

[1] وشـــەی 'ڕیســـە' بە واتـــای 'درێـــژە پێـــدان بە شـــت' دێـــت. لە زمـــانی ئاخـــاوتنی ڕۆژانەش زۆر جـــار گوێمـــان لـــێ دەبێـــت و دەوتـــرێ: ئەوەنـــدەی مەڕیســـە. واتە ئەوەنـــدە درێـــژە مەدە بەو بـــابەتەی قســـەی لەســـەر دەکەی. ســـا ئـــالێرە، لەم قەوارەیە وشـــەی 'ڕیســـە' پـــێم وایە گونجـــاوە لە بەرامـــبەر '*Expansion*'. نووســـینی کەرتەکـــان بەهـــۆی ڕژێمـــی میســـرییەکان زۆر درێـــژەی دەبـــرد، بـــۆیە ئەو درێژکـــردنەوەیە ناومـــان نـــاوە 'ڕیســـەکردنی میســـرییەکان' کە بەرامـــبەر بە '*Egyptian expansion*' دامان ناوە. سەرچاوەی وشەکە: فەرهەنگی خاڵ.

[2] بیرکـــاریزانە پەتییەکـــان: ئەو بیرکاریزانـــانەن کە بـــابەت و بـــابەتی لێکۆڵینەوەکانیـــان، پەیوەنـــدی بە جیهـــانی دەرەوە نییە. کارەکـــانی ئەوان ســـوود و قـــازانجی بـــۆ ژیـــان و زانستەکانی دیکە نییە.

کورتەی بیرۆکەکە

ژمارەیەک لەسەر ژمارەیەکی دیکە

کارنامە

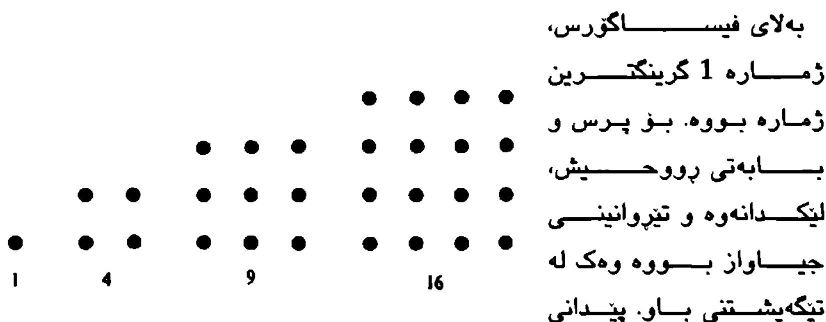
1800پ.ز	1650پ.ز	100
کەرتەکان لە کەلتووری بابلییەکان بەکارهات.	میسرییەکان 'کەرتی یەکییان' ڕۆنا و بەکاریان هێنا.	چینییەکان ئامێرێکیان دروستکرد بۆ هەژمارە کەرتییەکان.
1202	**1585**	**1700**
'فیبوناچی' ئەو هێمایە '-'ی لەسەر ژمارە دەییەکان بەکارهێنا و بلاویکردەوە.	'سایمۆن ستیڤن'[1] تیۆرییەکی دارشت لەمەڕ کەرتی دەیی.	هێڵی کەرت '___' بۆ گوزارشتکردن لە کەرتەکان، بووە بەکارهێنانێکی گشتی، وەک : a/b .

[1] *Simon stevin*

04 دووجا و ڕەگی‌دووجا

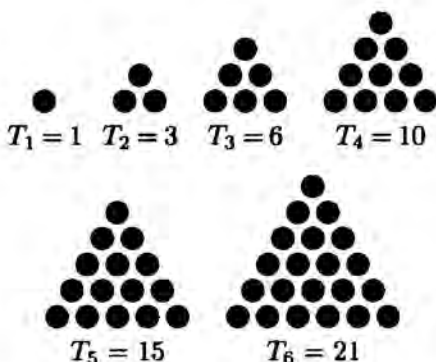
ئەگەر بە بەکارهێنانی خاڵ حەز بە دروستکردنی چوارگۆشە دەکەیت، ئەوا شێوازی بیرکردنەوەت کتومت لە شێوازی فیساگۆرسییەکان دەچێت (کەیفت بەخۆت نێ). ئەم دۆزینەوە و کارەش، خەڵات و پێزانینێک بوو بەهۆی ئەو هەستی برایانەی فیساگۆرسی کە پێشەنگ و سەرکردەکەیان فیساگۆرس بوو، ئەو پیاوەی کە بە بیردۆزەکەی دێتە بیرمان و لەتەمەنێکی کەم خۆی بە ئێمە ئاشنا دەکات. فیساگۆرس لە یۆنان لە شارۆچکەی سامۆس لەدایک بووە و بیروباوەڕە ئایینییە نێهاوییەکەشی لە باشوری ئیتالیا پەرەی سەند. فیساگۆرس لەو باوەڕە بووە کە بیرکاری کلیلی چیەتی گەردوونە.

بەلای فیساگۆرس، ژمارە 1 گرینگترین ژمارە بووە. بۆ پرس و بابەتی ڕووحیش، لێکدانەوە و تێڕوانینی جیاواز بووە وەک لە تێگەیشتنی باو. پێدانی



'خاڵ' بۆ چەندێتی ژمارەکان و ڕیزکردنیان لە پاڵ یەکەوە لە لایەن فیساگۆرسییەکانەوە، ئەنجام و بەرهەمی ناوازەی لێ کەوتەوە، بەتایبەت کاتێ بە شێوەی چوارگۆشەیی خاڵەکانیان ڕیز کرد (وەک لە وێنەی سەرەوە)، بۆیان دەرکەوت کە تەنیا چەند ژمارەیەک لە خاڵەکان دەتواندرێت شێوەی چوارگۆشەیی لێ دروست بکرێت، ئەوانیش: 1, 4, 9, 16, 25, 36, ...، ئەم ژمارانەش پێیان دەوترێت 'دووجا تەواوەکان' دیاریشە ئەم ژمارانە بە شێوەی خاڵ ڕیزدەکرێن و ئەم شێوەیە وەردەگرن. فیساگۆرسییەکان هەر بە شێوەی چوارگۆشە

نەوەستان، بەڵکو سەرنج و تێبینی شێوەکانی دیکەشیان دا، وەک: شێوەی سێگۆشە، پێنج لا (شێوەیەک کە پێنج لای هەیە) و چەندلایە ڕێکەکانی دیکەش (ئەوانەی چەندلایەکی زۆریان هەیە، شەش لا، حەوت لا... هتد).



ژمارە سێگۆشەییەکان، کاتێ بە خاڵ لێیان ورد دەبینەوە، وەک ئەوە وایە کۆمەڵێک بەرد بەسەریەکدا دابنێین و بە سێگۆشەیی بەرزی بکەینەوە. ژمارەی ئەو خاڵانەشی بۆ ئەم شێوەیە دەست دەدات، ئەم ژمارانەن:

$1, 3, 6, 10, 15, 21, 36, \ldots$

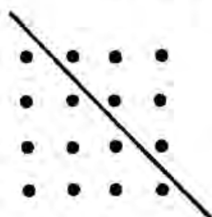
بۆ ئەوەی ژمارەیەکی سێگۆشەیی بدۆزینەوە و هەژماربکەین، ئەوا ئاسانە، بۆ نمونە: ژمارەی سێگۆشەیی 10 وەربگرین، کۆتا ڕیزی ئەم ژمارەیە 4 خاڵە، ئێستا 10 لەگەڵ 4 و 1ی بۆ زیاد دەکەین، دەبێت بە 15. بابزانین دوای 15 چی دێت، ئێستا لەبەر ئەوەی سێگۆشەی 15یی پێنجەم ژمارەی سێگۆشەییە، کەواتە ڕیزی کۆتایی 5 خاڵی هەیە، بۆیە ئێستا بەهەمان نمونەی پێشوو:

$$15 + 5 + 1 = 21$$

کۆکراوەی دوو ژمارەی سێگۆشەیی بەدوای یەکداهاتوو	
1+3	4
3+6	9
6+10	16
10+15	25
15+21	36
21+28	49
28+36	64

ئەگەر بەراوردێک لە نێوان ژمارە چوارگۆشەییەکان (دووجا) و ژمارە سێگۆشەییەکان بکەین، دەبینین کە ژمارە 36 لە هەردوو لا دەردەکەوێت، واتە ئەم ژمارەیە هەم سێگۆشەییە و هەم چوارگۆشەییە! ئەگەر 36 خاڵمان هەبێت، ئەوا لەم چەند خاڵە، سێگۆشە یان چوارگۆشەیەکی لێ دروست دەبێت. هەر ئەمەش نا، زۆر پەیوەندی سەرسوڕهێنەری تر هەیە لە نێوانیاندا هەیە. سەرنج بدە، ئەگەر هەر جووتێک لە

ژمـــارەی سێگۆشـــەیی یەکبەدوای‌یەک کـــۆبکەینەوە، چیمـــان دەســـت دەکەوێت؟! با ئەمە لەم خشتە ژمارەی سەرەوە (پەڕی پێشوو) ببینین.





هەر بەڕاســـت ئەمە ڕاســـتە! کـــۆکردنەوەی دوو ژمـــارەی یەکبەدوای‌یەکـــی سێگۆشـــەیی، ژمـــارەی دووجـــای تەواو دروســـت دەکـــات! دەتـــوانین ئەم ڕاستییە بەهـــۆی "ســـەلماندن بەبـــێ وشـــە"[1] ببینـــین وەک لە وێنەکـــان. ڕاســـتی ئەم شـــتە ئەمەیە: هەمـــوو چوارگۆشـــەیەک بە شـــێوەیەک؛ بە کەرتکردنـــی دەتـــوانین دوو سێگۆشـــەی لـــێ دروســـت بکەیـــن (ســـەرنجی وێـــنەکەی تەنیشـــت بـــدە). بەهەمـــان شـــێوەش ئەگەر دوو سێگۆشـــە پـــێکەوە بنوســـێنین کە لە ژمـــارەی خاڵەکـــان لێـــک جیـــاواز بـــن (دوو ژمـــارەی سێگۆشـــەیی یەک-بەدوای‌یەک)، ئەوا چـــوار گۆشـــەیەک دروســـت دەبێـــت. ئەمەش شـــتێکی ڕاســـت و بـــێ گـــرێ و گومـــانە. ســـوودی ئەم توانـــدنانە بە خـــاڵ، هەر ئەوەنـــدە نیـــیە، بەڵکـــو دەتوانـــدرێت ڕووبەریشـــی پـــێ هەژمـــار بکرێـــت. هەژمـــارکردنی ڕووبەری بەهـــۆی "هێڵکـــاری خاڵخـــاڵی"، هەربـــۆیە ڕووبەری شـــێوەیەکی چوارگۆشـــــەیی کە درێـــــژی لایەکـــــی 4 یەکە بێـــــت، دەکـــــاتە: $4 \times 4 = 4^2 = 16$ یەکە. بە شـــێوەیەکی گشـــتی ئەگەر درێـــژی لایەکـــی x بێت، ئەوا ڕووبەر دەکاتە x^2

چوارگۆشـــەی x^2 هەر لەم قەوارەیە نەمـــایەوە، بەڵکـــو بنەڕەتـــی شـــێوەی "بـــڕگەی هاوتـــا"یە، واتە نەخشـــەی $y = x^2$ شـــێوەکەی کـــراوەیەکە بـــۆ ســـەرەوە. شـــێوەی بـــڕگە هاوتـــاش گەلـــێ جـــار بینیوومـــانە، وەک شـــێوەی

[1] ســـەلماندنێکە هـــیچ ڕوونکـــردنەوەیەک بە وشـــە ناخـــاتە ڕوو، بەڵکـــو تەنیـــا بە وێـــنە-ئەنـــدازە بیـــرۆکە ســـەرەکییەکە پیشـــان دەدات. وەک چـــۆن کەســـێکی کەڕ و لاڵ تەنیـــا بە دەســـتەکانی و زمـــانی جەســـتە دەدوێـــت، ئەم شـــێوازەی ســـەلماندنیش بەهـــان شێوەیە. بەڵام ڕێگایەک نییە بۆ سەلماندن، لێ تەنیا بۆ ڕوونکردنەوەیە.

سینی سەتەلایت و لایتی پێشەوەی ئۆتۆمبێل. وەک دەزانین کە بڕگەی هاوتا تیشکۆی هەیە، بەم شێوەیە لە سینی سەتەلایت، لەمپا هەیە کە لە بەرزییەک لە سینییەکە و لە ناوەڕاستی سینییەکە دەبەستریت بۆ ئەوەی شەپۆلەکان وەرگریت کاتێک شەپۆلەکان بەر سینییەکە دەکەون، دواتر لە ناو لەمپایەکە کۆدەکریتەوە و بەهۆی ئامێری سەحنەکە دەبێتە شێوە و دەنگ، کە ئەمە گرینگی تیشکۆ دەردەخات.

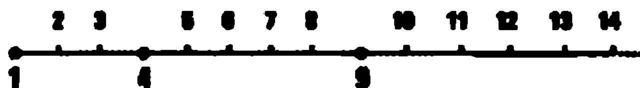
لە لایتی پێشەوە سەیارە، ئەگەر سەرنجمان دابێت، دیوی ناوەوەی شێوەی بڕگە هاوتایە و گلۆپەکەش لە ناوەڕاستی بڕگە هاوتایەکەدایە کە بە بیرکارییانە دەکاتە شوێنی تیشکۆ، ئەمەش لەبەر ئەوەی کە تیشکی گلۆپەکە مەودای پێویست بۆ شوفێر ڕووناک بکاتەوە. یان لە يارييە وەرزشییەکانی وەک تیر و کەوان، کە تیرەکە لە تیشکۆکەوە ناوەند دەکرێت، بۆ ئەوەی بە وردی ئامانجەکەی بپێکێت. گرینگی و سوودگەلێکی زۆری هەنە، بەڵام ئەوانەی باسکران، بەرچاوترینن لەوانەی هەستی پێ دەکەین. ئەمەش مشتێک بوو لە خەرەوارێک.

ڕەگی‌دووجا:

ئێستا ئەگەر ئێمە پرسیارەکە بە دیوێکی تردا بکەین، گەر بمانەوێت درێژی لایەکی ئەو شێوە چوارگۆشەییە بدۆزینەوە کە ڕووبەرەکەی بریتییە لە 16، چییە و چۆنە؟ دیارە کە وەڵامەکە زۆر بە سادەیی بریتییە لە 4. چونکە ڕەگی‌دووجای 16 بریتییە لە 4 و بەم شێوە دەینووسین: $\sqrt{16} = 4$.

سەبارەت بەم هێمایە $\sqrt{}$ کە بۆ دۆزینەوەی درێژی لایەکی شتێکی چوارگۆشەیی بەکاردێت، لە دەوروبەری ساڵەکانی 1500دا بۆ ئەم مەبەستە بەکارهات. هەموو ژمارە تەواوە چوارگۆشەییەکان، ڕەگەکانیشیان ژمارەی تەواون، وەک دەبینین کە: $\sqrt{1} = 1, \sqrt{4} = 2, \sqrt{9} = 3, \ldots$ بەم شێوەیە. بەڵام گەر لەسەر هێڵی ژمارەکان سەیری نێوان هەر دوو ژمارەیەکی دووجای تەواو بکەین،

دەبینین گەلێ بۆشایی-ژمارەی تر هەنە، وەک لەم وێنەی خوارەوە دەردەکەوێت.



بیرۆکەیەکی تر بۆ شوێنگرەوەی هێمای ڕەگی‌دووجا کە لەسەرەوە باسمان کرد، بریتییە لە توان، بەم شێوەیە:

$$\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$$

لە سەرەوە باسی ئەوەکرا کە ژمارە چوارگۆشەییەکان، ڕەگەکانیان ژمارەی تەواون، بەڵام ئەی چی دەربارەی ئەو ژمارانەی چوارگۆشەیی نین، ئایا ڕەگی‌دووجای ئەوان چییە و چۆنە؟ بۆ نموونە: $\sqrt{7} = 2.645751311 \ldots$، دۆزینەوەی ڕەگی‌دووجای هەر ژمارەیەک ئاسانکراوەتەوە و هەموو بژمێرەیەک (حاسیبە) دوگمەیەکی تایبەتی لەسەرە بۆ ئەم مەبەستە. دیارە ئەو ژمارانەی چوارگۆشەیی نینە، ڕەگەکانیان ژمارەی ناڕێژەییە.

با سەرنجی $\sqrt{2}$ بدەین. لە ڕاستیدا ژمارە 2 بەلای فیساگۆرسییەکانەوە ڕابردووەکی سەیر و سەمەرە و تا ڕادەیەکیش زۆر گرینگی هەیە، تەنانەت بۆ بیرکاریزانەکانیش بە شێوەیەکی گشتی. لایەنێکی ئەم گرنگییەش بەلایانەوە، ئەوەیە کە ژمارە "دوو" یەکەم ژمارەی جووتە و یۆنانییەکان بۆچوونیان وابوو کە ژمارە جووتەکان وەک مێینە و ژمارە تاکەکان وەک نێرینە وایە. ئەگەر بژمێرەکەت بگرینە دەست و $\sqrt{2}$ بنووسین بۆ ئەوەی ئەنجامەکەی بدۆزینەوە، دەبینین کە ئەنجام دەکاتە: 1.414213562 (زۆربەی ئامێرەکان تەنیا ئەوەندە ڕەنووسە دەیە نیشان دەدات) بەڵام ئایا هەر بەڕاست ڕەگی‌دووجای دوو دەکاتە ئەم ژمارەیە؟ بۆ ئەوەی لەمە دڵنیا بینەوە، ئەوا ئەگەر ئەم ژمارەیە جارانی خۆی بکەین، دەبێت 2مان پێبداتەوە:

$$1.414213562 \times 1.414213562 = 1.99999999999999$$

بەلام دەبینین کە 2ی پێنەدایەنەوە! ئەمەش واتای ئەوەیە کە ئەم ژمارەیە 1.414213562 تەنیا بە نزیکی ڕەگی‌دووجای 2ە، نەک بە تەواوی! ئەمە بۆچی؟ بۆچی ئەنجامی ئەو ژمارەیە بە نزیکەیی بۆمان دەردەچێت؟ هۆکاری ئەمەش، ئەوەیە کە $\sqrt{2}$ ژمارەکانی دوای فاریزە، بێ سنور و بڕانەوەیە و ئێمە تەنیا چەند ڕەنووسێکی لێ وەردەگرین، واتا لە بژمێرە تەنیا چەند ڕەنووسێکی دوای فاریزە نیشان دەدات، دەنا بە میلۆنەها ژمارەی دیکە هەیە و زۆر زیاتر لەو ژمارە گەورانەی ناومان هێنا، بەڕادەیەک بێ سنور! ئەم ژمارەیە $\sqrt{2}$ بەڕادەیەکی زۆر بۆ بیرکاریزانەکان گرینگ و جێگای بایەخە و بە هاوتای π و e دادەندرێت. بەلام گرینگی ئەمە لەوەدایە کە هەندێ جار بە "ژمارەی فیساگۆرس"ی بانگدەکرێت!

ئایا ڕەگی‌دووجاکان ڕێژەین؟

پرسیارکردن لەوەی کە ئایا ڕەگی‌دووجای ژمارەیەک (ژمارەی چوارگۆشەیی نەبێت) بە شێوەی کەرت دەنووسرێت؟ ئەوا وەڵامی ئەو پرسیارە پەیوەستە بە 'تیۆری پێوانە-ئەندازەگرتن' کە بە تیۆری یۆنانییەکان ناسراوە. وادابنێ کە دەمانەوێت درێژی نێوان AB بزانین (وەک لە وێنەکە نیشاندراوە) بۆ ئەوەی ئەم درێژییە بپێوین، دەبێت پێوەرێک-یەکەیەکمان هەبێت. وادانێ ئەو یەکەیە بریتییە لە CD کە بۆ پێوانی درێژی شتەکان بەکاری دێنین. ئێستاش دێین درێژی نێوان AB بەو یەکەیە دەپێوین، واتە بزانین AB بە قەد چەند CDیە (چەند CD دەکاتە درێژی AB). گرینگی بابەتەکە لێرەیە: درێژی AB بە چەند CD پڕ دەبێت؟ ئەگەر چەند لەبەرگیراوەیەکی CD درێژیAB پڕکرد، ئەوا باشە، ئەگەر پڕی نەکرد، ئەوا دێین لەبەرگیراوەیەکیAB زیاد دەکەین. دووبارە سەیر دەکەین بزانین $2AB$ بە چەندCD پڕ دەبێت. بۆنموونە ئەگەرAB بە چەند لەبەرگیراوەیەکی CD پڕنەبوو، بەڵام کاتێک هاتین ABی ترمان زیاد کرد (ئێستا دووAB هەیە) و ئەو دووAB یە بە 33 CD پڕ بوو، ئەوا ئەوکات دەڵێین: $2AB = 33$ کەواتە درێژی AB دەکاتە چەند؟ دیارە کە: $AB = \frac{33}{2}$ جا ئەگەر پێویستی بکردبا، ئەوا AB تریشمان زیاد دەکرد، بۆیە ئێستا زانیمان کە درێژی AB بە شێوەی کەرت دەنووسرێت: $\frac{m}{n}$. پاشان یۆنانییەکان کە بیردۆزی فیساگۆرسیان دەزانی، وتیان ئەگەر

سێگۆشـــەیەکی گۆشـــە وەســـتاومان هەبێـت، درێـژی بەرامـبەر و تەنیشـتی1 یەکە بێـت[1]، ئەی درێـژی ژێـیەکەی دەکـاتە چەنـد (وەک لە وێـنەی لاپەڕەی پێشـــوودا دیـــارە، درێـــژی ژێ بە AB هێمـــاکراوە) ئێســـتا بەهەمـــان ئەو شـــێوازەی ســـەرەوە گەر بمانەوێـــت ئەو درێـــژییە بـــدۆزینەوە، ئایـــا ئەو درێـــژییەش وەک هەمـــان ئەو نمـــوونەی پێشـــوو بە شـــێوەی m/n دەنووســـرێت؟ ئـێمە دەزانـین کە بە پێـی یاسـای فیسـاگۆرس ئەو درێـژییە دەکاتە ڕەگیدووجای دوو:

$$1^2 + 1^2 = (AB)^2 \rightarrow AB = \sqrt{2}$$

بـۆیە پرســـیارەکە لای ئەوان ئەوە بـــوو؛ کە ئایـــا $\sqrt{2} = \frac{m}{n}$؟ ڕەگـــی-دووجـای دوو دەکرێـت بە ڕێـژەی نێـوان دوو ژمـارەی تەواو بنووسـرێت؟ یۆنانییەکـــان لە ســـەرەتادا هەمـــان ئەو ڕێگـــایەی نمـــوونەی یەکەمیـــان جێبەجێکـــرد، بەڵام بـــۆ ڕەگـــیدووجـــای دوو، ئەنجـــامێکی وەک ئەویـــان بەدەســـت نەکەوت! ئەمەش واتـــای ئەوە بـــوو کە $\sqrt{2}$ ناتوانـــدرێت بە شـــێوە $\frac{m}{n}$ بنووســـرێت، ئەمەش واتـــا $\sqrt{2}$ ژمـــارەیەکی نـــاڕێژەییە و ڕەنووســـەکانی دوای فـاریزە ئەوەنـدە زۆرن، هەتـا بـڕۆی هەر ژمـارە هەیە و کۆتاییـان نـایە! لێـــرەوە یەکەم ژمـــارەی نـــاڕێژەیی لە دایـــک بـــوو و کەوتە بەر باســـی بیرکاریزانـــان[2]. ژمـــارەی "نـــاڕێژەیش" ئەو ژمـــارەیە کە ڕێژەیـــی نیـــیە و ناتواندرێت بە ڕێژەی نێوان دوو ژمارەی تەواو بنووسرێت.

---

[1] بیـــرمە کە مامۆســـتای ئـــازیز و خۆشەویســـت، ڕێـــز و سوپاســـم بـــۆی هەیە "م. شـــێرکۆ ڕەشـــید" ڕۆژێـــک پرســـیارێکی ئاراســـتە کـــردم و وتـــی: ئەزانـــی فیساگۆرســـییەکان چـۆن بیریـان بـۆ ڕەگیدووجـای دوو چـوو؟ ژمـارە ناڕێژەییەکـان چـۆن بەهـۆی چییـەوە دەرکەوتـن؟ ئیـدی منـیش کەمێـک بیـرم کـردەوە و وەڵامەکەم دەسـت کەوت بـێ هـیچ خوێنـدنەوە و زانینێکـی پـێش وەخـتە، ئێسـتاش خۆشـحاڵم کە هەمان وەڵامەکەم لەم پەرتوکەدا دەبینم.

[2] دەگێـــڕنەوە ئەو کەســـەی کە ئەو ژمـــارەی درکانـــد، کـــوژرا! چـــونکە لەســـەرەتادا فیساگۆرســـییەکان باوەڕیـــان بەو شـــتە نەکـــرد، بـــۆیە وتیـــان ئەمە دەبێـــت نهێنـــی بێـــت لە نـــاو گرووپەکەمـــان. پاراســـتنی نهێنـــیش یەکێـــک بـــووە لە بنەماکـــانی ئەو ئـــایینەی فیساگۆرســـییەکان. ئەو ئەندامەشـــی ئەو نهێنیـــیەی درکانـــد، دەبشـــێ هەر لەلایەن

ئایا $\sqrt{2}$ بە کەرت دەنووسرێت؟

لەسەرەوە زانیمان کە $\sqrt{2}$ بە شێوەی ڕێژەی نێوان دوو ژمارەی تەواو نانووسرێت. تا ڕادەیەکیش لە ڕێگای یۆنانییەکان تێگەیشتین کە بۆچی نانووسرێت. ئێستاش کاتی ئەوەیە بە شێوەی جەبرییانە دڵنیا بین (سەلماندن) کە $\sqrt{2}$ بە شێوەی ڕێژە نانوسرێت. ئەو سەلماندنەی خوارەوە کە دەیسەلمێنێت کە $\sqrt{2}$ ناڕێژەییە، یەکێکە لە جوانترین سەلماندنەکان بەلای زۆربەی بیرکاریزانەکان[1] و بە سەلماندنێکی زۆر جوان ناسراوە، ئەویش بەهۆی شێوازی سەلماندنەکە. شێوازی سەلماندنەکەش، ئەو شێوازەیە کە یۆنانییەکان گەلێکیان خۆش ویستووە، کە شێوازی سەلماندنەکە بە "سەلماندن بەهۆی دژەیەک" ناسراوە و بەکاردەهێندریت بۆ سەلماندنی زۆر ڕاستی بیرکارییانە. ئەم شێوازە سەلماندنە بەم جۆرەیە: ئێمە دێن پێچەوانەی ئەوە گریمان دەکەین کە دەمانەوێ بیسەلمێنین. دەمانەوێ بسەلمێنین کە $\sqrt{2}$ بە شێوەی $\frac{m}{n}$ نانووسرێت! ئێمە وا دادەنێین کە دەنووسرێت! دیاریشە وەڵامی ئەمە یان ڕاستە، یان هەڵەیە، لە لۆژیکیش وەڵامی نێوەندمان نییە، ئیلا دەبێت یەکێک لەو دوو وەڵامە بێت: ڕاستە یان هەڵەیە. ئەگەر دەرچوو ڕاستە، کەواتە $\sqrt{2}$ بە شێوەی $\frac{m}{n}$ دەنووسرێت، ئەگەر دەرچوو ئەو گریمانەیەی ئێمە ڕاست نییە، کەواتە $\sqrt{2}$ بە شێوەی m/n نانووسرێت. لێرە ڕەنگە پرسیارێکت بۆ دروست بێت، لە سەلماندنەکە بە چی دەزانین کە ڕاست نییە؟ بەوە دەزانین کە لە ناو سەلماندنەکە دوو شتی دژ بەیەکتر دروست دەبێت! دروست بوونی دوو شتی دژبەیەکیش واتای ئەوەیە ئەو گریمانەیەی لەسەرەتاوە کردووتە، هەڵەیە، بەڵکو پێچەوانەکەی ڕاستە.

فیساگۆرسییەکانەوە بە مردن سزا درابێت؛ لە بەرامبەر درکاندنی نهێنییەکە. هەتاکو لەگەڵ خۆیان بردییانە گەشتێک و بەبێ ئەو گەڕانەوە. هەندێ لە سەرچاوەکان دەڵێن: ئەو کەسە ناوی "هیپاسۆس"ی فیساگۆرسی بوو.

[1] بۆ منیش.

دوای گریمـــانەکە دەبێـــت بنـــاغەیەک دروســـت بکەیـــن، کە ئەمە گـــرینگە. بـــا دەست پێبکەین:

بیردۆز: $\sqrt{2}$ بە شێوەی $\frac{m}{n}$ نانووسرێت (ناڕێژەییە).

سەلماندن: وا گریمان دەکەین کە دەنووسرێت: $\sqrt{2} = \frac{m}{n}$ (ڕێژەییە).

* مـــــادام ژمـــــارەیەکی ڕێـــــژەییە، وای دادەنێـــــین کە n و m **کـــۆلکەی هاوبەشـــیان نیـــیە** و کەرتەکە ســـادەترین شـــێوەیەتی. ئێســـتا هەر دوولای ئەو هاوکێشەی سەرەوە دووجا دەکەین:

$$\left(\sqrt{2}\right)^2 = \left(\frac{m}{n}\right)^2 \rightarrow 2 = \frac{m^2}{n^2} \rightarrow m^2 = 2n^2 \qquad **$$

1- دەبینـــین کە هاوکێشـــەکە ژمـــارە 2ی تێـــدایە، 2 جـــارانی هەر ژمـــارەیەک، ژمـــارەیەکی جـــووت دروســـت دەکـــات، مـــادام وایە: $2n^2$ ژمـــارەیەکی جـــووتە، لەبەر ئەوەی ئەو ژمـــارە جـــووتە یەکســـانە بە m^2، کە واتە m^2ش جـــووتە، لەمەوەش دەگەینە ئەوەی کە **m جووتە.**[1]

2- مـــادام m ژمـــارەیەکی جـــووتە، ئەوا هەمـــوو ژمـــارەیەکی جـــووت دەتوانـــدرێت لەســـەر لێکـــدانی 2 و ژمـــارەیەکی دیـــکە بنووســـرێت: کەواتە: $m = 2k$ کاتێک k ژمارەیەکی تەواوە.

ئێستا هەردوو لای ئەم هاوکێشەیەش دووجا دەکەین: $m^2 = 4k^2$

ئێستا با بگەڕێینەوە بۆ هەنگاوی ** کە نووسیمان: $m^2 = 2n^2$

ئێستا لە شوێنی m^2 دەنووسین $4k^2$:

$$4k^2 = 2n^2 \rightarrow \mathbf{2k^2 = n^2}$$

بۆمـــان دەرچـــوو کە $2k^2 = n^2$ بەهەمـــان شـــێوەی خـــاڵی 1 مانـــای ئەوەیە کە **nیـــش ژمـــارەیەکی جـــووتە.** ئێســـتا n و m هەردووکیـــان جـــووتن، واتە کـــۆلکەی هاوبەشـــیان لە نێوانـــدا هەیە، کەچـــی ئـــێمە لە ســـەرەتادا یەکەم شـــت وتمـــان n و m هـــیچ کـــۆلکەی هاوبەشـــیان نیـــیە! ئەمەش دژی گریمـــانەکەی

[1] ئەگەر ژمـــارەیەکی تـــاک دووجـــا بکەیـــن، ئەوا ئەنجامەکەشـــی هەر تـــاک دەردەچێـــت، ئەمەش بەسە بۆ ئەوەی بڵێین کە m تاک نییە، واتە جووتە.

ئینمەیە. کەواتە ئەو گریمانەی لە سەرەتاوە کردبوومان کە $\sqrt{2}$ بە شێوەی $\frac{m}{n}$ دەنووسرێت، هەڵەیە و ڕاست نییە، کەواتە پێچەوانەکەی ڕاستە کە $\sqrt{2}$ بە ڕێژەی نێوان دوو ژمارەی تەواو نانووسرێت. ■[1]

بە شێوەیەکی گشتی $\sqrt{n}$ بە شێوەی کەرت نانووسرێت (ئەگەر n دووجای تەواو نەبێت) هەر ژمارەیەکیش بە شێوەی کەرت نەنووسرێت، ئەوا پێی دەوترێت "ژمارەی ناڕێژەیی". قەبارەی ژمارە ناڕێژەییەکانیش بێ کۆتان، واتا ناکۆتا ژمارەی لەم شێوەیەمان هەیە.

کورتەی بیرۆکەکە

ڕێگایەک بەرەو ژمارە ناڕێژەییەکان

کارنامە

1750پ.ز	525پ.ز	300پ.ز
بابلییەکان خشتەی ژمارە چوارگۆشەییەکانیان تۆمارکرد.	فیساگۆرسییەکان[2] بە ئەندازەییانە لێکۆڵینەوەیان لەو ژمارە چوارگۆشەییەکان کرد.	تیۆری ژمارە ناڕێژەییەکان لە بەرگی پێنجەمی "بنەماکانی ئیقلید"[3] خرایە ڕوو.
630	1550	1872
"براهماگوپتا" میتۆدێکی بۆ دۆزینەوەی ڕەگی دووجا ڕۆنا.	هێمای $\sqrt{\ }$ بۆ ڕەگی دووجا بەکارهات.	"ڕیچارد دیدکایند"[4] دەستی بە لێکۆڵینەوە کرد لە تیۆری ژمارە ناڕێژەییەکان.

[1] ئەو چوارگۆشە پڕە واتای ئەوەیە کە سەلماندنەکە کۆتایی هات.

[2] *Pythagoreans*

[3] *Euclid's Elements*

[4] *Richard Dedekind*

05 π

π گرینگتـرین و بەناوبـانگترین ژمـارە لە بیرکاریـدا. هەرچـی نەگـۆڕی دیـکە کە لە گەردوون و سروشـتدا هەیە، هەموویـان لە یـاد بـکە، π لەسـەر سـەرەوەی هەموویـانە. ئەگەر خەڵاتـی ئۆسـکار هەبـوایە بـۆ ژمارەکـان، ئەوا بێ شک و گومان π هەموو ساڵێک خەڵاتەی دەبردەوە.

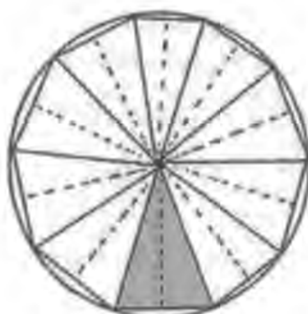


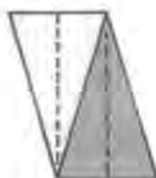
π یـان پـای، بـریتییە لە ڕێـژەی نێـوان چێـوەی بـازنە بـۆ تیـرەکەی (چێـوە دابەشـی تیـرە). هەڵگرتنـی پێشـگری "نەگـۆڕ" بـۆ ئەوەیە کە بازنەکەمـان چ بچـوک بێـت چ گەورە بێـت، ئەوا ئەم ڕێـــژەیە-ژمـــارەیە ناگۆڕێـــت و بە نەگـۆڕی دەمێنێـتەوە. ئەگەرچـی نیشـتینگە و پـێگەی π لە بـازنەدایە (کەوایە ئەم ژمـارەیە بە ئەنـدازەییانە دەدۆزرێـتەوە و پەیوەنـدی بە ئەنـدازەوە هەیە)، بەڵام لەهەمـوو شـوێنێک ئەم نەگـــۆڕە قەدرگـــرانە دەردەکەوێـــت، تەنـانەت لەهەنـدێ شـوێن خـۆی نمـایش دەکات کە هیچ باسێکی بازنەش لە ئارادا نییە.

ئەرخەمیدس لە سیراکۆس:

لە سـەدەکانی ڕابـردوودا، ڕێـژەی نێـوان چێـوەی بـازنەیەک بـۆ تیـرەکەی، بـابەتێکی سـەرنجڕاکێش و جێگـای بـایەخ و گرینگـی پێدان بـووە. بەنزیکەیـی 2000 سـال پ.ز بابلییەکـان لەم شـتە وردبـوونەوە، ئەویـش ئەوە بـوو کە ڕێـژەی چێـوەی بـازنەیەک بـۆ تیرەکەیـان بە 3 مەزەنـدەکرد. بەڵام دەسـپێکی ڕاسـتەقینە بـۆ بەهـای پـای، لە شۆڕشـەکەی ئەرخەمیـدس دەسـتی پێکـرد و تەکـانی دا، ئەمەش لە دەوروبەری 250 سـال پـێش زایـن. بەم هـۆیە و

چەنــدین هــۆی تــر، ئەرخەمیــدس بە بیرکــاریزانێکی پرشــنگ لە ئاســمانی بیرکــاری مــایەوە. بیرکاریزانەکــان زۆر پشــتگیر و پێداهەڵــدەری یەکــن و یەکتریــان خــۆش دەوێــت، بەم جــۆرە هەنــدێکیان ئەرخەمیــدس بە هاوتــای "گــاوس-شــازادەی بیرکــاری" و "نیــوتن"ی دادەنــێن و بەوان بەراوردیــان دەکەن. ئەوەشــی کە وادەکــات ئەرخەمیــدس شــایەنی ئەو مەدح و پێــزانینە بێــت، لەبەر ئەوەیە لە هەر پــۆلێکی بیرکاریــدا، ئەم کــابرایە شــوێن پەنــجەی هەیە و جێگــای دیــارە، واتە لە پانتــایی هەر یەک لە فیزیــا، گەردوونناســی، بیرکــاری و بگــرە دروســتکردنی چەک و تەقەمەنــی بــۆ مەبەســتی شــەڕ و جەنــگ، وەک دروســتکردنی ئــاگرگە، دارلاســتیک، نوێــڵ، ئــاوێنەی ســوتێنەر کە هەمــوو ئەمــانە بەکارهێنــدران بــۆ پارســتنی کەنــداوی ڕۆمانییەکــان بەرامــبەر بە دووژمــن. بەڵام ئەوەی کە ئەرخەمیــدس زیــاتر ناوبــانگی پــێ دەکــرد، هــات و هــاوارەکەیەتی بە نــاوی "ئوریکــا" ئەویــش کاتێــک لە حەمــام خەریکــی بیرکــردنەوەیە لە مەڕ دیــاردەیەکی فیزیــایی، هەر لەو کــاتە وەڵامــی پرســــەکە-دیــــاردەکەی دێــت بە مێشــکیا، ئەویــش لەخۆشــییا خــۆی لە بیردەکــات و بە ڕووتــی لە حەمــام هەڵــدێتە سەرشــەقام و هــاوار دەکــات "ئوریکــا، ئوریکــا" کە بە واتــای "دۆزیــمەوە، دۆزیــمەوە" دێــت. باشــە ئەی ئەبێــت بــۆ دۆزینــەوەی پــای چ ئاهەنــگ و خۆشــییەکی گێڕابێــت؟ ئــێمە وتمــان π دەکــات ڕێــژەی نێــوان چێــوە و تیــرەی بــازنە، بەڵام ئایــا ئەمە ئەو پێوســتییە بــۆ هەژمــارکردنی ڕووبەری بــازنەیەک؟ وەک دەزانــین ڕووبەری بــازنەیەک کە نیــوە تیــرەکەی r بێــت، ئەوا ڕووبەر دەکــاتە: πr^2 کە ئەمەش دەشــێ باشــتر و ناســراوتر بێــت وەک لە مانــای ڕاســتەقینەی π. بەم هــۆیەش پــای دوو ئەرک بەجــێ دەگەیەنێــت، ئەویــش هەژمــاری چێــوەی بــازنە و ڕووبەری بــازنە. کەوایە ئەمە چــۆن؟ ئەگەر بمــانەوێ ببینــین؟ ئەگەر بــازنەیەک بێنــین و چەقەکەی دیــار بکەیــن، پاشــان نــاو بــازنەکە بە پێــی





چەقەکەی بــۆ چەنــد سێگۆشــەیەکی یەکســان دابەش بکەیـن کاتێـک b بـنکەی سێگۆشـەکان بێت و، بەرزی سێگۆشــەکانیش بە نزیکـی بکـاتە نیـوە تیـرەی بـازنەکە r. هەمـوو سێگۆشـەکان بەیەکەوە شـێوەی چەنـدلایەک (زیـاتر لە سـێ لا) دروسـت دەکەن، ئـێمەش دەزانــین ڕووبەری چەنــدلایەکان دەکـاتە چەنـد و چۆن دەدۆزرێتەوە، بۆیە لەم کـاتە ڕووبەری بــازنەکە بە نزیکەیــی دەکــاتە ڕووبەری چەنـدلایەکە، چـونکە لەم بـارەدا چەنـد نـاوچەیەک هەژمـاری بۆ ناکرێت (ئەو ناوچـانەی دەکەونە بـن بــنکەی سێگۆشــەکان) وەک لە وێـنەکەش ڕوونتــر دیـارە، چـوەی بـازنەکەش دەکـاتە چێـوەی چەنـد لایەکە بە نزیکەیــی، بەڵام ئەگەر بێــت و ژمــارەی سێگۆشــەکان زۆر زیــاتر بکەیـن، بـۆ نمـونە ئەگەر هەزار سێگۆشــە زیـاد بکەیـن، ئەوا ئەو ناوچــانەی کە لە کــاتی هەژمــارکردنی ڕووبەری چەنــدلایەکە فەرامۆشــکرا بــوون، بچـوکتر دەبێـتەوە، لەم بـارەش ئەگەر ڕووبەری چەنـدلایەکە هەژمـار بکەیـن، نرخێکــی باشــترمان دەســت دەکەوێـت وەک لە جـاری پێشــوو. بە پــێکەوە بەســتانی هەر دوو سێگۆشــەیەکی هاوســـێ، لاکێشــەیەکمان دەســت دەکەوێـــت (وەک لەبەشـــی خـــوارەوەی وێـــنەکە) کە ڕووبەری ئەم لاکێشــەیەش دەکــاتە $b \times r$. وتمـان ئەگەر 1000 سێگۆشــە زیـاد بکەیـن کە بەرزی و بــنکەی سێگۆشــەکانیش دەزانــین، بــۆیە ئێســتا ڕووبەری نــاو بازنەکە بە نزیکەیی دەکات کۆی ڕووبەری هەموو سێگۆشەکان:

$$\text{ڕووبەر} = 1000 \times \frac{1}{2} \times b \times r = 500 \times b \times r$$

لێـرەدا $500 \times b$ دەکــاتە πr کە بــرێتییە لە درێــژی هەمــوو لاکێشــەکان بەیەکەوە، کەواتە ڕووبەری چەنــدلایەکە دەکــاتە $\pi r \times r = \pi r^2$. هەتــاکو سێگۆشەی زیاتر وەربگرین، زیاتر و زیاتر لە بەهای پای نزیکدەبینەوە.

ئەرخەمیــدز لە خەملانــدنی پــای، بەهــای ئەم نەگــۆڕەی لە نێــوان دوو ژمــارە ســنووردار کــرد، واتــا بەهــای پــای لە نێــوان ئەم دوو ژمــارەیە دایە، ئەوانــیش $\frac{223}{71}$ و $\frac{220}{70}$. بــۆیە زۆرجــار دەڵێــین کە بەهــای پــای بە نزیکەیــی دەکــات $\frac{22}{7}$، ئەمەش ئەوەیە کە ئەرخەمیــدز بە نزیکەیــی ئامــاژەی پێکــردبیە[1]. ســـەبارەت بەم هێمــایە π، دانــان و تەرخــانکردنی بــۆ بەهــای پــای، دەگەڕێــتەوە بــۆ 'ویلییــام جــۆنس' کە بیرکــاریزانێکە لەســەدەی هەژدەهەم بــوو بە ســەرۆکی کــۆمەڵەی شــاهانەی لەنــدەن. بەڵام ئەوە بیرکــاریزانی نەمــر 'ئــۆیلەر' بــوو کە ئەم هێمــایەی جێگیرکــرد لە نێــو نووســین و کارەکانیــدا وەک ڕێژەی نێوان چێوەی بازنە بۆ تیرەکەی، بەکاری هێنا.

بەهای ڕاستەقینەی π:

بەهەمــان چەشــنی ڕەگــیدووجــای دوو $\sqrt{2}$ هەرگیــز نــازانین نرخــی ڕاســتەقینەی π چــیە، یــاخو دەتــوانین بڵێــین کە بە نــرخە ڕاســتەقینەکەی نــاگەین، چــونکە π ژمــارەیەکی نــاڕێژەییە و بیرکــاریزان 'جــۆهن لامبیــرد' لە ســاڵی 1768دا ئەم شــتەی ســەلماند. لەمەو پێشــیش باســی ئەوەمــان کــرد کە ژمــارەی نــاڕێژەیی چــیە، واتە درێژبــوونەوەی ژمارەکــانی دوای فــاریزە بــێ بــڕانەوە و بە شــێوەیەکی ناڕێــک و هــیچ شــێوە ســازییەکی دووبــارەکی تێــدا نییە. 20 خانەی دەیی π ئەمەیە:

$$\pi = 3.14159265358979323846 \ldots$$

لە دەوروبەری 600 پــێش زاینیــی، بیرکــاریزانی هینــدی' براهماگوپتــا' بەهــای $\sqrt{10} = 3.162277660168 \ldots$ خەملانــد بــۆ π. ئەم بەهــایەش باشــتر و نزیکتــر بــوو وەک لەو بەهــایەی کە بابلییەکــان خەملانــدبوویان کە 3 بـــوو، ئەمەش زۆر جیـــاوازە لەم بەهـــای π کە ئێســـتا زانـــدراوە.

---

[1] ئەمە نرخــی ڕاســتەقینەی پــای نیــیە، بەڵکــو بە نزیکراوەیــی دەکــاتە ئەو ژمــارەیە، وەیــان بــۆ ئاســانی وەهــا دەنووســین، دەنــا پــای ژمــارەیەکی نــاڕێژەییە و بە شــێوەی کەرت نانووسرێت.

π دەتوانـدرێت دەرببڕدرێـت بەهـۆی نووسـینی زنجیـرەیەک لە ژمـارە کە یەکێک لە ناسراوترینییان ئەمەیە:

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \cdots$$

دیاریشـە ئەگەر هەردوو لای زنجیـرەکە جـارانی 4 بکەیـن، ئەوا لەلای چەپ تەنیـا π دەمێنێـتەوە. لەلای ڕاسـتیش هەر ڕادەیەک لابەریـن، ئەوە کەمو کوڕی دەکەوێتە بەهای ڕاستەقینەی π.

بیرکـاریزان "ئـویلەر" زنجیرەیەکـی زۆر سەرنجڕاکێشـی دۆزیـیەوە کە نزیکبوونەوەیە بۆ π:

$$\frac{\pi^2}{6} = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{4^4} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{6^2} + \cdots$$

هەروەهـا بیرکـاریزانی هینـدی، کە هەنـدێک کەس بە مـوعجیزە نـاوی دەبەن، ئەویـش "ڕامانووچـان"[1] ڕێسـایەک یـاخود فۆرمـولەیەکی بـۆ ئەم ژمـارەیە ڕۆنـاوە بە شـێوەیەکی نزیکەیـی، دەسـتورەکەی ئەمـیش شـتێکی جیاواز لەخۆدەگرێت، ئەویش بەهۆی $\sqrt{2}$ کە ئەمەی خوارەوەیە:

$$\frac{9801}{4412}\sqrt{2} = 3.14159273001330566031399618890\ldots$$

بیرکاریزانەکـان بەرامـبەر ئەم ژمـارەیە (پـای) شـۆکن! بیرکـاریزان "لامبێـرت" ئەوەی سـەلماند کە ئەم ژمـارە ناتوانـدرێت بە ڕێـژەی نێـوان دوو ژمـارەی تەواو (کەرت) بنووسـرێت، دەریخسـت کە ئەم ژمـارەیە ژمـارەیەکی نـاڕێژەییە. لە سـاڵی 1882دا، بیرکـاریزانی ئەڵمـانی "لینـدمان" یەکێـک لە پرسـە زۆر تـایبەت و نایابـانەی یەکلاکـردەوە کە لە شیکارەکەشـی πی ڕۆڵـی گێڕابـوو. ئەویـش ئەوە بـوو کە π ژمـارەیەکی "نـاجەبرییە" واتە π نـابێتە شـیکار بـۆ ڕادەدارێـک کە کۆلکەکـانی ڕادەدارەکە ژمـارەی ڕێژەیـی بـن- نـابێتە شـیکار بـۆ هاوکێشـەیەکی جەبـری (ڕادەدار). دوابەدوای چارەسـەرکردنی ئەم مەتەڵە، "لینـدمان" پرسـی "دووجـاکردنی- بـازنە"ی تـاوتوێ کـرد! پرسـەکەش ئەمە بـوو: ئایـا دەکرێـت چوارگۆشـەیەک

[1] *Servant Ramanujan*

و بـــازنەیەک هەمـــان ڕووبەریـــان هەبێـــت؟ "لینـــدمان" بەهـــۆی بەڵگەیەکـــی بیرکارییـــانە پیشـــانیدا کە ئەمە ناتوانـــدرێت تەواوبکرێـــت، بەڵام لە ئێســـتادا دەزانین کە دووجاکردنی بازنە شتێکی ئەستەمە و ناکرێت.

هەژمـــاری ڕاســـتەقینەی π هەر بەم والایـــیە بەردەوام بـــوو. لە ســـاڵی 1853دا، "ولیـــام شـــانکس"[1] بانگەشـــەی ئەوەی کـــرد کە 607 ڕەنووســـی ڕاســـتی بـــۆ پـــای هەژمـــارکردییە، بەڵام دوایـــی دەرکەوت کە تەنیـــا 527 ڕەنـــوس ڕاســـت بـــووە. لە ســـەردەمی هـــاوچەرخ، بەهـــۆی پێشـــکەوتنی بـــواری کۆمپیـــوتەر و بەرنامەکـــانی کۆمپیـــوتەر، هەژمـــارکردنی ڕەنووســـەکانی پـــای هەنگـــاوی زۆر زۆر گەورەی نـــا. لە ســـاڵی 1949دا، نـــزیکەی 2037 ڕەنووســـی پـــای ئاشـــکرا کـــرا، کە ئەم هەژمـــارکردنەش نـــزیکەی70 کـــاتژمێری بـــرد بەهـــۆی کۆمپیـــوتەری *ENIAC* دواتـــر لە ســـاڵی 2002دا، هەنگـــاوێکی زۆر گەورە لە مەڕ ئەم باســـە نـــرا، ئەویـــش کە تـــوانرا 1,241,100,000,000 ڕەنـــووس بـــدۆزرێتەوە بە شـــێوەیەکی ڕاســـت و دروســـت. ئەو هەژمـــارەی کە "شـــانکس" دەری خســـتوو کە 607 ڕەنـــووس بـــوو، درێـــژی ئەو ژمـــارەیە 14 مەتـــر دەبـــوو ئەگەر هەمـــووی بنووســـین و دواتـــر بە یەکەی مەتـــر بیپێـــوین. بەڵام ئەو ئەنجـــامەی ســـاڵی 2002، ئەوەنـــدە درێـــژە کە ئەگەر 62 خـــول بەدەوری زەوی بســـوڕێتەوە، ئینجـــا ژمارەکـــان تەواو دەبێت!

هەر لەســـەرەتای لەدایـــک بـــوونی ئەو ژمـــارەیە، تـــا ئەم ســـاتەی ئێســـتاش، بەردەوام پرســـیاری جیـــاواز لەســـەر ئەم ژمـــارەیە دەکرێـــت و وەڵام دەدرێـــنەوە. بـــۆ نمـــونە یەکێـــک لە پرســـیارەکان: ئایـــا ڕەنووســـەکانی π لە گـــۆترەیە-هەڕەمەکیـــیە؟ ئایـــا هەر یەکبەدوای‌یەکێکـــی ژمـــارەیی بڵێـــین ئەوا لە نـــاو ڕەنووســـەکانی π بـــوونی هەیە؟ بـــۆ نمـــونە ئەم شـــێوەیە: 0123456789 لەو نـــاو π هەیە؟ لە ســـاڵی 1950دا، وەڵامـــی ئەم پرســـیارانە بە نەزانـــراوی ســـەریان نـــابوویەوە. هـــیچ کەســـێک لەو کـــاتە بەو 2000ی ڕەنووســـەی π کە زانرابـــوو، نەیـــانتوانی وەڵامـــی ئەو چەنـــد

---

[1] *William Shanks*

پرسیارە بدەنەوە. دواتر لە لایەن بیرکاریزانی هۆڵەندی 'برۆویر'[1] وتی: ئەم پرسیارانە لە ناوەڕۆکدا بەتاڵ و پوچن! چونکە لەو بڕوایە بوو کە ئەم جۆرە پرسیارانە ناتواندرێت لە هەمبەر ژمارە ناڕێژەییەکان ئەزموون بکرێت. بەلام لە ساڵی 1997 کە 17,387,594,880 ڕەنووسی π زانرابوو، ئەوا بەر لە یەک خولی تەواو بە دەوری زەوی، لە 3000 میل، وەلامی ئەو چەند پرسیارە درانەوە. یان بە درێژایی 600میل لە ڕەنووسەکانی π، دە ژمارە بەدوای یەکتر بەدی دەکرێت! بەلام بۆ دۆزینەوەی دە ژمارە 7 بەدوای یەکتر، پێویست بوو ڕەنووسەکانی π بە درێژی 3600 ڕەنووس بشکێنین تا ببینین کە ئەم ژمارەیە بوونی هەیە یان نا.

پای لە ناو هۆنراوە

هەم، چ شتێ، چ نرخێک
پێناسەکرا بۆ نەگۆڕی مەزنی پای؟
ژمارە ڕازاوەیە نایابەکەی بیرکاری!
ژمارەیەکە زۆر دڵ باش، میهرەبان
وەکو گوڵێکە لە جوانیی،
باشە کام شێت عاشقیەتی؟
وەک من هەمیشە شەیدایەتی؟
(ش)

[2]

---

[1] *Brouwer*

[2] لە وەرگێڕانی هۆنراوە ئینگلیزییەکە بۆ کوردی، ئامانجی هۆنراوەکە ون دەبوو، بۆیە بە باشمانزانی کە دووبارە بە زمانی کوردی هۆنراوەیەک بنووسین و ئامانجەکەی تێدا جێ بکەینەوە.

ژمــارەی پیتەکــانی هەر وشــەیەک (لە هــۆنراوەکە) یەکبەدوای‌یەک، چەنــد ڕەنووســێکی ســەرەتای پــای نیشــاندەدات. بــۆر (،) و نیشــانەی ســەیرەک[1] (!) و پرســـەک (؟)، هەژمارنــاکرێن. ڕەنــگە ئەزبەرکردنــی ژمارەکــانی ســـەرەتای ژمــارەی π ئاســان نەبێــت، بــۆیەش بــۆ ئەوەی چەنــد ژمــارەیەکی ڕەنووســە ســــەرەتاییەکانی π لە بیــر بێــت، ئەو چەنـــد هـــۆنراوەیەک هەن یارمەتیـــت دەدەن بـــۆ ئەم مەبەســـتە. فێرکردنـــی بیرکـــاریش لەم ڕێـــگەیە بە هـــۆی هــۆنراوە و پەخشــان و ئەم شــتانە، شــێوازێکی دێــرینە و ئەم شــێوازە پێــی دەوترێت "ڕێگای یارمەتیدەری یادگە".

گرینگی π:

بەکارهێنـــــانی π لە کـــــوێی دەردەکەوێـــــت و زانینـــــی ئەم ژمـــــارەیە چ ســـوودێکی هەیە؟ پـــاش هەمـــوو ئەو شـــتانەی باســـکران، بەکـــاربردنی ئەو ژمــارەیە، بە نزیکەیــی بەرکاردێــت. بــۆ نمــونە لە زۆربەی هەژمارەکــان، تەنیــا دە ڕەنووســــــــی ژمــــــارەکە بەکاردەهێنــــــدرێت. هەر بــــــۆیە لە زۆربەی هاوکێشــەکان یــان بــوارە کردارییەکــان، ئەو بەهــا نــزیکەییەی ئەرخەمیــدس کە 22/7 بەکاردەهێنــدرێت. بەڵام یەکێـــک لە ســـوودە زۆر گەورەکـــانی ئەو ژمـــارەیە، بـــۆ زانینـــی توانـــای کۆمپیـــوتەرە، ئەو کۆمپیـــوتەرەی بتوانێـــت زۆرتـــرین ڕەنوســـی پـــای بـــدۆزێتەوە، ئەوا بەهێزتـــرینە بە بەراورد بەوانەی ژمـــــارەیەکی کەمتـــــر دەدۆزنەوە. لەلایەکــــی تــــر، هەنــــدێ گرووپــــی بیرکاریزانەکـــان پـــای دەکەن بە مـــۆرکێکی گرووپەکەیـــان یـــان شـــتێک لە کەسایەتی خۆیان و خۆیان بە "هاوڕێیانی پای" ناودەبەن.

ســــەرەڕای ئەمەش، چیرۆکێکــــی گەلــــێ نــــامۆ لە مەڕ π هەیە لە لایەن یاســادانەرانی ولایەتــی ئینــدیانا. چیــرۆکەکەش ئەوەیە کە ویســتویانە جۆرێــک لە دراوی کـــانزایی دروســـت بـــکەن بە شـــێوەیەک کە ڕاســـتییەکی بیرکارییـــانەی پـــێ دەربـــخەن، کە بیـــرۆکەکەش ئەمەیە: بە چوارگۆشـــەکردنی بـــازنە بە پاراســـتنی بەهـــای π. بەڵام ئەوەنـــدەی هەوڵ دەدەن و دێـــن و

---

[1] سەرسوڕمان

دەچن، ئەمە سەرناگرێت و هەردەم هەڵە دەکەوێتە لێکدانەوەکانیان. ئەم ڕووداوەش لە کۆتاییەکانی سەدەی نۆزدەهەم ڕوویدا و هەوڵەکەش لایەن دکتۆر 'گودوین'[1] بوو. بۆ فەراهەمکردنی ئەم جۆرە دراوە، کە پێشی وابوو شتێکی ڕێتێچوو دەبێت؛ دیاریشە خستنەوەی جۆرێکی تازەی دراو، پێوستی بە دەنگدان و ڕازیبوونی کۆمەڵەی یاسادانەرانی ئەو وڵاتە هەیە، کاتێکیش پرسەکە بەوان گەیشت، پرسەکە هەر بێ ئاکام مایەوە و هەوڵی دکتۆرەکەش چروکی هێنا! هۆکاری ئەمەش ئەو نەزانی و بێ هەواڵییە بوو لە مەڕ π. بۆیە لەم ڕۆژەوە، سیاسەتمەداران و یاسادانەرانی وڵات، بۆ هەمیشە لە π دوورکەوتنەوە. لە بەرامبەر ئەم ژمارەیە بۆ ئەبەد خۆیان کەرەنتینەکرد!

کورتەی بیرۆکەکە

کاتێ π سەربەڕەڵا بوو

کارنامە

2000 پ.ز	250 پ.ز	1706
بابلییەکان بەهای 3یان بۆ π مەزەندەکرد.	'ئەرخەمیدز'[2] بەهایەکی زۆر نزیکی بۆ π مەزەندەکرد، ئەویش $\frac{22}{7}$.	'ولیام جۆنس'[3] هێمای π ئەرخانکرد بۆ ڕێژەی چێوە بازنە بۆ تیرەکەی.
1761	1882	
'لامبێرت'[4] سەلماندنی کە π ژمارەیەکی ناڕێژەییە.	'لیندمان'[5] سەلماندی کە π ژمارەیەکی ناجەبرییە.	

[1] *Goodwin*
[2] *Archimedes*
[3] *William jones*
[4] *Lambert*
[5] *Lindemann*

06 e

e نەگۆڕێکی دیکەی تازە لە دایک بووە بە بەراورد بە نەگۆڕەکانی تر، یەکێک لە ژمارە سەرەکیی و گرینگەکانی بیرکاری، تاکە ڕکابەری نەگۆڕی π. ئەگەرچی π خاوەن شکۆ و هەیبەتێکی بەرزە و لە دێر زەمانەوە لە لای بابلییەکانەوە هەبووە، بەلام e لە مێژوو ئەوەندە ڕوونەچووە و ئەرکێکی ئەوەندە سەخت و دژواری نەبوو. e نەگۆڕێکی[1] فەریک و چالاک، هەرکاتێ بابەتی 'گەشە' لە ئارادابێت، ئەویش لە مەیدانەکە دەبێت. لە بابەتەکانی ئابوورە، پارە (دراو)، یان لە بڕە فیزکییەکان، لە بابەتی گەشە، زۆربوون یان دەرچوون-بلاوبوونەوەی تیشک و شیبوونەوە، هەمی ئەوانە e لەخۆدەگرێت.

ئەم نەگۆڕە e بە نزیکەیی نرخەکەی دەکاتە: 2.71828. باشە بۆچی ئەم ژمارەیە هێندە تایبەتە؟ ئەگەرچی ئەم ژمارەیە هەروا بە هەڕەمەکی نەدۆزراوەتەوە، بەلام یەکێکە لە نەگۆڕە ماتماتیکییە هەرە مەزنەکانە شان بە شانی π. ئەم ژمارەیە، بۆ ڕوونکردنەوەی سەدەی حەڤدەهەم بەولاوە دەرکەوت، لەکاتێک کەبەشی هەرە زۆری بیرکاریزانەکان، هێز و توانای خۆیان خستە گەڕ بۆ ڕوونکردنەوە و هێنانەبوونی بیرۆکەی 'لۆگاریتم'، ئەم داهێنانە مەزن و زیرەکانەیەش، ڕۆشناییەک بوو کە وای کرد لێکدانی ژمارە گەورەکان؛ زۆر ئاسان ببێتەوە.

بەلام چیرۆکی ئەم ژمارەیە، لە ڕاستیدا لەسەرەتای سەدەی حەڤدەهەمەوە دەست پێ دەکات. سەدەی بووژانەوەی بازرگانی. خێزانی 'برنۆلییەکان' خانەوادەیەکی سویزلەندی زەنگین و بە خێزان بیرکاریزان

[1] خالی هاوبەشی نێوان e و π ئەوەیە هەردووکیان ناڕێژەین و ناجەبرین، بەلام جیاوازی زەقی نێوانیان، ئەوەیە ناتواندرێت e بە شێوەی ئەندازەییانە پیشانبدرێت وەک چۆن کە بۆ π دەتوانین.

بـــوون. لە نـــاو ئەم خـــانەوادەیەدا "جـــاکۆب برنـــۆلی"[1] چـــالاکترین بـــوو، بەم هـــۆیەش لە دەوروبەری 1683 دەســـت بە کـــار و توێژینەوەکـــانی دەکـــات لە هەمبەر پرسێکی هەنووکەیی، ئەویش پرسی "سوود و قازانج".

پارە، پارە، پارە:

بـــۆ ئەوەی بـــزانین e چـــیە لە ڕووی نـــاوەڕۆکەوە، بـــا ســـەرنجی ئەم نمـــونەیە بـــدەین. وادانـــێ $1 مـــان هەیە و دەمـــانەوێ ڕێـــژەی ســـووی ئەم دۆلارە تەنیـــا لە مـــاوەی یەک ســـاڵی تەواودا بـــزانین. ئەم دۆلارە بەهـــای ســـەرەتاییە و پێـــی دەوتـــرێ "بنەمـــای خستنەســـەر" ئـــێمە ئەو بنەمایەمـــان تەنیـــا دەکـــاتە $1 (لەم نمـــونەیە). واش دادەنێـــین کە بەهـــای قـــازانجەکە لە مـــاوەی ئەم ســـاڵە 100%. کەوایە ئەم دۆلارە لە مـــاوەی ســـاڵەکە دۆلارێکـــی تـــری دێـــتە ســـەر و لە کۆتـــایی ســـاڵ پارەکەمـــان دەبێـــت بە $2، چـــونکە ڕێـــژەی ســـوودەکە لە مـــاوەی 12 مانـــگ سەداســـەد بـــوو. ئێســـتا بـــا ئەو ســـاڵە دابەش بکەیـــن بـــۆ دوو بەش، شـــەش مـــانگی یەکەم و شـــەش مـــانگی دووەم، کەوایە ڕێـــژەی ســـوودەکەش دەبێـــتە نیـــوە واتە 50%. دیســـان لە دۆلارێـــکەوە دەســـت پـــێ دەکەیـــن. ئەو دۆلارەی هەمـــانە لە کۆتـــایی شـــەش مـــانگی یەکەم نیـــوەی خـــۆی قـــازانج دەکـــات (چـــونکە ڕێـــژەکە بـــوو بە 50%) واتە $0.5 قـــازانج دەکـــات. لە کۆتـــایی شـــەش مـــانگی یەکەم $1.5مـــان هەیە. ئێســـتا ئەو $1.5 دەچێـــتە نـــاو شـــەش مـــانگی دووەم تـــا قـــازانج بکـــاتەوە. لە کۆتـــایی شـــەش مـــانگی دووەم $1.5 وەک خـــۆی دەمێنێـــتەوە و نیـــوەی ئەو پـــارەیەش $0.75 دێـــتە ســـەر، ئەمەش واتـــا لە کۆتـــایی ســـاڵ دۆلارەکەمـــان دەبێـــت بە $2.25 دۆلار. ئەمە لە کاتێـــک کە ســـاڵەکەمان کـــردە دوو بەش، ئەگەر بێـــت زیـــاتری بکەیـــن بـــۆ ســـێ، چـــوار،... بەش، ئەوا بەهـــاکە زیـــاد دەکـــات و وردە وردە لە بەهـــای e نزیـــک دەبێـــتەوە. بـــۆیە لە دوو قۆناغـــدا بە بەراورد بە یەک قۆنـــاغ، 25 ســـەنت لە ســـوودەکە زیـــادی کـــرد. ئەگەر $10,000 هەبێـــت،

[1] *Jacob Bernoulli*

ئەوا لە دوو قۆناغـــدا $2,250 دێـــتە ســـەر. نمـــوونەی یەک دۆلارەکە بە 4 قۆناغ، دەبێتە $2.44141.

بەڵام پرســـیارەکە ئەوەیە، ئایـــا هەتـــا قۆناغەکـــان زیـــاتر و زیـــاتر بەش بکەیـن، ئەمە واتـای ئەوەیە ئـێمە دەبیـنە ملیـۆنێر؟ چـونکە دەبینـین بە چـوار قۆناغ پارەکە زیاد دەکات، هەر کە قۆناغ زیاد بکەین ئەویش زیاد دەکات؟

بەڵام لە راســـتیدا ناتکـــات بە ملیـــۆنێر، چـــونکە تەنـــانەت ئەگەر ناکۆتـــا قۆنـــاغیش زیـــاد بـــکەی، ئەوا ئەم پرۆســـەیە لە نرخێـــک ســـنووردار دەبێـــت و لەمە زیـــاتر نابێـــت. وەک لەم خشـــــــتەیەی تەنیشـــــــت روونکـــــــــــــراوەتەوە. ئەو ســـنورداربوونەش لە نـــرخێکە کە بیرکاریزانەکـــان پێـــی دەڵـــێن e، وەک لەســـــەرەوە باســـــمان کـــــرد. ئەم پرۆســـەیەی ســـەرەوە شـــتێکی باشـــە یـــان خـــراپ؟ ئەگەر پـــارە لە بانـــک دابنێـــی، ئەوا شـــتێکی باشـــە، چـــونکە بەم پرۆســـە بیرکـــارییە پـــارەی دێـــتە ســـەر، بەڵام ئەگەر پـــارە لە بانـــک قەرز بـــکەی، ئەوا بە هەمـــان زارشـــت[1] شـــتێکی خـــراپە، چـــونکە لەم کـــاتەش دەبێـت زیـاتر لەو پـارەیە بـدەیتەوە کە قەرزت کـردییە. گرینگـی فێربـوون و زانینـــی ئەم ژمـــارەیەش، بـــۆ ئەو مەســـەلانە گـــرینگە. ئەم بـــابەتە تەنیـــا لە قەوارەی ســـوود و قـــازانج بەکارنـــایەت، بەڵکـــو لە زانســـتێکی وەک فیزیـــا رۆڵێکی باڵای هەیە.

پێکهـــــاتە لە هەر...	ســـــەرجەمی چوونەسەرەکە
ساڵ	*$2.00000*
نیو ساڵ	*$2.25000*
چواریەکی ساڵ	*$2.44141*
مانگ	*$2.61304*
هەفتە	*$2.69260*
رۆژ	*$2.71457*
کاژێر	*$2.71813*
خولەک	*$2.71828*
چرکە	*$2.71828*

[1] زارشت: لۆژیک؛ ژیربێژی

بەهای ڕاستەقینەی e:

بەهەمـــان چەشـــنی π، ئەوا e ژمـــارەیەکی نـــاڕێژەییە، ئەمەش واتـــا ناتوانـــدرێت هەر یەک لەم دوو ژمـــارەیە بە شـــێوەی کەرت بنووســـرێت و بەتەواویـــش نـــاتوانین بڵێـــین ئەمە بەهـــای هەر یەک لەم ژمـــارانەیە، ئەوەشـــی دەینووسین، بەنزیکەییە. ئەگەر20 ڕەنووسی یەکەمی نەگۆڕ e بنووسین:

2.718281828459045235 36 ...

بەهەمـــان شـــێوە چـــۆن گوتمـــان نزیکتـــرین کەرت بـــۆ بەهـــای π بـــریتییە لە 22/7. بـــۆ نەگـــۆڕی e باشـــترین و نزیکتـــرین کەرت بـــریتییە لە 87/32 ئەمەش ئەگەر مەبەســـتمان بێـــت دەربـــڕینەکە-کەرتەکە ســـەرە و ژێـــرەی تەنیـــا دوو ڕەنووســـی بێـــت. بەڵام ئەگەر هێشـــتا بەدوای ژمـــارەیەکی باشـــتر و نزیکتـــر دەگەڕێـــی، ئەوا کەرتـــی 878/323 باشـــتر و نزیکتـــرە. ئەم کەرتەش شـــتێکی جـــوان و سەرنجڕاکێشـــی تێـــدایە کە ژمارەکـــان لە هەردوولاوە بیخـــوێنیتەوە، وەک یەک وایە. یەکێـــک لەو زنجیـــرە ناســـراوانەی بـــۆ نووســـینی نەگۆڕی e هەیە، بریتییە لەمەی خوارەوە:

$$e = 1 + \frac{1}{1} + \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{1 \times 2 \times 3} + \frac{1}{1 \times 2 \times 3 \times 4} + \cdots$$

کاتێـــک ژمـــارەیەک لێکـــدانی چەنـــد ژمـــارەیەکی پـــێش خـــۆی دەکرێـــت، ئەوا دەتـــوانین ئەو لێکـــدانە بە شـــێوەیەکی کـــورت بنووســـین بەهـــۆی هێمـــایەک، ئەویـــش هێمـــای "!" کە لە فەرهەنگـــی بیرکـــاری بە "لێکـــدراو" دەخوێنـــدرێتەوە. بـــــۆ نمـــــونە کاتێـــــک دەنووســـــن 5! ئەوا مەبەســـــت لێـــــی ئەمەیە: $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$ بـــۆیە بـــۆ نووســـینی ئەم زنجیـــرەی ســـەرەوەش، دەتوانین ئەمە بەکاربەرین:

$$e = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \frac{1}{5!} + \cdots$$

لەم دەربڕینەی سەرەوە پێدەچێت کە هەندێک شێوەی ڕێک و پێک-دووبارە بوونەوە لەناو ڕەنووسەکانی e هەبێت. بۆیە لە تایبەتمەندییە بیرکارییەکانی ئەم ژمارەیە، دەردەکەوێت کە e بە بەراورد بە π زیاتر چونیەکە.

بە هەمان شێوەی پای، ئەگەر ئەتەوێ چەند ڕەنووسێکی سەرەتایی نەگۆڕی e لە بیر بێت، ئەوا هەوڵ بدە ئەمە ئەزبەر بکەی:

'We attempt a mnemonic to remember a strategy to memorize this count ...'

کاتێک ژمارەی پیتەکانی هەر وشەیەک، ژمارەی ڕەنووسەکانی یەک-بەدوای‌یەکی نەگۆڕی e دەداتێ. ئەگەر شارەزایمان لە مێژووی ئەمەریکا هەبێت، ڕەنگە بیرمان بێتەوە کە e بریتییە لە '2.7 ئەندریو جاکسۆن ئەندریو جاکسۆن'[1] لەبەر ئەوەی کە 'ئەندریو جاکسۆن حەوتەم سەرۆکی ئەمەریکا بوو کە لە ساڵی 1828دا هاتە سەر تەخت، چونکە لە دوای 2.7 لە نەگۆڕی e، ئەم ژمارەیە 1828 دووجار دووبارە دەبێتەوە 2.7**18281828**45904523536...، لە بەر ئەم هۆیە خەڵکی ئەمەریکا زۆر جار دەڵێن' 2.7 ئەندریو جاکسۆن ئەندیو جاکسن'. بۆیە گەلێ ڕێگەی جوان لە هەمانکاتدا عەنتیکە و پەنتیکە هەیە بۆ ئەزبەرکردنی هەندێ لە نەگۆڕە گرینگەکان.

نەگۆڕی e ژمارەیەکی ناڕێژەییە (بەکەرت نانووسرێت)، ڕاستی ئەم قسەیەش بیرکاریزان 'ئۆیلەر'[2] لە ساڵی 1737دا سەلماندی. لە ساڵی 1840دا، بیرکاریزانی فەرەنسی 'جۆسیف لیۆڤیل'[3] پیشانی دا کە نەگۆڕی e نابێتە شیکار بۆ هاوکێشەیەکی جەبری پلە دوو. لە ساڵی 1837دا، بیرکاریزان 'چارلس هێرمیت'[4] هەر بەتەواوی دەرگای گفتوگۆی بەسەر

---

[1] *Andrew Jakson*

[2] *Leonhard Euler*

[3] *Joseph Liouville*

[4] *Charles Hermite*

باســێکی گرینــگ داخســت بەهــۆی ســەلماندنێکەوە، ئەویــش ئەوە بــوو کە پیشــانی دا نەگــۆڕی e نەک بــۆ هاوکێشــەیەکی پــلە دوو نــابێتە شــیکار، بگــرە بــۆ هــیچ هاوکێشــەیەکی جەبــری نــابێتە شــیکار. دوای 9 ســاڵ، بیرکــاریزان "لینــدمان" بەهــۆی بەکارهێنــانی ئەو میتــۆدەی کە "چــارلس" بەکــاری هێنــا بــوو، ئەویــش بەکــاری هێنــا بــۆ ئەوەی بیســەلمێنێت کە تەنــانەت نەگــۆڕی π یــش نــابێتە شــیکار بــۆ هــیچ هاوکێشــەیەکی جەبــری. ئەمەش گرینگــی ئەو ڕێگــایە بــوو کە "چــارلس هێرمیــت" لە مەوپــێش بەکــاری هێنــا بــوو. ئەمەش شــتێکی جــوان بــوو و جــوانییەکی زیــاتری بەهەردوو ژمــارەکە بەخشــی، چــونکە تەنیــا یەک پرســـیار وەڵام درایەوە، بەڵام بـــووە هەوێنـــی وەڵامـــی پرســـیارێکی تــریش. بەڵام کە وەڵامــی پرســیارێکی دەدرێــتەوە، ئەوا پرســیارێکی تــریش ســەردەردێنی. ئایــا e^e ئەویــش ژمــارەیەکی نــاجەبرییە؟ کە ئەمەش پرســیار و دەربــڕینێکە لە پرســیارە ســەیرەکان، چــۆن دەکرێــت ئەمە وانەبێــت؟ بەڵام ئەمە تــا هەنــووکە بە شــێوەیەکی وردوبــرد نەســەلمێندراوە و، بەم نەرێــتەش کە بیرکـــاری هەیەتـــی، ئەم پرســـە یەکـــێکە لە گریمانەکـــان (*Conjecture*) کە تـــا ئێســـتا بەڵـــگەیەک تەواو پشـــت ڕاســـتی پرســـەکەی نەکـــردۆتەوە. بیرکاریزانەکـــان زۆر لەســـــەرخۆن لە ســـــەلماندن، ســـــەلماندنی ئەمەش وا پێدەچێ بـۆ ئەم پرســە و پرســی e^2 کە ئایــا ئەمــانە نــاجەبرین، ئەســتەم بێــت، ئەگەرچــی ئەمــانە تــا ڕادەیەک دەرگــای گفــتوگۆیــان لەســەر داخــراوە، بەڵام هێشتا کەلێنێک ماوەتەوە.

پەیوەنــدی نێــوان e و π، زۆر لە پەیوەنــدی نێــوان عاشــقەکان جــوانترە!

بەهـــای هەر یەک لە e^π و π^e زۆر لێکنـــزیکن و پیشـــاندانی ئەمەش ئاســـانە و گرانییەکــی تێــدا نیــیە، بەس کامەیــان لەوەی تــر گەورتــرە، ئەوا $e^\pi > \pi^e$. ئەگەریــش تاقەتــت نــیە ئەمە بســەلمێنی، لەوەیە غەش بکەیــت و دەســت بــۆ ئامێری بژمێرەکە بەری، پاشان دەبینی کە:

$$e^\pi \approx 23.14069 \text{ و } \pi^e \approx 22.45916$$

ئەم ژمـارەیە بەم شـێوەیە e^{π} ناسـراوە بە نەگـۆڕی "گێلفۆنـد" کە بە نـاوی بیرکـاریزانی ڕوسـی "ئەلیکسـاندەر گێلفۆنـد"[1] کـراوە، ئەم ژمـارەیەش سـەلمێندراوە کە ژمـارەیەکی نـاجەبرییە. بەڵام دەربـارەی π^{e} کەمتـر شـتی لە بـارەیەوە دەزانـین، تەنـانەت تـا هەنـووکە نەزانـدراوە کە ئەم ژمـارەیە بەم شێوەیە ڕێژەییە یان ناڕێژەیی؟! کە پێوستیشە بیزانین.

نەگۆڕی e گرینکە؟

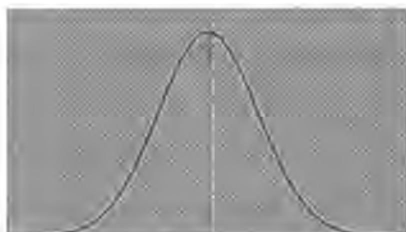
ئەو شـوێنەی کە e لـێ دۆزرایەوە، "گەشـە" بـوو. وەک: گەشـەی ئـابوری و گەشـەی دانیشـتوانان. سـەرباری ئەمـانەش، پەیوەسـتە بە نمـونەی تیشـکدەری ڕوونـاکی کاتێـک مـادەیەک شـیدەبێتەوە و تیشـک پەرش و بـڵاو دەکـاتەوە. بەڵام ئایـا e تەنیـا لە دەقەری گەشـەکردن دەردەکەوێـت؟ لە ڕاسـتیدا لە زۆر شـوێنی تـر دەردەکەوێـت و ڕۆڵ دەگێڕێـت کە هـیچ باسـێکی گەشـە لە ئـارادا نیـیە. بیرکـاریزان "پیـری مۆنتمـۆرت"[2] کێشـەیەکی ئەگەری لە سـەدەی هەژدەهەم تەرح کـرد، ئەم کێشـەیەش لە زۆر بـوار دیـکە بە شـێوەیەکی فـراوان لێکـۆڵینەوەی لەسـەرکرا و دەخوێنـدرا. بـۆ نمـونە وادانـێ تـۆ لەگەڵ کۆمەڵێـک کەسـی کـڵاو لەسـەر دەچیـتە خـوانێکی نیـوەڕۆ، پاشـان کـڵاوی یەکێـک لە کـۆمەڵەکە هەڵدەبژێـدرێت، ئایـا ئەگەری ئەوە چەنـدە کە کڵاوەکەی تۆ نەبێت؟

ئەمەش دەتوانـدرێت پیشـان بـدرێت کە ئەگەری ئەوەی کـڵاوەکەی تـۆ نەبێـت، دەکـاتە $\frac{1}{e}$ (نـزیکەی 37%) هەربـۆیە ئەگەری ئەوەش کە دەکرێـت کـڵاوەکە ئـی تـۆ بێـت، دەکـاتە $1-\frac{1}{e}$ (نـزیکەی 63%). ئەمەش تەنیـا یەکـێکە لە نمـونە کرداریـیەکـانی تیـۆری ئەگەر، دەنـا زۆر شـتی تـر هەیە. "دابەشـبوونی پواسـۆن" کە مـامەڵە لەگەڵ ڕووداوە ئەسـتەمەکان دەکـات، یەکـێکە لە دابەشـکارییە بەرچاوەکـان. ئەم نمـونەی سـەرەوەش لە دۆخێـک بوو کە هیچ یەکێک لە ئەندامانی گرووپەکە جیاکراوە نەبێت.

---

1 *Aleksandr Gelfond*

2 *Pierre Montmort*



چەماوەی دابەشبوونی ئاسایی

بیرکــــاریزان "جیمـــیس ســـترلینگ"[1] دەســـتکەوتێکی نزیکەیـــی و بە بـــایەخی دۆزیـــــیەوە بـــۆ هەژمـــــارکردنی لێکـــداراوەکان ($n!$) کاتێــک e یــان π لەخۆگرتبێــت. لە ئامارزانیـــدا چەمکـــی ناســـراوی "چەمـــاوەی زەنگـــوڵە" لە "دابەشـــبوونی ئاســـایی" e لە خـــۆگرتییە، تەنـــانەت لە ئەندازیاریـــدا، پـــردی چەمـــاوەیی کێبڵـــی، پشـــت بە نەگـــۆڕی e دەبەســـتێت. ژمـــاردنی ئەم سوودانەش کۆتایی نایەت ئەگەر هەر بەم شێوەیە بەردەوام بین.

جوانترین و ناوازەترین هاوئەنجام:

ئەگەر هاتبـــا لە بیرکـــاری خەڵاتێکـــی تـــایبەت بـــۆ جـــوانترین هاوکێشـــە هەبوایە، ئەوا بێ شک "هاوئەنجامی ئۆیلەر" براوەی ئەم خەڵاتە دەبوو.

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

ئەمەش لەبەر ئەوەی ئەو هاوکێشـــــەیە گرینگتـــــرین و نـــــاودارترین نەگۆڕەکانی لەخۆگرتییە، ئەوانیش:

$0, 1, e, \pi$ و ژمارەی خەیاڵی $i = \sqrt{-1}$.

ســـــەرەڕای ئەمـــــانەش، دەردەکەوێـــت کە نەگـــۆڕی e چ ژمـــــارەیەکی نەفســـوناوییە و هەمـــوو بیرکاریزانـــان یەکبەدوایەک، ئەوانەی ڕابـــردوو، ئەوانەی ئێســـتاش، ئەوانەشـــی لە داهـــاتووش دروســـت دەبـــن لە لایەن ئەم ژمـــارەیەوە ســـەرنجیان کەمەنـــدکێش دەکرێـــت. بە شـــێوەیەکی گشـــتی، خـــۆلادان و دوورەپەرێـــزی کـــردن لە e نیـــیە و ناشـــبێت. هـــیچ بیرکاریزانێـــک نییە بڵێت: مـن کـارم بە e نیـیە و کاریشـم پێـی ناکەوێـت. بە ناچـاری دەبێـت

[1] *James Stirling*

ڕووبەڕووی ببینەوە. نووسینی پەرتوکێکیش لە بارەی بیرکارییەوە بەبێ ئەو ژمارەیە، کارێکی سەخت و ئەستەمە.

کورتەی بیرۆکەکە

سروشتیترینی ژمارەکان

کارنامە

1618	1727	1748
"جۆن نیپەر"[1] ڕووبەڕووی نەگۆڕێک "e" بووە لە پەیوەندی لەگەڵ لۆگاریتم.	"ئۆیلەر" هێمای "e" بەکارهێنا لەگەڵ پەیوەندی بە تیۆری لۆگاریتم؛ هەندێ جاریش بە "ژمارەی ئۆیلەر" ناوی دەهێندرێت.	ئۆیلەر 23 ڕەنووسی e هەژمارکرد. پاشان چەند نەگۆڕێکی مەزنی لە هاوکێشەیەک کۆکردەوە. $e^{i\pi}+1=0$

1873	2007
"هێرمیت"[2] سەلماندنی کە e ژمارەیەکی ناجەبرییە.	نزیکەی 10^{11} ڕەنووسی e بە یارمەتی کۆمپیوتەر زانرا.

---

[1] *John Napier*

[2] *Hermite*

07 ناکۆتا

ناکۆتـا چەنـد گەورەیە؟ کـورتترین وەڵام ئەوەیە کە ∞ (هێمـای ناکۆتـایە) زۆر گەورەیە. بیـر لە هێڵێکی ڕاسـت بـکەرەوە کە تـا دێـت ژمـارەی گەورە و گەورەتـر لەسـەر هـێڵەکە هەیە و درێـژ دەبـێتەوە بـۆ ناکۆتـا. بـۆ هەر ژمـارەیەکی گەورە 10^{10000} کە دەیـدۆزیتەوە یـان دەینووسـیی، ئەوا هەمیشـە ژمـارەیەکی لەو گەورەتـر $10^{10000} + 1$ هەیە. بـۆیە بە پێـی ئەم زارشتە، شتەک نییە بە ناوی گەورەترین ژمارە.

بیـرۆکەی ناکۆتـا، بیرۆکەیەکـی کـۆن و دێـرینە، هەر لە درککـردن بە ژمـارە سروشـتییەکانەوە زانـراوە. بەکـاربردنی ناکۆتـا لە بیرکـاری وەک کلیلـێکە بـۆ تێگەیشـتن لە زۆر بـابەت و پەیوەسـتە بەو ڕێگـایەی کە تێیـدا بەکاردەهێنـدرێت. بەڵام ئەگەر پێـت وایە ناکۆتـا ژمـارەیە و هەر وەک ژمـارە ئاساییەکان مامەڵە دەکات، ئەوا وانییە بەقوربان.

ژماردن:

بیرکـاریزانی ئەڵمـانی "جـۆرج کـانتۆر" واتـایەکی قـوڵ و تـایبەتی لە مەڕ ناکۆتـا بە ئـێمە بەخشـی و ئەو تێگەیشـتنە خـواروخلیچکەی لە مەڕ ئەم چەمـکە هەمـانبوو، لێـی وەدەرنـاین. کـانتۆر تەنیـا بە یـارمەتی دەسـتی خـۆی و بەس، تیـۆرییەکی دارشـت کە دواتـر بـووە نورێـک بـۆ سـەردەمی هـاوچەرخی بیرکـاری. بیـرۆکەی تیـۆرییەکەی کـانتۆر، بە نووسـین و چەمـکە سـەرەتاییەکانەوە پەیوەسـت بـوو، لە ژمـاردنە سـەرەتاییەکانەوە، ئاسـانتر و پـاراوتر لەو شـتانەی کە لە کـار و بـاری ڕۆژانەمانـدا ڕووبەڕووی دەبیـنەوە و بەرکەوتنمان لەگەڵی هەیە. بۆیە مەترسیی ئەگەر ناوی ناکۆتا هێندرا.

وا خەیـاڵ بـکە خـاوەن چەنـد سـەر ئاژەڵێـک (شـوان) کە هـیچ سـەر لە بیرکـاری و ژمـاردن دەرناکـا و هەر ناشـزانی ژمارەکـان بە تەواوی بژمێرێـت. باشـە ئەو شـوانە چـۆن ئەزانـێ کە چەنـد سـەر مەڕی هەنە؟ ئەی

ئەگەر مەڕێـک ون بێـت و دەمەو ئێـواری نێـتەوە بـۆ هـۆر[1]، چـۆن ئەزانـێ مەڕێـک بە ملـی سـاغی نەگەڕاوەتەوە؟ کـابرای خـاوەن مەڕ زیـرەک و دانـایە، بـا بیرکـاریش نەزانێـت[2]. بەیانییـان کە مەڕەکـان بەڕێ دەکـات بـۆ ئەوەی بلەوەڕێـن، کـاتێ هەر مەڕێـک لە دەرگـای هـۆر دێـتە دەرێ، کـاکەی شـوان بەردێکـی لە تەنیشـت خـۆی بـۆ دادەنێـت، بـۆ نمـونە ئەگەر 30 سـەر مەڕی هەبێـت، ئەوا بزانێـت یـان نەزانێـت، 30 بەردی دانـاوە. بەهـارە، مەڕەکـان تـا ئێـوارێ خۆیـان خەنـی دەکەن و باشـیی تێـدەکەن، پاشـان دەمەو ئێـوارێ دێـنەوە بـۆ هـۆر. کـاکەی شـوان کە هەر مەڕێـک دەچێـتە نـاو هـۆرەکە، بەردێـک لەو چەنـد بەردە لادەبـات، ئەگەر لە کۆتـایی هـیچ مەڕێـک لە دەرەوە نەمـا، بەڵام سـەیر بکـات بەردێـک مـاوەتەوە! ئەمەش بەلای ئەوەوە واتای ئەوەیە؛ مەڕێک بە ناخێری گیانی نەگەڕاوەتەوە!

ڕەنـگە بڵێـین جـا ئەمە چـیە! لە ڕاسـتیدا ئەو کـارەی شـوانەکە لە بیرکـاری پێـی دەوتـرێ بیـرۆکەی 'یەک-بـۆ-یەک' بیرۆکەکەشـی لە نێـوان مەڕ و بەرد بووە. ئەم بیرۆکەیەش هەندێ دەرئەنجامی سەیری هەیە.

تیـۆرییەکەی کـانتۆر لە سـەر 'کـۆمەڵە' بنیـاتنراوە. کـۆمەڵەش؛ نـاوێکە کاتێـک چەنـد شـتێک؛ شـتانێکی چـونیەک پـێکەوە کـۆدەبنەوە، ئەوا پێـی دەوترێـت کـۆمەڵە. وەک هەمـانە کـۆمەڵەی باڵـدارەکان: هەمـوو باڵـدارەکان دەگـرێتەوە. کـۆمەڵەی پەرتـوکە بیرکارییەکـان: پەرتـوکە بیرکارییەکـان دەگـرێتەوە. لە بیرکاریـدا، کـۆمەڵە وەک کـۆمەڵەی ژمـارە سروشـتییەکان: $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$ یـان کـۆمەڵەی ژمـارە ئەرێنیـیە تەواوەکانیشـی پـێ دەوتـرێ. چەمکێکـی دیکەمـان هەیە بە نـاوی 'بنەکـۆمەڵە' بنەکـۆمەڵە بەشـێکە

[1] هۆر: حەسار؛ ئەو ژوورەی کە مەڕ و بزنی لێ ڕادەگیرێت.

[2] دوور لە بـابەتەکە، ئەم دێـرە بەم شـێوەیە دەنووسـم: بـا بیرکـاریش نەزانێـت، بەس لەبەر ئەوەی خوێنـدەواری نیـیە و بـێ بڕوانـامەیە، دەبێـت بخـرێتە پەراوێـزی کۆمەڵگـاوە؟ پرسـیارەکە ئەوەیە: ئـەبێت ئێمـە بەهـۆی کەلتـوور، عەیـبە، شـوورەیی، خۆبەشـت زانـین و لـوت بەرزی.... چەنـد کەسـی زیـرەک و بـە تواناـمـان تـەنها بـە هـۆی هەڵەیەکـەوە یـان بە هـۆی نەخۆشـییەکەوە یـان بە هـۆی بـێ بڕوانامەیـی و لوت بەرزی خۆمانەوە، لە سوچێکی ئەم کۆمەڵگایە بۆ هەتاهەتایە جێهێشتبێت؟

لە کــۆمەڵەیەک و بچوکتریشــە لە کــۆمەڵەکە. بــۆ نمــونە باســی کــۆمەڵەی پەرتــوکی بیرکاریمــان کــرد، ئێســتا دەڵێــین: پەرتــوکە بیرکارییەکــان بە کــوردی، دیــارە پەرتــووکە بیرکارییەکــان بە کــوردی ئەم پەرتــوکە و پەرتــوکی بیرکــاری لە چەنــد خولەکێــک دەگــرێتەوە. ئەم دوو پەرتــوکە بە شــێکە لە هەمــوو پەرتــووکە بیرکارییەکــان، بــۆیە ئەم دوانە بنەکــۆمەڵەن لە کــۆمەڵەی پەرتــوکە بیرکارییەکــان. بــا بێــنەوە ســەر ئەو کــۆمەڵەیە: $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \ldots\}$ دەبینــین ئەم کــۆمەڵەیە ژمــارەی تــاک و ژمــارەی جــووت لە خۆدەگرێــت، کەواتە ژمــارە تاکەکــان و ژمــارە جووتەکــان، هەر یەکەیان بنەکۆمەڵەن لە کۆمەڵەی ژمارە سروشتییەکان:

$$O = \{1, 3, 5, 7, \ldots\} \quad , \quad E = \{2, 4, 6, 8, \ldots\}$$

ئێســتا پرســیار دەکەیــن: قەبــارەی ژمــارە تاکەکــان و قەبــارەی ژمــارە جووتەکــان یەکســانن؟ (قەبــارە لێــرە مەبەســت لە ژمــارەی دانەکــانی نــاو کــۆمەڵەکەیە یــان بنەکــۆمەڵەیەک، بــۆ نمــونە بنەکــۆمەڵەی پەرتــوکە بیرکارییەکــان تەنیــا دوو پەرتــوکی تێــدا بــوو). بە واتــایەکی تــر، هێنــدەی یەکتــر ژمــارەی جــووت و تاکمــان هەیە؟ وەڵامــی ئــێمە دەبێــت چــی بێــت بــۆ ئەم پرســیارە؟ ئــی خــۆ ناشــکرێت بێــین ژمــارە تاکەکــان بژمێــرین تــا بــزانین چەنــد ژمــارەی تاکمــان هەنە، بــۆ جووتەکــانیش بەهەمــان شــێوە. بەڵام لەگەڵ ئەوەش، وەڵامەکەمــان بە ڕاســتی لەوەیە "بەڵــێ" بێــت، واتە هێنــدەی یەکتــر ژمــارەی تــاک و جووتمــان هەنە! باشــە چــۆن وا دڵنیــاین کە هێنــدەی یەکتــرن؟ دەشــێ لەمەوە بێــت کە" نیــوەی ژمــارە تەواوەکــان تــاکن و نیوەشــی جــووت" و کــانتۆر خۆشــی لەگەڵ ئەو بۆچــوونەیە، بەڵام جیــا لەمە، هۆکارێــک یــاخود بوچــونێکی دیــکە دەخــاتە بەردەممــان. کــانتۆر ئەوەی مەبەســتییەتی بیڵێــت، ئەوەیە کە "هەرکاتێــک ژمــارەیەکی تــاک هەبێــت، جــووتێکیش هەیە" ئەمەش بەواتــای ئەوە دێــت کە دەتــوانین ژمــارەیەکی تــاک و ژمــارەیەکی جــووت پــێکەوە ببەســتینەوە، ئەمەش ئەو لــۆژیکە بــوو کە وای کــرد بگەیــنە ئەوەی کە هێندەی یەکتر ژمارەی تاک و جووتمان هەنە:

O:	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21...
	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕
E:	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22...

ئەگەر کەمێک فزوڵتر بین و بپرسین "ئایا کۆمەڵەی ژمارە تەواوەکان و بنەکۆمەڵەی ژمارە جووتەکان هێندەی یەکترن؟" بۆ وەڵامی ئەم پرسیارە لەوانەیە یەکسەر بڵێین "نەخێر" هێندەی یەکتر ژمارەیان تێدا نییە. بەڵگەش بۆ ئەمە ڕەنگە ئەوە بێت کە "ژمارە جووتەکان بەشێکە لە ژمارە تەواوەکان" کەواتە چۆن ئەکرێت هێندەی یەکتر بن! نا باوەڕ ناکەم وابێت! لە ڕاستیدا چەمکی "زۆرتر" لێرە چەمکێکی ئاڵۆز و تەم و مژاوییە، بەتایبەت مامەڵە پێکردنی لەگەڵ کۆمەڵەیەک کە ژمارەی دانەکانی-شتەکانی ناوی دیارنەکراو بێت. بۆیە واباشترە پشت بە بیرۆکەی یەک-بۆ-یەک ببەستن بەهەمان شێوەی شوانەکە، بەڵام کاتێ پێکەوەبەستن دەکەین لە نێوان کۆمەڵەی ژمارە تەواوەکان و بنەکۆمەڵەی ژمارە جووتەکان، شتی سەیر دەبینین و تووشی شۆک دەبین:

با ئێستا دەست بە پاکتاوکردن و ئەو پێکبەستنەوەی سەرەوە بکەین کە "کۆمەڵەی ژمارە تەواوەکان و بنەکۆمەڵەکەی؛ ژمارە جووتەکان هێندەی یەکترن! دیارە ئەمەش یەکێک لە "تێگە باوەکانی"[1]ی ئیقلیدمان دێنێتەوە یاد کە لە پەرتووکەکەی بە ناوی "بنەماکان" دەڵێت: "هەموو زۆرترە لە بەش".

N:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11...
	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕
E:	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22...

[1] تێگەی باو: ژیری باو؛ ژیری هاوبەش؛ ئاوەری باو. تێگەیشتنێکی هاوبەشە لە ناو خەڵکی؛ سەبارەت بە شتێک یان بیر و بۆچوونێک. هەموویان لەسەری کۆکن.

ژمارەی دانەژمێر-$cardinality$:

ژمارەی دانەکانی ناو کۆمەڵەیەک یان بنەکۆمەڵەیەک، پێی دەوترێت 'ژمارەی دانەژمێر' بۆ نمونە گەر ئەم کۆمەڵەیە وەربگرین: $X = \{a, b, c, d, e\}$ ئەوا ژمارەی دانەژمێری ئەم کۆمەڵەیە بریتییە لە 5، واتە 5 دانەی تێدایە. یان شوانێک کە 42 سەر مەڕی هەیە، ئەوا ژمارەی دانەژمێری مەڕەکانی بریتییە لە 42. بیرکاریزانەکان هەمیشە هێما بۆ ناوەکان دادەنێن و پێویست ناکات ناوی شتێک زۆر بنووسینەوە، وەک دەشزانین کە بیرکاری 'زانستی هێماییە'. بۆیە ژمارەی دانەژمێر بە $card$ دەردەبڕین، بۆیە $card(X) = 5$. ئێستا پێناسەکە بە جۆرێکی تریش دەخەینە ڕوو: ژمارەی دانەژمێر، بریتییە لە قەبارەی کۆمەڵەیەک.

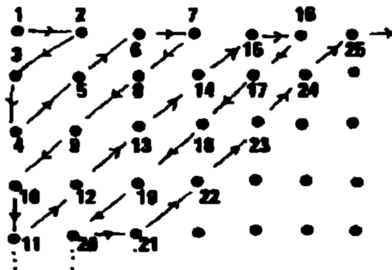
ژمارەی دانەژمێری کۆمەڵەی ژمارە سروشتییەکان و ئەو کۆمەڵانەی لەگەڵ کۆمەڵەی ژمارە سروشتییەکانیش جووت دەکرێن (یەک-بۆ-یەک)، 'کانتۆر' هێمای $\aleph_0$ بۆ بەکارهێناوە کە بە '$aleph\ nought$' دەخوێندرێتەوە، بۆیە ئێستا لە زمانی بیرکاریدا' دەتوانین ئەمە بنووسین: $car(\mathbb{N}) = car(O) = card(E) = \aleph_0$

هەر کۆمەڵەیەک ئەگەر توانرا لەگەڵ کۆمەڵەی ژمارە سروشتییەکان ببەسترێتەوە (یەک-بۆ-یەک)، ئەوا بەم کۆمەڵەیە دەوترێت ' کۆمەڵەیەکی ناکۆتای ژمێردراو' واتە توانای ئەوەی هەیە دانەکانی ناوی بژمێرین و دانەکانی ناوی لە خشتەیەک ڕیزبکەین بەبێ ئەوەی هیچ ژمارەیەکی نێوان دوو ژمارە لەو ڕیزکردنەدا لە یاد بکەین؛ دەشتوانین بزانین هەشتەم ژمارەی ئەو خشتەیە چییە، یان 700مین ژمارەی خشتەکە چییە. ئەگەر بنەکۆمەڵەی ژمارە تاکەکان وەربگرین:

$O = \{1, 3, 5, 7, \ldots\}$ ئەوا ئەو بنەکۆمەڵەیە توانای ئەوەی هەیە دانەکانی ناوی بژمێردرێت و ڕیزبکرێت و ئەو شتانەی وتمان بەسەریدا جێبەجێبکەین بکەین.

ئایا کەرتەکان کۆمەڵەیەکی ناکۆتای ژمێردراون؟

لەســـــەرەوە ئەوەمـــــان زانــــی کە کـــۆمەڵەی ژمـــارە تەواوەکــــان و بنەکۆمەڵەکـانی، کـۆمەڵەیەکن کە لە توانـادایە بژمێـردرێن. ئێسـتا گەر هەمـان پرسـیار لە مەڕ ژمـارە ڕێژەییەکـان بکەیـن، ئایـا ژمـارە ڕێژەییەکـانیش کـــــۆمەڵەیەکی ژمێـــــــردراون؟ دەتوانــدرێت ئەوانــیش ڕیزبکرێــت بــێ ئەوەی هــیچ ژمـــارەیەک لەم ڕیزکـــردنە جێبمێنێـــت؟ ســـــەرەتا پێوســــــتە بــــزانین کە کـــۆمەڵەی ژمـــارە ڕێژەییەکـــان بە $\mathbb{Q}$ هێمـــا دەکرێــت. ژمـــارە ڕێژەییەکـــانیش ئەم ژمـارانەن کە لە ڕێـژەی نێـوان دوو ژمـــارەی تەواو دەنووســـرێت (ژێـــرە ســـفر نەبێـــت). وتمـــان کـــۆمەڵەیەک ئەگەر توانـــدرا لەگەڵ



کـــۆمەڵەی ژمـــارە سروشـــتییەکان ببەســـترێتەوە (یەک-بـــۆ-یەک) ئەوا ئەو کـــۆمەڵەیە پێـــی دەوترێـــت ژمێـــردراو. هەوڵـــدان بـــۆ ڕیزکردنـــی ژمـــارە کەرتەکـان، ئەوا ئـێمە سـوود لە چەمکـی دوو ڕەهەنـدی دەبینـین. واتە ڕێـز و سـتوونمان دەبێـت. لە ڕێـزی یەکەم ژمـارە تەواوەکـان دەنووسـین بە ئەرێنـی و نەرێنیـــیەوە بەڵام تێکهەڵکێشـــی یەکتریـــان دەکەیـــن وەک لەو وێـــنەی ســـەرەوە دیـــارە. پاشـــان ڕێـــزی دووەم لە ڕێـــزی یەکەم دروســـت دەکەیـــن تەنیـــا بە زیـــادکردنی ژێـــرە بـــۆ ڕیـــزی یەکەم، لە ڕێـــزی دووەم ژێـــرەی 2 دەنووســـین، لە ڕێـــزی ســـێیەم ژێـــرەی 3 دەنووســـین، لە ڕێـــزی چـــوارەم ژێـــرەی 4 دەنووســـین بەم شـــێوە وەک لە وێنەکەشـــدا دیـــارە. بەڵام ئەو ژمـارەی دووبـارە دەبێـتەوە، لای دەدەیـن و ژمـارەی تەنیشـتی دێـتە شـوێنی، 2/2 لە ڕێـزی دووەم نابینـدرێت، چـونکە 2/2 دەکـاتە 1، ئـێمەش پێشـتر

1مـان نوسـیوە، بـۆیە دووبـارە نانووسـینەوە وەک لە خشتەکەشـدا دیـارە. بـۆیە ڕیزکـردن بەم جـۆرە، هەمـوو ژمـارە کەرتەکـان نیشـاندەدات و هـیچ ئەگەرێـک نیـیە بـۆ ئەوەی ژمارەیەکمـان لە بیرکردبێـت یـان کەرتێـک هەبێـت نەکەوێـتە نـاو ئەم خشـتەیە. بـۆ نمـونە ئەگەر یەکێـک بڵێـت ژمـارە 209/67 لەم خشـــتەیەدا هەیە؟ بەڵـــێ، ئەم ژمـــارەیە دەکەوێـــتە ڕیـــزی 67یەمـــین و نـــزیکەی 200 خـــانە لەلای ڕاســـتی1/67. لەم خشـــتە دووڕەهەنـــدییەی ســـەرەوە، ئێســـتا دەتـــوانین بە شـــێوەیەک بیگـــۆڕین بـــۆ خشـــتەیەکی یەک ڕەهەنـدی: بەس سـتوون یـان بەس ڕیـز، بەڵام ئەوە ئەوەنـدە گرینـگ نیـیە. گـۆڕینەکەش چـۆنە، ئەو تێکهەڵکێشـانەی یەکمجـار کردمـان لە نێـوان ژمـارە ئەرێنییەکـــان و نەرێنییەکـــان، ئەوا چـــاکی دەکەیـــنەوە بەم شـــێوەیە: $1,-1,\frac{1}{2},\frac{1}{3},,-\frac{1}{2},2,-2,\ldots$، ئێســـــــتا دەتـــــــوانین دەرئەنجـــــــامی پرســـــیارەکەمان دەربخەیـــــن، ئەویـــــش ئەوەیە کە کـــــۆمەڵەی ژمـــــارە ڕێژەییەکان، کۆمەڵەیەکی ناکۆتای ژمێردراوە، بۆیە: $card(\mathbb{Q}) = \aleph_0$

ڕیزکردنی هەموو ژمارە ڕاستییەکان:

لەکاتێکـدا کە کـۆمەڵەیەکی زۆر چـڕ و پـڕی وەک ژمـارە ڕێژەییەکـان توانـدرا ڕیزبکرێـت؛ کە کـۆمەڵەیەکی ناکۆتـای ژمێـردراو بـوو، ئەوا بۆمـان هەیە هەمـان پرسـیار لە مەڕ کـۆمەڵەی ژمـارە ڕاسـتییەکان $\mathbb{R}$ بکەیـن کە نـاخۆ ئەمـانیش کـۆمەڵەیەکی ناکۆتـای ژمێـردراوە یـا خـود نـا؟ ئەو کـۆمەڵەیەی کە ژمـارە ناڕێژەییەکـانیش $\pi, e, \sqrt{2}$ دەگـرێتە خـۆی. کـۆمەڵەی ژمـارە ڕاسـتییەکان بە گشـتی لە یەککرتنـی دوو کـۆمەڵە دروسـت بـووە، ئەوانـیش کـۆمەڵەی ژمـارە ڕێژەییەکـان و ناڕێژەییەکـان $(\mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}^c = \mathbb{R})$. بـۆیە ئەو هـێڵەی پێـی دەڵـێن "هێڵی ژمـارە ڕاسـتییەکان" هێڵێکە هـیچ بۆشـایی و کەلەنێکـی تێـدا نیـیە و زۆر زۆر چـڕە، ئەمەش وا لە کـۆمەڵەی ژمـارە ڕاسـتییەکان دەکـات کە"نەپچڕاو"بێـت. باشـە چـۆن دەتـوانین ژمـارە ڕاسـتییەکان ڕیـزبکەین بەهـۆی پەیوەنـدی لە گەڵ ژمـارە سروشـتییەکان (یەک-بـۆ-یەک)؟ ئایـا ئەتـوانین؟ بەڵام لەمەیـان ئەم کـارە ئەسـتەمە و

نــــاتوانین، چــــونکە "کــــانتۆر" نیشــــانی دا کە نەک هەر نــــاتوانین هەمــــوو ژمارەکــان ڕیــز بکەیــن، تەنــانەت نــاتوانین ژمــارە ڕاســتییەکانی نێــوان 0 و 1 ڕیــز بکەیــن! ئەمەش تــا ڕادەیەک وەلامێــک بــوو بــووە هــۆی حەپەســان، هەنــدێکیان باوەڕیــان هێنــا و هەنــدێکیش کەلــلە ڕەقییــان کــرد و وتیــان ئەتــوانین ڕیزیــان بکەیــن! ئەوانــیش لەســەر قســەکەیان ســور بــوون و گوتیــان ئــێمە ڕیزییــان دەکەیــن! وا دانــێ ئــێمەش وا دەڵێــین و دژی "کــانتۆر" دەوەســتینەوە. وادادەنێــین کە دەتــوانین: کەوایە دەتــوانین هەمــوو ژمارەکــانی نێــــوان 0 و 1 بە شــــێوەی دەیــــی بنووســــین، بــــۆ نمــــونە: $\frac{1}{2} = 0.500000000000\ ...$ و... $\pi = 3.141592653589793$ ئێســــــــتا ڕەنــگە بڵێــی: هێــی "کــانتۆر" وەرە خشــتەکەم ببیــنە، ئەهــا ئەوەتــانێ! ئــێمە ژمارەکــــانی خشــــتەکە بە $r_1, r_2, r_3, r_4, r_5, r_6, ...$ نــــاودێنین. ئەگەر ئــــێمە نەمــــــــانتوانی ژمــــــــارەیەک دروســت بکەیــن،



یــاخود ژمــارەیەک هەبــوو نەکەوتە نــاو خشــتەکە، ئەوا "کــانتۆر" ڕاســتە و ئێمە هەڵەیـن. بەهەرحـاڵ، ئێسـتا وادانـێ خـۆت فشـکردەوە و دەڵێـی "کـانتۆر" وەرە ســەیری خشــتەکەم بــکە: کــانتۆریش بــۆی دێــت و ســەیردەکات، دوای ســەیرکردنێک، کــانتۆر ڕەنووســێک لە هەر ژمــارەیەکی خشــتەکەت تــۆخ دەکات وەک لە خوارەوە دیارە:

$$r_1:\ 0.\boldsymbol{a_1}a_2a_3a_4a_5\ ...$$
$$r_2:\ 0.b_1\boldsymbol{b_2}b_3b_4b_5\ ...$$
$$r_3:\ 0.c_1c_2\boldsymbol{c_3}c_4c_5\ ...$$
$$r_4:\ 0.d_1d_2d_3\boldsymbol{d_4}d_5\ ...$$

کــــانتۆر دەڵێــــت "باشــــە، بەلام ئەم ژمــــارەیە ... $x = x_1x_2x_3x_4x_5$ لە کــوێیە کاتێــک x_1 جیــاوازە لە a_1، x_2 جیــاوازە لە b_2، x_3 جیــاوازە لە c_3، ... بەم شــێوەیە کــارکردن لەســەر تیــرەی ســەرەکی خشــتەکەی بەڕێــزت؟ بــۆیە ئەو ژمــارەیە x جیــاوازە لە هەمــوو ژمارەکــانی نــاو خشــتەکەی

سەرەوە، بۆیە کانتۆر ڕاستی کرد و ناتوانین ژمارەکانی نێوان 0 و 1 ڕیز بکەین، جا چجای هەموو ژمارە ڕاستییەکان! بۆیە هیچ خشتەیەک لە ژمارە ڕاستییەکان ڕێتێچوو نییە، ئەمەش ڕاستییەکە کە کۆمەڵەی ژمارە ڕاستییەکان زۆر گەورەرە ترە لە کۆمەڵەکانی ژمارە ڕێژەییەکان! کەوابوو کۆمەڵەی ژمارە ڕاستییەکان؛ کۆمەڵەیەکی ناکۆتای نەژمێردراوە.

کورتەی بیرۆکەکە

پیشاندەری ناکۆتاکان

کارنامە

150پ.ز	1639	1655
"ئەرستۆ"[1] ناکۆتای ڕەتکردەوە.	"جیرار دیزارغ"[2] چەمکی ناکۆتای بردە ناو ئەندازە و بەکاریهێنا.	"جۆن والیس"[3] یەکەمین کەس بوو کە "گرێی خۆشەویستی-∞" بۆ ناکۆتا بەکارهێنا.
1874	**1960s**	
"کانتۆر"[4] زۆر بەوردی لێکۆڵینەوەی لە مەڕ ناکۆتا کرد، دەریخست کە هەموو ناکۆتاکان وەک یەکتر نین.	ئەبراهەم ڕۆبینسەن[5] ژماردنێکی نائاسایی داهێنا کە لەسەر بیرۆکەی زۆر ورد و قنج داڕێژرابوو.	

[1] *Aristotle*
[2] *Girard Desargues*
[3] *John Wallis*
[4] *Cantor*
[5] *Abraham Robinson*

08 ژمارە خەیاڵییەکان

زۆرجار دەتوانین وێنای ژمارەکان بکەین. هەندێ کات وێنای هەژمارە بانکییەکەمان دەکەین، دەبینین کە کارتەکەمان بە هەزارەها پاوەندی تێدایە، ئەمەش ھیچ پرسیاری تێدا نییە کە ئەو ژمارەیە خەیالی بێت یان نا لەسەر کارتێ وا بچوک. بەڵام بەکاربردنی بیرکارییانەی 'چەمکی خەیالی'، داڵـغەیەکە و هیچ شتێک نییە تا بە ئەنجامی بگەیەنین، لەم بارەشدا کریدیت کارتەکەی تۆ شتێکی ترە.

پێناسەکردن و سەرئاو خستنی چەمکی 'خەیالی' دەدرێتە پال بیرکاریزان و فەیلەسوف 'دیکارت'[1]، ئەمەش بەهۆی ئەو حەزەی بوو سەبارەت بە شیکاری هەندێ لە هاوکێشەکان کە لە دەڤەری ژمارە راستییەکان پێناسەنەکراو و شیکارنەکراو بوو. ئایا ژمارە خەیاڵییەکان هەن یان نا؟ ئەمە ئەو پرسیارە بوو کە بووە بنێشەخۆشەی دەمی فەیلەسوفەکان و وایکرد کە سەرنجێکی توند بخەنە سەر وشەی 'خەیالی'. ئەم پرسە بۆ بیرکاریزانەکان بابەتێکی وا گرینک نەبوو کە ئاخۆ ژمارەی خەیالی بوونی هەیە یان نا. ئەم ژمارانە بەلای ئەمانەوە، هەر وەک ژمارەکانی تری π یان 5، بەشێکە لە ژیانی رۆژانەمان، بەلام رەنگە شێوەکەی جیاواز بێت، دەنا شتەکی وەها نییە بە چاوێکی مۆنەوە سەیری بکەین. بەڵێ وایە، تۆ وا بیردەکەیتەوە کە ژمارە خەیاڵییەکان هاوکار و یارمەتیدەر نین لە بازارکردن، بەلام ئەگەر بێت و لەو کەسانە بپرسی کە نەخشەی فڕۆکە دەکێشن، یان ئەندازیاری کارەبان، ئەوا لەوەیە گەلێ سوودی مەزنی ئەم ژمارانەت بۆ باس بکەن. ئەگەر بێت و ژمارەی خەیالی و ژمارەی راستی بە هۆی کردارەکانی بیرکاری بەیەکەوە ببەستینەوە، ئەوا ناوێکی تری لێ دەنـدرێت، هەر ئەوەی کە پێی دەڵێین 'ژمارەی ئاوێتە' ئەمەش رەنگە کەمتر کێشەئامێز بێت بۆ فەیلەسوفان.

---

[1] *Rene Descartes*

تیــۆری ژمــاره ئاڵۆزەکــان، بەهــۆی شــتێکی بچــوکەوە وا گەشــەی ســەند، ئەویــش "ڕەگــیدووجــای نەرێنــی 1" بەڵام پرســیارە ســەیرەکە ئەمە بــوو: چ کاتێــک دووجاکردنێــک -1 دەداتــێ؟ چــونکە هەر شــتێک کە دووجــاکرا، ئەنجامی ئەرێنی لێ دەکەوێتە، بەڵام ئەمە...؟

ئەگەر ژمــارەیەک وەربگــری (ســفر نەبێــت) و ئەو ژمــارەیە کەرەتــی خــۆی بــکەی، ئەوا بەم ئەنجــامە دەوترێــت دووجــا و ئەنجامەکەشــی هەمیشــە ئەرێنییە (+). ئەمە ڕاســتە و گومــانی تێدا نییە کاتێــک ژمــارەیەکی ئەرێنــی دووجــا دەکەیــن، بەڵام ئــاخۆ ئەمە ڕاســتە ئەگەر بێــت و ژمــارەیەکی نەرێنــی (−) دووجــــا بکەیــــن؟ دەتــــوانین تــــاقیبکەینەوە، وەک -1×-1 . ئەو یاســـایەی لە قوتابخـــانە فێـــری بـــووینە، کە دەڵێـــت: لێکـــدانی دوو ژمـــارەی نەرێنــی، ژمــارەی ئەرێنــی لێــدەکەوێتەوە، وادانــێ لە بیرمــان نەمــاوە، بــۆیە ئێســتا لێکــدانی -1×-1 دەکــاتە 1 یــان دەکــاتە -1. ئەگەر پێمــان وابێــت کە $-1 \times -1 = -1$ پاشــان هەردوو لا دابەشــی -1 بکەیــن، دەبینــین کە $-1 = 1$ کە دیــاره ئەمەش ئەســتەمە و ناکرێــت، کەواتە $-1 \times -1 = 1$ کە ئەمەش ئەنجــامەکەی ئەرێنیــیە، ئەمە دەمــانگەیەنێتە ئەو ڕاســتییە کە هەر ژمــارەیەکی ڕاســتی نەرێنــی، دووجــا بکرێــت (لێکــدانی خــۆی) ئەوا هەمیشــە ئەنجــامەکەی ئەرێنیــیە. ئەمەش لە ســەرەتای تەمەنــی ژمــاره ئاوێتەکــانەوە؛ لە ســەدەی شــازدەهەم باســێکی هەڵواســراو بــوو، کــاتێکیش ئەم باســە شــوێن پێــی خــۆی گــرت و زاڵ بــوو، وەڵامەکەی؛ بیرکاریزانەکــانی ئــازاد کــرد لەو کــۆتوزنجیــرەی کە بەهــۆی ژمــاره ئاســاییەکانەوە دەســتییانی گرتبــوو، ئەمەش دەڤەرێکــی نــوێ و زۆر مەزنــی لە بیرکاریــدا ئاشــکرا کــرد. ئەم پێشــکەوتنەی ژمــارەی ئاڵۆزەکــان، بــووە هــۆی پتەوکردنــی ژمــارە ڕاســـتییەکان، بە ڕادەیەک لێــرەوە ئەو دوو کــۆمەڵەیە بەیەکەوە، بــوونە کۆمەڵەیەکی زۆر سروشتی و کۆمەڵەیەکی زۆر نەجیب و بێ کەموکوڕی.

ڕەگی‌دووجای -1 :

ئێمە لەمەو پێش بەر لەوەی ئاشنای ژمارە ئاڵۆزەکان بین، دەمانزانی کە هێڵی ژمارە ڕاستییەکان هێڵێکی ڕاستە بە باری ئاسۆیی.



لەسەر ئەو هێڵە ئێمە $\sqrt{-1}$ بەدی ناکەین، تا بەیانیش بەدوای بگەڕێین نایدۆزینەوە، ئەگەر ماوەیەکی زۆرتر بیری لێ بکەینەوە کە پێگەی ئەم ژمارەیە لەسەر ئەم هێڵە لە کوێیە! ئەوا پێدەچێت بێ تاقەت بین و واز لەو باسە بێنین، بەڵام واز مەهێنە با هەر لەسەر زارت بن، بچۆ کوپێک چا بێنە و لەگەڵ فەیلەسوفان بۆخۆت فڕی لێیدە، بەڵام ئەی ئەگەر لەگەڵ ئەوانیش هیچت دەست نەکەوێت! ئەی چارە؟ لەبەر ئەوەی زۆر ناوی ژمارەیەک دێنین، ئەوا تۆزێک پێی پەست دەبین، بۆیە هاتن $\sqrt{-1}$ بە شتێک هێماکرد، ئەویش i کە ناولێناتی بە ئەم پێتە دەگەڕێتەوە بۆ کاری بیرکاریزان "ئۆیلەر" ئەوا باشە کە بڕوات بە هەبوونی ئەم ژمارەیە هەیە، کەوایە ئەوەش دەبێت بزانی کە $i^2 = -1$، ها دڵت خۆش بوو؟ زۆر باشە، تۆ کە بیر لەم ژمارە دەکەیتەوە، بۆت جوان نییە کە ژمارە کۆنەکانیش لە بیربکەی، ئەو ژمارە ناسک و نازدارانەی وەک $2, -5, e, \pi, \sqrt{2}$ و $\frac{1}{2}$ هەموو ژمارەکانی تر، دەبا ئێستا بێین بە یەکتریان بناسێنین (ببەستینەوە) بەم شێوەیە:

ئەندازیاری $\sqrt{-1}$

تەنانەت ئەندازیاریش، کە بوارێکی زۆر کردارییە، بەکارهێنانی ژمارە ئاڵۆزەکانییان دۆزییەوە، کاتێ "مایکل فارادای" لە ساڵی $1830s$ تەوژمی کارەبای دۆزییەوە، بەم چەشنە ئەم ژمارەیەش بوونی پەیدا بوو لە نێو ڕاستی فیزیکییانە، سا بەم هۆیە، هێمای j بەکارهات بۆ نواندنی $\sqrt{-1}$ لە جیاتی i، چونکە i لە فیزیادا بە مانای لێشاوی ئەلکترۆنی دێت.

$$1+2i \quad , \quad -3+i \;, \quad 2+3i\,, \quad 1+i\sqrt{2} \;, \quad 2+i\pi$$

ئەم هەنگـــاوە زۆر گـــرینگەی بیرکـــاریش، لە ســـەرەتاکانی ســـەدەی نـۆزدەهەم نـرا، ئەویـش کاتێـک لە هێڵـی یەک ڕەهەنـدی ژمارەکـانەوە چـووین بـۆ هێڵـی دوو ڕەهەنـدی ژمارەکـان- ڕووتەختـی ژمـارە ئاوێتەکـان کە ئەمەش هەنگاوێکی زۆر مەزن بوو.

کردارەکانی کۆ و جاران لەسەر ژمارە ئاوێتەکان:

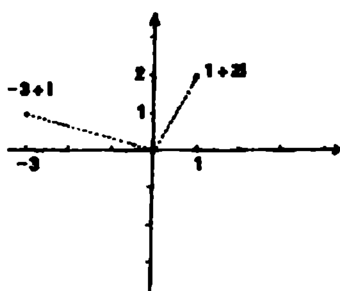
لە ئێسـتادا ژمـارە ئاڵۆزەکـان جێگـای خۆیـان لە مێشـکمان گـرت، ئەویـش ئەوەیە کە ژمـــارە ئاڵۆزەکـــان ئەو ژمـــارانەن کە لە دوو بەش پێکـــدێت، بەشـێکی ژمـارەی ڕاسـتییە و بەشـێکی ژمـارەی خەیـاڵییە کە ئەم شـێوەی هەیە: $a+ib$ وە a,b دوو ژمـــارەی ڕاســـتین. باشـــە دەتـــوانین چ مـــامەڵەیەک لەگەڵ ئەم ژمـــارانە بکەیـــن؟ هەروەک ژمـــارە ڕاســـتییەکان، ئەمـــانیش دەتوانـــدرێت چـــوار کردارەکەیـــان لەســـەر بە کـــاربێنین؟ لە کـۆکردنەوە، بەشـــی ڕاســـتی لەگەڵ بەشـــی ڕاســـتی کـۆدەکەینەوە، بەشـــی خەیـاڵیش لەگەڵ بەشـــی خەیـاڵی کـۆدەکەینەوە. وەک ئەگەر هەمـــان بێـــت $2+3i \;,\; 8+4i$، ئەوا کۆکردنەوی ئەم دوانە:

$$(8+4i)+(2+3i)=(8+2)+(4+3)i=10+7i$$

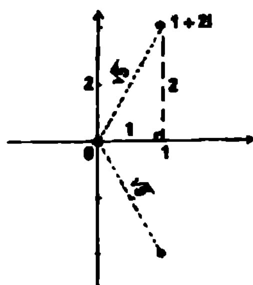
بـۆ کـرداری جـارانیش لە نێـوان دوو ژمـارە ئـاوێتە، وەک لێکـدانی دوو ڕادەداری پلە یەکە. ئەگەر هەمان ئەو دوو ژمارەی سەرەوە لێکبدەین:

$$\begin{aligned}(8+4i)\times(2+3i) &= (2\times 8)+(2\times 4i)+(3i\times 8)+(3i\times 4i)\\ &= 16+8i+24i+12i^2\\ &= 16+(8+24)i-12 \qquad ; \quad i^2=-1\\ &= 4+32i\end{aligned}$$

لەگەڵ ژمـــارە ئاوێتەکـــان، هەمـــوو کردارەکـــانی تـــر کە لەگەڵ ژمـــارە ڕاسـتییەکان هەمـانبوو، ئەوا لێـرەش ڕاسـتە هەر هەمـان ڕێسـاکان لەسـەر ژمـــارە ئاوێتەکـــانیش ڕاســـتە. کاتێـــک لە ژمـــارە ڕاســـتییەکان؛ دابەشـــکردنی ژمـارەیەک بەسـەر سـفر پێناسـە نەکـراو بـوو، هەمـان شـتیش لێـرە ڕاسـتە، واتە دابەشـکردن بەسـەر $0+0i$ پێناسـە نەکـراوە. جیـاوازییەکی زەق کە لە



نێوان ژمارە ڕاستییەکان و ژمارە ئاوێتەکان هەیە، ئەوەیە کە ژمارە ڕاستییەکان بۆ دووبەرەی ئەرێنی و نەرێنی جیادەکرانەوە، بەڵام لە ژمارە ئاڵۆزەکان ئەو جیاکردنەوەیەی نییە.



ڕووتەختی ئاوێتە:

جیاوازی سەرەکی لە نێوان ژمارە ڕاستییەکان و ژمارە ئاوێتەکان، ئەوەیە کە ژمارە ڕاستییەکان ژمارەی یەک ڕەهەندین، بەڵام ژمارە ئاوێتەکان ژمارەگەلێکی دوو ڕەهەندین. ئەمەش وامان لێدەکات بیر لە ڕووتەخت بکەینەوە بۆ نواندنی ژمارە ئاوێتەکان، ڕووتەختیش لەبەر ئەوەی دوو ڕەهەندییە، ڕەهەندێک بۆ بەشی ڕاستی ژمارە ئاوێتەکەیە، ڕەهەندێکیش بۆ بەشی خەیاڵی ژمارە ئاوێتەکەیە. بەم ڕووتەختە دەوترێت "ڕووتەختی ئاوێتە یان ڕووتەختی ئارگاند"[1]. لەم وێنەی سەرەوە چەند نمونەیەک خراوەتە ڕوو.

هەموو ژمارەیەکی ئاوێتە، "هاوڕێیەکی" هەیە کە پێی دەوترێت "ئاوەڵ" دۆزینەوەی ئاوەڵی هەر ژمارەیەکی ئاوێتە ئاسانە، تەنیا بە پێچەوانەکردنەوەی نیشانەی بەشی خەیاڵی ژمارە ئاوێتەکە، ئاوەڵی ژمارەکەمان دەست دەکەوێت. بۆ نمونە ئەگەر ئاوەڵی $1 + 2i$ بدۆزینەوە، ئەوا ئاوەڵەکەی دەکاتە $1 - 2i$. بەشی ڕاستی ژمارەکە گۆڕانکاری بەسەردا نایەت، ئەمەش پەیوەندییەکی ڕاستەقینەیە لە نێوان ئەم دوو

---

[1] بیرکاریزانی سویسری "Jean Robert Argand".

هـاوڕێیە. لەم وێـنەی سـەرەوە لە ڕووتەختـی ژمـارەی ئاوێتەكـان، نمونەكـان خراوەتە ڕوو.

لێكـدانی ئەو دوو ئـاوەڵە (هەر یەكەیـان بـۆ ئەوەی تـر ئـاوەڵە)، هەمیشـە ئەنجامەكەیـان ژمـارەیەكی ڕاسـتی دەردەچێـت. ئێسـتا ئەگەر ئەو دوو ئـاوەڵەی سـەرەوە لێكبـدەین: $(1-2i)\times(1+2i)=1^2+2^2=5$ وە كـۆكردنەوەی دوو ئـاوەڵی ژمـارەی ئـاوێتە، دیسـانەوە ئەنجـامەكەی تەنیـا ژمـارەی ڕاسـتی دەردەچێت. ئێسـتا گەر هەمـان ئەو دوو ئـاوەڵەی سـەرەوە كـۆبكەینەوە: $(1-2i)+(1+2i)=1+1=2$. هۆكـاری سـەرەكی كە بە ژمـارەیەكی ئـاوێتە و ئـاوەڵەكەی دەوترێـت "هـاوڕێ"، لەبەر ئەوەیە هەردووكیـان هەمـان دووریـان هەیە لە خـاڵی بـنەڕەت و وێـنەدانەوەن بـۆ یەكتـر. بەم شـێوەیە ئـێمە دەتـوانین دووری هەر ژمـارەیەكی ئـاوێتە لە خـاڵی بنەڕەت بدۆزینەوە، بەم شێوەیە:

$$\text{درێژی } w=\sqrt{(w\times \text{ئاوەڵی } w)}$$

ئەگەر هەمان ئەو نمونەی سەرەوە: $w=1+2i$

$$\text{درێژی } w=\sqrt{(1+2i\times 1-2i)}=\sqrt{1+4}=\sqrt{5}$$

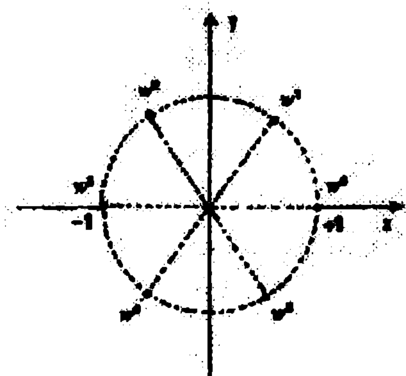
لە ڕاسـتیدا جیـاكردنەوەی ژمـارە ئاوێتەكـان لە بیروبۆچـونی ئەفسـانەیی و سـۆفیگەریی لە سـەدەی نـۆزدەهەم، دەگەڕێـتەوە بـۆ بیركـاریزان "ویلیـام ڕوون هـامیلتۆن" هـامیلتۆن پێـی وانەبـووە كە i پێویست بێـت بـۆ ئەم تیـۆرییە و گوزارشـتكردن لەم ژمـارەیە، ئەمە تەنیـا كارێـك بـووە وەك جیـاكردنەوەیەك و دەكرێـت وەلای بنـێن و بەكـاری نەهێنـین. هـامیلتۆن سـەرنجی دا كە ژمـارە ئاوێتەكـان دەكرێـت وەك جـووتە ڕێكخراوێـك (a,b) سـەیر بكەیـن لە ژمـارەی ڕاسـتیدا، لەم كـاتەش چ پێویسـت بە نووسـینی i ناكـات و هەر بەم شـێوەش مـامەڵەی لەگەڵـدا بكەیـن، بەڵام مـامەڵەكردن بەم شـێوەیە لەگەڵ كردارەكـان، ڕەنـگە تووشـی سەرلێشـوانمان بكات:

$$(2,3)+(8,4)=(10,7)$$

بەڵام ئەگەر سەیری كرداری جاران بكەین:

$$(2,3) \times (8,4) = (4,32)$$

دیـــــاره ئەگەر i دەرنەخەیـــــن، تووشی هەڵە دەبین.



ئـێمە لە ســەرەوە وتمــان ڕژێمــی ژمـــــارە ئاوێتەکـــــان کەلێنێکـــــی گەورەی پڕکـــردۆتەوە، بەتــایبەت لە شـیکاری هەنـدێ جـۆری هاوکێشــە. چـونکە هـۆی ســەرەکی پەیـدابوونی ژمـــارە ئاوێتەکـــان، هاوکێشـــەکان بـــوون، ســـادەترینیان ئەوە بـــوو کە ئەم هاوکێشـــــەیە $x^2 + 1 = 0$ شـــــیکارەکەی چـــیە؟ دوابەدوای هەمـــــوو ئەوانە، ڕژێمـــی ژمـــارە ئاڵۆزەکـــان زۆر پـــتەو و ســــەقامگیر دەردەکەوت کاتێـک بیـر لە شـتێک دەکەیـنەوە بە نـاوی "nەمـین شـیکاری هاوکێشـەیەکی یەکـی" بـۆ نمـونە ئەگەر هاوکێشـــەیەکی یەکیمـــان (یەکســـان بێــت بە یەک) هەبێـت $z^6 = 1$، ئەوا لە ژمــارە ڕاسـتییەکان تەنیـا دوو شـیکاری هەبـوو بـۆ ئەم هاوکێشـــــــــــەیە، ئەویـــــــــش $1-$ و 1 بـــــــــوو، چـــــــــونکە: $(1)^6 = 1 , (-1)^6 = 1$. بەڵام هیچمـــان لە بـــارەی 4 شـــیکارەکەی تـــر نەدەزانـــی، لەبەر ئەمەش ڕژێمـــی ژمـــارە ئاوێتەکـــان ئەو کەلێـنەی زۆر جـوان پڕکـــــردەوە بەوەی کە 4 شــــیکارەکەی تـــر چـــیە. 4 شــــیکارەکەی ئەم هاوکێشــــــەیەی ســــــەرەوە، بــــریتییە لەو ژمــــارە ئاوێتــــانەی کە دەکەونە ســـەربازنەیەک کە نیـوە تیـرەکەی لە خـاڵی بـنەڕەت یەک یەکەیە و پاســـەدانی هاوکێشەکە دەکەن. وەک لە وێنەکەی سەرەوەدا دیارە.

ئێســـتا ئەگەر ســـەیری ئەم نمـــونەیە بکەیـــن: $w = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i$ دەبینـــین کە ئەمە شــیکارە بـــۆ هاوکێشـــە یەکیـــیەکەی ســـەرەوە، وەک لە وێـــنەکەش بە دیاردەکەوێـــت، ئەگەر ئەم ژمـــارەیە بە پـــێچەوانەی میلـــی کـــاتژمێر بجـــوڵێنین، شـــیکارەکانی ترمـــان دەســـت دەکەوێـــت: $w^2, w^3, w^4, w^5 . w^6 = 1$ وە ئەگەر ئەو ژمـــارانە لەســـــەر ڕووتەخـــتەکە بە یەکتـــر بگەیەنـــین، ئەوا 6

لایەکمـــان بـــۆ دروســـت دەبێـــت، کە تەنیـــا ســـەرەکانی ئەو شـــەش لایە دەبێـــتە شـــیکار بـــۆ هاوکێشـــە یەکیـــیەکە. ئەمە لە کاتێـــک کە تـــوانی zەکە 6 بـــوو، بـــۆ ژمارەکـــانی تـــریش n بەهەمـــان شـــێوازە و دەبێـــت nلایەکمـــان هەبێـــت و سەرەکانی ئەو n لایە دەبێتە شیکار.

فراونکردنی ژمارە ئاڵۆزەکان:

بیرکاریزانەکـــان هەرگیـــز بە دۆزیـــنەوەیەک ناوەســـتن، هەر دۆزیـــنەوەیەک بـــکەن، هەوڵـــدەدەن پێشـــی بـــخەن. بەم چەشـــنەش ئایـــا ژمـــارە ئاوێتەکـــان ئـــاڵێرەوە کۆتـــایی دێـــت بەوەی ژمـــارەگەلێکی دوو ڕەهەنـــدین؟ بیرکـــردنەوە لەوەی کە ژمـــارەی تـــر بـــدۆزنەوە کە ڕەهەنـــدی بەرزتـــری هەبێـــت، وەک ســـێ ڕەهەنـــدی و چـــوار ڕەهەنـــدی؟! ئایـــا ئەم کـــارە هەوڵـــی بـــۆ دراوە؟ دوا بەدوا تیـــۆری ژمـــارە ئاڵۆزەکـــان، بیرکـــاریزان 'هـــامیلتۆن' تـــوێژینەوەیەکی کـــرد بـــۆ ئەوەی ژمـــارەی 3 ڕەهەنـــد و 4 ڕەهەنـــدی بـــدۆزینەوە، بەڵام لە لە هەمـــبەر 3 ڕەهەنـــدی لەبەر چەنـــد گرفتێـــک لە کـــۆکردنەوە و لێکـــدانی ئەو ژمـــارانە، ســـەرکەتوو نەبـــوو، بەڵام لە ژمـــارەی 4 ڕەهەنـــدی ســـەرکەوتوو بـــوو. دیســـانەوەی لێـــرە بە گشـــتاندنی ژمـــارە بـــۆ 4 ڕەهەنـــدی نەوەســـتان، دوای مـــاوەیەک، توانـــدرا ژمـــارە بـــۆ 8 ڕەهەنـــدی بگشـــتێندرێت کە بە 'ژمارەکـــانی کەیلـــی' ناســـراوە. زۆرێکـــیش بە هـــامیلتۆنەوەش، بـــۆ ژمـــارەی 16 ڕەهەنـــدی بە پەرۆش بـــوون وەک بەردەوامیـــیەک بـــۆ تیـــۆرییەکە، بەڵام 50 ســـاڵ دوای جوامێری و زرینگی هامیلتۆن، سەلمێندرا کە ئەمە ئەستەمە.

کورتەی بیرۆکەکە

بەکارهێنانی ژمارە ناڕاستییەکان لە جیهانی ڕاستیدا

کارنامە

1572	1777	1806
ڕافائیل بۆمبیلی[1] هەژمارکردنی لەگەڵ ژمارە ئاڵۆزەکان ئەنجامدا.	ئۆیلەر هێمای i بەکارهێنا بۆ نواندنی $\sqrt{-1}$.	ڕووتەختی ئاوێتە بە ناوی ڕووتەختی ئارگاند ناسێندرا.
1811	**1837**	
بیرکاریزانی مەزن گاوس[2] ژمارە ئاوێتەکانی بردە ناو نەخشەکان و نەخشەی ئاوێتەی هێنایە بوون.	بیرکاریزان ویلیام رۆون هاملتۆن[3] ژمارە ئاوێتەکانی وەک جووتە ڕێکخراوێک بەکاربرد.	

---

[1] *Rafael Bombelli*

[2] *Carl Gauss*

[3] *William R. Hamilton*

09 ژمارە سەرەتاییەکان[1]

بیرکاری یەکێکە لە زانستە تۆکمە و بەهێزەکان، راست و چەپ، بە ئاشکرا و بە نهێنی، لە کار و پرۆژەکانی مرۆڤدا هەیە، لە هەموو ئەو کاتانەش زۆر بەهێز و بە ئیرادەیە. بەڵام جاروبار پێوستە سەرێک لە بنەڕەتی ئەو زانستە بدەین. دیاریشە هەر کاتێ بمانەوێ باسی بنەڕەتی بیرکاری بکەین، مەبەستی سەرەکیمان ئەوەیە دووبارە میوانی ژمارەکان بینەوە: ... ,1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. پرسیارەکە ئەمەیە: ئەگەر ئێمە ئەو ژمارانە زیاتر بخەینە ژێر پشکنینی خۆمان، شتی بنچینەترمان[2] دەستدەکەوێت؟

باشە، ئەگەر سەرنجی ژمارەیەکی وەک 4 بدەین، دەبینین کە دەتوانین ئەم ژمارەیە بە یارمەتی کرداری 'جاران' هەڵبوەشێنینەوە بۆ ئەوەی بزانین پێکهاتەکەی چیە، بۆیە دەبینین $4 = 2 \times 2$ کە ئەم پێکهاتەیەشی دوو ژمارەی سەرەتاین-خۆبەش. دەتوانین هەموو ژمارەکانی تر بەم شێوە هەڵبوەشێنینەوە؟ گەر سەرنجی هەندێ ژمارەی دیکە بدەین:

$6 = 2 \times 3, 8 = 2 \times 2 \times 2, 9 = 3 \times 3, 10 = 2 \times 5, 12 = 2 \times 2 \times 3$.

ئەم ژمارانە پێیان دەوترێت 'ژمارەی دابەش' بەڵام ئەوەی جێگای وردبوونەوەیە، ئەوەیە کە ئەم ژمارانە بەهۆی ژمارە سەرەتاییەکانەوە دروست دەبن، پێکهاتەی ژمارە دابەشەکان، ژمارە سەرەتاییەکانن، کە ئەوانیش ئەمانەن: ... ,2, 3, 5, 7, 11، ژمارە سەرەتاییەکانیش ئەو ژمارانەن کە ناتوانین هاوچەشنی ژمارە دابەشەکان لێکیان هەڵبوەشێنینەوە. ژمارە سەرەتاییەکان ئەو ژمارانەن کە تەنیا دوو بەشداربوو-پێکهاتەی هەیە، ئەوانیش ژمارەکە خۆی لەگەڵ ژمارە یەک

---

[1] ژمارە 'خۆبەشەکان'یشی پێدەوترێت.

[2] زۆرێک لە بیرکاریزانەکان؛ ژمارە سەرەتاییەکان بە ئەتۆمی بیرکاری ناو دەبەن.

(واتە تـاکە ڕێگـا بـۆ نووسـینی ژمـارەیەکی سـەرەتایی لەسـەر شـێوەی لێکدانی دوو ژمـارە، هـیچ ڕێـگەیەک نیـیە تەنیـا ئەوە نەبێت ژمـارەکە جـارانی 1 بکەیـن، وەک $3 \times 1 = 3$ جـگە لەم ڕێگـایە، ڕێگـای دیـکە نیـیە). لێـرە دەشـێ پرسـیارێکت بـۆ بێـتە پـێش، ئەویـش: بـۆچی ژمـارە یەک ژمـارەیەکی سـەرەتایی نیـیە؟ چـونکە ئەگەر بگەڕێیـنەوە سـەر پێناسـەی ژمـارەی سـەرەتایی، ئەوا دەبێـت ژمـارە یەکـیش ژمـارەیەکی سـەرەتایی بێـت! بەڵام سـەرەتایی نیـیە؟ لە ڕاسـتیدا کە بـۆچی ژمـارە یەک سـەرەتایی نیـیە، ئەوە دەگەڕێـتەوە بـۆ ئەو ڕێککەوتـنەی نێـوان زانایـانی بیرکـاری لە کۆنـدا، وا ڕێککەوتـن کە ژمـارە یەک بە سـەرەتایی دانەنـدرێت و وەک سـەرەتایی مـامەڵەی لەگەڵدا نەکرێـت، بـۆیە لە سـەردەمی هـاوچەرخی بیرکـاری، ژمـارە سـەرەتاییەکان لە ژمـارە 2وەوە دەسـت پێـدەکات. ئەو هۆکـاری کە وای کـرد مـافی بەسـەرەتایی بـوون لە ژمـارە یەک بسـەنێتەوە و ژمـارە یەکـیش خـۆی پێـی ڕازی بـوو، لەبەر خـاتر و خـتوری یەکێـک لە بیردۆزەکـان بـوو، بیردۆزێکی زۆر جوان و نایاب.

بـا ژمارەکـان بنووسـین و ژمـارە سـەرەتاییەکان تـۆخ بکەیـن:

1, **2**, **3**, 4, **5**, 6, **7**, 8, 9, 10, **11**, 12, **13**, 14, 15, 16, **17**, 18, **19**, 20,21, 22, ...

ئەمەش ئەو بـنەڕەت و بنچیـنەیەیە کە لە سـەرەتای ئەم بـابەتە ئاماژەمـان پێـدا. بنچیـنەی بنچیـنەکە. ژمـارە سـەرەتاییەکان گرینگییەکـی تایبەتیـان هەیە، ئەمەش لەبەر ئەوەی ئەوانە "ئەتـۆم"ی بیرکـارین. ئەمەش ئەوە دەگەیەنێـت کە ئەم ژمـارانە دەبـنە پێکهـاتە و کەرەسـتە بـۆ بنیادنـانی تـاوەرە بیرکارییەکـان-تیۆرییەکـان. ئەو دەرئەنجـامە بیرکـارییەی کە هەمـوو ئەو شـتانە یەکـدەخات، پێـی دەوترێـت "بیـردۆزی شـیتەڵکاری ژمـارە سـەرەتاییەکان" ئەمە ئەو بیـردۆزەیە کە خـاتری ئەوەنـدە زۆر بـوو، ژمـارە یەک؛ سـەرەتایی بـوونی بـۆ کـردە قوربـانی. ئەم بیـردۆزە دەڵێـت: هەمـوو ژمـارەیەکی دابەشـی لە دوو گەورەتـر، دەتوانـدرێت لەسـەر شـێوەی لێکـدانی ژمـارە سـەرەتاییەکان بنووسـرێت، ئەم شـێوازەی نووسـینەش تاقـانەیە و ڕێگـای تـر بـوونی نیـیە. لەسـەرەوە کۆمەڵێـک ژمارەمـان نووسـیی، وەک 12 کە دەبینـین $3 \times 2 \times 2 = 12$ کە ژمـارەیەکی دابەشـە، سـێ پێکهـاتەی

سـەرەتایی هەیە، جگە لەم ڕێگـایەی سـەرەوە، ڕێگـای تـر نیـیە و ژمـارەی تـری سـەرەتایی نیـیە بـۆ دروسـتکردنی 12. لەم ڕێگایەشـدا دەتوانـدرێت هەنـدێ سـیفەتی لێکـدان بەکـاربێنین بـۆ سـادەکردنەوەی نووسـینەکە، وەک $12 = 2^2 \times 3$. نموونەیەکی تر وەک:

$$6{,}545{,}448 = 2^3 \times 3^5 \times 7 \times 13 \times 37$$

دۆزینەوە ژمارە سەرەتاییەکان:

ئەگەرچـی ئەوەمـان بەیـانکرد کە ژمـارە سـەرەتاییەکان بە ئەتـۆمی بیرکـاری ناسـراون، بەڵام شـتێک کە لە بـارەی ئەم ژمـارانەوە تۆزێـک بـێ تاقەتمـان دەکـات، ئەوەیە کە تـا ئێسـتا یاسـایەک نیـیە تـا بتـوانین ئەم ژمـارانەی پـێ بـدۆزینەوە بە شـێوەیەکی بەردەوام، زانینـی ئەوەش کە ژمـارەیەک سـەرەتاییە یـان نـا، گشـتی بە ڕێگـای تـاقیکردنەوە، دەیـزانین. مـرۆڤیش بە هەمـوو ئەو زیـرەکییەی کە هەیەتـی، تـا هەنـووکە دەسـتی بە یاسـایەکی لەم شـێوەیە نەگەیشـتووە. دەشـێ هۆکـاری ئەمە ئەوە بێـت کە بڵاوبـوونەوەی ئەو ژمـارانە بە نـاو ژمـارە تەواوەکـان، هـیچ شـێوەیەکی ڕێـک و پێکـی نەبێـت، لە بـارەی چـۆنییەتی بڵاوبوونەوەشـیان، ناتوانـدرێت هـیچ بـوترێ. بەڵام هەوڵـی زۆر هەبـووە لە بـارەیەوە و چەنـد ڕێسـایەک بـۆ ئەم مەبەسـتە ڕۆنـران، بەڵام دواتـر کەموکـوڕی لە یاسـاکە دەرکەوت. یەکەم هەوڵـی لەم شـێوەیەش لە لایەن کەسـێک لە هـاودەمی 'ئەرخەمیـدز' بـوو بە نـاوی 'ئەراتۆسـتێن' کە زۆربەی ژیـانی خـۆی لە ئەسـینا بـردە سـەر. هەژمارەکـانی لە مەڕ درێـژی هێڵەکـانی پـانی زەوی، زۆربەی کـاتی ئەوی گرتبـوو. بەڵام تـا ئەمـڕۆش، ئـالگۆریتمەکەی ئەو بـۆ دۆزیـنەوەی ئەم ژمـارانە، بـاوترین ڕێگـایە، کە پێـی دەوترێـت 'بێژنگـی ئەراتۆسـتێن' کە ئـالگۆریتمێکی سـادەیە بـۆ دۆزیـنەوەی ژمـارە سـەرەتاییەکان و کەڵکـی لـێ وەردەگیرێـت. ئەراتۆسـتێن داهێـنەری ئەم ئەلگـۆریتمەیە و بە نـاوی خـۆیەوە ناسراوە.

بـۆ بەکارهێنـانی ئەلگـۆریتمی بێژنگـی ئەراتۆسـتین، ئەم هەنگـاوانە پەیـڕەو بـکە: (وا دابنـێ دەمانەوێـت ژمـارە سـەرەتاییەکانی نێـوان 1 تـا 100 دیـاری بکەین)

1. لە 1 تـــــــا 100 ژمارەکان ڕیز بکە.

2. هێمـای × لەسـەر 1 دابنـــــــێ (واتە یەک وەلا بنێ)

3. ژمـــــارەی 2 دەور بـــدە و هێمـــای × لەســـەر چەندجارەکانی دوو دابنێ.

4. ئەو ژمـــــــارە ســـەرەتاییەی دوای 2 دێــت هێمـــای × لەســـەر چەنـــدجارەکانی دابنـــێ و وەلایان بنێ.

5. بگەڕێوە هەنگاوی چوارەم.

6. هەتـــا ئەو جێگــــایەی ژمـــــارەیەکی ســــــەرەتایی مابێـــــت و چەندجارەکانت وەلا نەنابێت، درێژە بەم کارە بدە.

7. لە کۆتاییــدا هەمـــوو ئەو ژمـــارانە دەور بـــدە کە مـــاونەتەوە. وەک لەم خشتەی سەرەوە دەردەکەوێت.

ئەمەش واتـای ئەوەیە کە دەتـوانین پێشـبینی ژمـارەی سـەرەتایی بکەیـن، بەڵام چـۆن بتـوانین بڕیـار لە سـەر ژمـارەیەکی دیـاریکراو بـدەین کە ئـاخۆ ئەم ژمـــارەیە ســـەرەتاییە یـــان نـــا؟ وەک ئەم دوو ژمـــارەیە 19,071 یـــان 19,073؟ جـــگە لە ژمــــارەیەک کە کۆتـــا ڕەنووســـی 2,0 یـــان 5 بێـــت، ســـەرەتایی نیـــیە، ئەوا ژمـــارەیەک هەر چەنـــدی گەورە بێـــت، ئەوا پێوســـتە کۆتـا ڕەنووسـی 9 یان 1,3,7 بێـت، ئەمەش واتـا لەم چـوار بـارە دەبێـت ژمـارەکە تـاقیبکەینەوە کە سـەرەتاییە یـان نـا، بەدەر لەم چـوار بـارە ئەگەر

کۆتـا ڕەنووسـیان ئەم ژمـارانە نەبـوو، ئەوا بـێ شـک سـەرەتایی نـین. بەڵام لەگەڵ ئەمەشـدا، بڕیـاردان لەم چـوار بـارەش ئاسـان نیـیە، بگـرە هەنـدێ جـار لە توانـای ئـێمە دەچێـتە دەرەوە و دەبێـت پشـت بە کۆمپیـوتەر ببەسـتین بـۆ ئەم مەبەسـتە. بەم هـۆیەوە، لەو دوو ژمـارە گەورەی سـەرەوە، تەنیـا 19,073 سـەرەتاییە و ژمـارە $19071 = 3^2 \times 13 \times 163$ دیـارە کە سەرەتایی نییە.

لێـرە پرسـیارێک سـەری هەڵـدا، چـۆن دەتـوانین بـزانین کە لە نێـوان دوو ژمـارەی دیـاریکراو چەنـد ژمـارەی سـەرەتایی هەیە؟ بـۆ نمـونە لە نێوان 1 و 100، بەبێ ئەوەی ناوی ژمارە سەرەتاییەکان بێنین.

ماوەی	1-100	101-200	201-300	301-400	401-500	501-600	601-700	701-800	801-900	901-1000	1-1000
ژمارەی ژمارە سەرەتاییەکان	25	21	16	16	17	14	16	14	15	14	168

لە سـاڵی 1792دا، بیرکـاریزانی درەوشـاوەی ئاسـمانی بیرکـاری "گـاوس" کاتێـک کە تەمەنـی تەنیـا 15 سـاڵ بـوو، ڕێسـایەکی ڕۆنـا $P(n)$ بـۆ خەملانـدنی ژمـارەی ژمـارە سـەرەتاییەکانی نێـوان دوو ژمـارەی دیـاریکراو یـاخو بـۆ زانینـی ئەوەی لە خـوار ژمـارەیەکی وەک n چەنـد ژمـارەی خـۆبەش هەیە. ئەم ڕێسـایەش ئێسـتا بە "بیـردۆزی ژمـارەی سـەرەتایی ناسـراوە" ئەگەر نمـونەیەک وەربگـرین. وادانـێ کە $n = 1000$، ئەوا بە پێـی یاسـایەکە لە خـوار 1000 نـزیکەی 172 ژمـارەی سـەرەتایی هەیە، لە ڕاستیشـدا خـۆی 168 ژمـارەی سـەرەتایی هەیە و ئەمەش لێـوەی نـزیکە. بەڵام بـۆ ژمـارەیەکی زۆر قەبەی وەک $n = 10^{371}$، ژمـارەی ژمـارە سـەرەتاییەکانی خـوار ئەم ژمـارەیە کە بەدڵنیـایی زانـراون، ئەو ژمـارە خەملێنـراوە زۆر تێـدەپەڕێنن کە بەهـۆی یاسـەکەوە بە دەسـتمان دەگـات. لە ڕاستیشـدا، ژمـارەی ڕاسـتی زانـراوی نـاوچەیەک و خەملێنـراوی نـاوچەکە، بەپێـی ژمـارەکە دەگۆڕێـت، جـاری وا هەیە لە ژمـارە ڕاسـتەقینەکە تێدەپەڕێت، جاری واش هەیە تێناپەڕێت.

ژمارە سەرتاییەکان ژمارەیان چەندە؟

ئایـــا ناکۆتـــا ژمـــارەی ســـەرەتایمان هەیە یـــان ژمـــارەیەکی کۆتـــادار لە ژمـــارەی ســـەرەتایمان هەیە؟ "ئیقلیـد" 300 ســـاڵ بەر زانـــین، لە پەرتـــوکی ژمـــارە 9ی "بنەماکـــان" لە لێـــدوانی ژمـــارە 20، دەیســـەلمێنێت کە ناکۆتـــا ژمـــارەی ســـەرەتایمان هەیە. بـــۆ ســـەلماندنی ئەم ڕاســـتییەش، میتـــۆدی دژەیەک بەکاردێنێت.

ســـەلماندن: وا دادەنێـــین کە N ژمـــارەی خۆبەشـــمان هەیە. لەبەر ئەوەی N کـۆمەڵەیەکی کۆتـادارە لە ژمـارەی خـۆبەش، ئەوە دەتـوانین ژمارەکـانی نـاو N بەو شـێوەیە ڕیـز بکەیـن: $P_1, \dots, P_N$. ئێسـتا لەو چەنـد ژمـارە خۆبەشـەی هەمـانە، ژمـارەیەکی تـر دروسـتدەکەین، نـاوی دەنـێن x کە x لە هـیچ یەک لە دانەکـانی نـاو N ناچێـت، واتە لە تەواوی ژمارەکـانی نـاو N جیـاوازە. دروستکردنی x بەم شێوەیە:

$$x = (p_1 \times p_2 \times \dots \times p_N) + 1$$

واتە هەمـوو خۆبەشـەکان لێکـدەدەین و دواتـر کـۆی 1 دەکەیـن. ئێسـتا دوو ئەگەر هەیە، ئەویش: x خۆبەشە یان خۆبەش نییە؟

1) ئەگەر x خـۆبەش بێـت، ئەوە دەگەیـنە دژەیەک، چـونکە ئـێمە گریمانمـان کـردووە N کـۆمەڵەیەکی کۆتـادارە و هەمـوو ژمـارە خۆبەشـەکانی تێـدایە، کەچـی ئێسـتا x یەکمـان دۆزیـیەوە کە خۆبەشـە و لەو نـاو N دا نیـیە، کەواتە N کۆتـادار نیـیە، ئەمەش واتـا N ناکۆتـایە و ناکۆتـا ژمـارەی خۆبەشـمان هەیە.

2) ئەگەر x خـــۆبەش نەبێـــت، واتە x ژمـــارەیەکی دابەشـــە، لەبەر ئەوەی هەمـــوو ژمـــارەیەکی دابەش بە هـــۆی لێکـــدانی چەنـــد ژمـــارەیەکی خـــۆبەش دەنووسـرێت، ئەوە x لە ئەنجـامی لێکـدانی چەنـد خۆبەشـێک دەنووسـرێت. ئەگەر ئێســـتا x دابەشـــی هەر یەک لە خۆبەشـــەکانی نـــاو N بکەیـــن، ئەوە مـــاوەیەک دەمێنێـــتەوە کە ئەویـــش بـــریتییە لە 1، ئەمە واتە x دابەشـــی هـــیچ یەک لە خۆبەشـــەکانی نـــاو N نابێـــت، وە لەبەر ئەوەی x لە خۆبەشـــەکانی نـــاو N دروســـتکرابوو، کەواتە x تەنیـــا دابەشـــی خـــۆی و 1 دەبێـــت، ئەمەش واتە x ژمـــارەیەکی خۆبەشـــە. دەرکەوت x خۆبەشـــە، بە پێـــی خـــاڵی یەکەم،

کەواتە بۆمـــان دەردەکەوێـــت x خۆبەشـــێکە و لە نـــاو N نیـــیە، کەواتە ئەو گریمـــانەی وتمـــان: کۆتـــادار ژمـــارە خۆبەشـــمان هەیە، هەڵە دەرچـــوو. کەواتە پێچەوانەکەی ڕاستە کە ناکۆتا ژمارەی خۆبەشمان هەیە. ■

بیرکـــردنەوە لەوەی کە ژمـــارە ســـەرەتاییەکان بـــۆ ئەبەد درێـــژ دەبـــنەوە، کەوایە هەردەم ژمـــارەیەکی ســـەرەتایی گەورە و گەورەتـــر هەیە. بـــۆیە بە پێـــی دوایـــین گەڕانەکـــان [1] و پێشـــکەوتنی کۆمپیـــوتەری، توانیومـــانە دەســـتمان بگـــات بە ژمـــارەیەکی ســـەرەتایی کە پێـــی دەوترێـــت "ژمـــارەی ســـەرەتایی مێرســـــن" کە دەکـــــاتە $2^{24036583} - 1$ و بە نزیکەیـــی پێکهـــــاتووە لە 7,235,732 ترلیۆن ڕەنووس!

نەزانراوەکە:

دوو لە کێشـــە هەرە نایابەکـــانی تیـــۆری ژمارەکـــان کە پەیوەنـــدی بە ژمـــارە ســـەرەتاییەکانەوە هەیە، تـــا ئێســـتا بە شـــیکارنەکراوی مـــاوەتەوە، ئەوانـــیش کێشەی "خۆبەشە دوانەکان و گریمانەی گۆڵدباخ"ە.

خۆبەشـــە دوانەکـــان، ئەو ژمـــارە خۆبەشـــانەن کە مەودای نێوانیـــان یەکســـــانە. ئەگەر ســـــەرنجی ژمـــــارە خۆبەشـــــەکانی بـــــدەین ...،2،3،5،7،11،13،17،19،23،29،31،37،43،47،53 لە نـــــاو کـــــۆمەڵەی ژمارە خۆبەشەکان:

3&5, 5&7, 11&13 ،17&19 ،29&31 ،41&43 ئەمـــــــــانە خۆبەشـــی دوانەن، چـــونکە دوو ژمـــارەن کە جیـــاوازی نێوانیـــان تەنیـــا یەک یەکەیە (ژمـــارەیەکی جـــووت لە یەکتریـــان جیادەکـــاتەوە). هەروەهـــا 3،5، &7 ئەمـــانە خۆبەشـــی ســـییانەن. بە شـــێوەیەکی نزیکەیـــی 808،888،577،436 خۆبەشـــی دوانەیـــی هەیە؛ ئەوەی کە تـــا ئێســـتا زانـــراوە، ئەم خۆبەشـــە دوانـــانەش گشـــتیان لەخـــوار نرخـــی 10^{10} دان. پرســـیارەکە ئەوەیە: ناکۆتـــا

[1] لە 29ی 2ی 2020، دوایـــین ژمـــارەی خـــۆبەش کە دۆزرایەوە، ئەمە بـــوو:
$6962 \times 31^{2863120} - 1$

جـووتە ژمـارەی سـەرەتایی لەم شـێوەیە هەیە؟ تـا ئێسـتا کەس ئەم کێشـەی بەلایەکدا نەخستییە.

کێشـەکەی تـر، گریمـانەکەی گۆڵـدباخە. گۆڵـدباخ ماتمـاتکزانێکی ئەڵمـانییە کە لە سـاڵی 1690 لە دایـک بـووە و سـاڵی 1764 گیـانی سـپاردووە. گۆڵـدباخ لەهەمـان کاتـدا یاساشـی خوێنـدووە. دوای تەواوکردنـی خوێنـدنی لە زانکـۆی ڕۆیـال، بـۆ چەنـدین شـوێنی تـر گەڕاوە، وەک: ئیتاڵیـا، هۆڵەنـدا و فرەنسـا، لەم گەڕانەشـدا چـاوی بە چەنـدین ماتمـاتیکزانی دیـار و بەرز کەوتـووە، وەک: لایبنیتـز، ئـۆیلەر و برنـۆڵی کە تـاوتوێی کارەکـانی خـۆیی لەگەڵ ئەمانـدا کـردووە، بـۆیە لەگەڵ ئـۆیلەر بیردۆزێکیـان هەیە پێـی دەڵـێن "بیـردۆزی گۆڵـدباخ-ئـۆیلەر". گۆڵـدباخ لە سـاڵی1742دا کاغەزێـک بـۆ "ئۆیلەر" دەنێرێت و تێدا باسی کێشە-گریمانەیەک دەکات.

گریمـانەکە: هەر ژمـارەیەکی جـووتی لە 2 گەورەتـر، دەتوانـدرێت لە ئەنجامی کۆکردنەوەی 2 ژمارەی سەرەتایی (خۆبەش) بنووسرێت.

نمونە: ... $3 + 3 = 6$ ، $3 + 5 = 8$ ، $7 + 3 = 10$ ، $7 + 5 = 12$

زۆرێـک لە ماتماتیکزانـان پێیـان وایە ناتوانـدرێت ئەمە بسـەلمێندرێت، واتە سـەلماندنی شـتێکی قورسـە کە ئەمە بـۆ هەمـوو ژمـارەیەکی جـووتی ئەرێنـی ڕاسـتە، بـۆیە لە نێـوان سـاڵەکانی $2000 - 2002$ دا، یەک میلـۆن دۆلار وەک خەلات تەرخـانکرا بـۆ ئەو کەسـەی کە بتوانێـت ئەم گریمـانەیە یەکلابکاتەوە، بەلام کەس نەبوو، هەتا هەنووکەش کەس نییە!

بیرکـاریزانێکی چینـی بە نـاوی "چـین جینگـرون" هەنگـاوێکی زۆر مەزنـی نـا و بیردۆزێکـی دارشـت کە دەڵێـت "هەمـوو ژمـارەیەکی جـووتی لە ڕادە پێوسـت گەورە، دەتوانـدرێت بەهـۆی سـەرجەمی دوو ژمـارەی سـەرەتایی یـان لە سـەرجەمی ژمـارەیەکی سـەرەتایی و ژمـارەیەکی "نیـوە سـەرەتایی" (ژمارەیەک کە لە ئەنجامی دوو خۆبەش دروست بووە) بنووسرێت.

بیردۆزەوانـی مەزن "فیرمـات" ئەوەی سـەلماند کە ژمـارەی سـەرەتایی لەم شـێوەیە $4k + 1$ دەتوانـدرێت بەهـۆی ڕێگـایەکی تاقـانەیی بە سـەرجەمی دوو ژمـارەی دووجـاکراو بنووسـرێت. بـۆ نمـونە: $17 = 1^2 + 4^2$. بەلام ژمـارەی سـەرەتایی لەم شـێوەیە $14k + 3$

ناتوانـــدرێت. دوابەدوای ئەمە، بیرکـــاریزانی پـــایە بەرز "لاگـــرانج"[1] یەکێـــک لە بیـــردۆزە هەرە بەناوەکـــانی بیرکـــاری ســـەلماند، ئەویـــش لە هەمـــبەر تـــوانی دوو کە ئەمە دەقەکەیەتـــی: هەمـــوو ژمـــارەیەکی تەواوی ئەرێنـــی، دەتوانـــدرێت لەســـەر شـــێوەی ســـەرجەمی چـــوار ژمـــارەی دووجـــاکراو بنووســـرێت. بـــۆ نمـــونە: $19 = 1^2 + 1^2 + 1^2 + 4^2$. بـــۆ تـــوانی بەرزتـــر، ئەویـــش گەشـــەی بەخۆیەوە بینی، بەڵام هەر بەکراوەیی (شیکارنەکراوی) ماونەتەوە.

لەســـەرەوە ژمـــارە ســـەرەتاییەکانمان بە "ئەتـــۆم" نـــاوبرد و فرۆزەکـــرد[2]. بەڵام ڕەنـــگە پرســـیاری ئەوەت بـــۆ دروســـت بێـــت کە ئـێمە لە فیزیـــا دا بچـــوکتر لە ئەتۆممـــان هەیە کە پێـــی دەوترێـــت "کوارکەکـــان"، ئـــاخۆ بـــۆ بیرکـــاریش دەشـــێ شـــتێکی تـــر لەو ئەتـــۆمەی بیرکـــاری بچـــوکتر و بنەڕەتـــر هەبێـــت؟ ژمـــارە 5 ســـەرەتاییە و هەر واش دەمێنێـــتەوە. بەڵام بیرکـــاریزان "گـــاوس" دۆزینەوەیەکـــی ســـەیری کـــرد، ئەویـــش ئەوە بـــوو کە هەنـــدێ ژمـــارەی ســـەرەتایی هێشـــتا دەکرێـــت بـــۆ پێهـــاتەیەک وردبکـــرێتەوە-شـــیتەڵبکرێت، وەک ژمـــــــارەی ســـــــەرەتایی 5 کە $5 = (1 - 2i) \times (1 + 2i)$ کاتێـــــک کە $i = \sqrt{-1}$ ژمـــارەی خەیـــاڵییە لە ڕژێمـــی ژمـــارە خەیاڵییەکـــان. بـــۆیە لێکـــدانی دوو "ژمـــارەی تەواوی گاوســـــی" و ژمـــارەی لەم چەشـــــنەش، ئەوا چیـــدیکە ناتواندرێت شیتەڵبکرێن-وردبکرێنەوە وەک لەوەی بانگەشەی بۆ کرابوو.

[1] *Joseph lagrange*

[2] فرۆزە: وەسف

کورتەی بیرۆکەکە

لەتۆمی بیرکاری

کارنامە

300پ.ز	230پ.ز	1742
"ئیقلید" لە پەرتووکی "بنەماکان" سەلماندی کە ناکۆتا ژمارەی سەرەتایی هەیە.	"ئەراتوستین"[1] میتۆدێکی دۆزییەوە بۆ ئەوەی ژمارە خۆبەشەکانی پێ دەربخەین.	"گۆلدباخ"[2] گریمانەی ئەوەی کرد کە هەموو ژمارەیەکی جووت بە کۆی دوو ژمارەی سەرەتایی دەنووسرێت.

1896	1966
"بیردۆزی ژمارە خۆبەشەکان" لەسەر بلاوبوونەوەی ژمارە خۆبەشەکان، سەلمێندرا.	"شین جینگرون"[3] بە نزیکەیی گریمانەکەی "گۆلدباخ"ی پشتڕاستکردەوە.

---

[1] *Eratosthenes of Cyrene*

[2] *Goldbach*

[3] *Chen Jingrun*

10 ژمارە بێخەوشەکان

لە بیرکاریدا، بەدواداچوون بۆ شتە بێ کەموکورەکان، وادەکات هەندێک لەو شتانەی کە هەیە، پێگەیەکی تایبەت و جیاواز وەربگرن. دەزانین کە ژمارەی 'دووجای تەواو'مان هەیە، بەڵام ئەم دەستەواژەیە لە ژێری جوانناسەکان بەکارنایەت و شتێکی وەها نییە، چونکە دەشبینین ژمارەی دووجای ناتەواویش هەیە. لە لایەکی ترەوە، دەبینین کە هەندێ ژمارە چەند کۆلکەیەکییان هەیە و، هەندێکیش زۆر! بەڵام هەندێ ژمارە 'کت‌ومت بێگەردن' ئەویش کاتێ کۆلکەکانی ئەو ژمارەیە کۆدەکەینەوە، ئەوا سەرجەمیان دەکاتەوە ژمارەکە خۆی، ئەم جۆرە ژمارەیەش پێی دەوترێ 'ژمارەی بێخەوش'.

فەیلەسوفی یۆنانی 'سبوزیبوس' کە لە فێرگەی ئەفلاتونی مامی قوتابی بوو، ئەوە دووپاتدەکاتەوە کە فیساگۆرس باوەڕی وابووە کە ژمارە 10 بیناسەیەکە بۆ کاملی شتەکانی دیکە. بۆچی؟ چونکە ژمارە سەرەتاییەکانی نێوان 1 و 10 بریتین لە 2, 3, 5, 7 کە یەکسانە بە ژمارەی؛ ژمارە دابەشەکانی نێوان 1 و10 کە ئەمانەن 4,6,8,9. ئەمەش بچوکترین ژمارەیە کە ئەم سیفەت و تایبەتمەندییەی تێدا دێتە دی. بەڕاستی هەندێ خەڵک، بیرۆکەی زۆر نامۆ و سەیرییان لە هەمبەر کاملی هەیە.

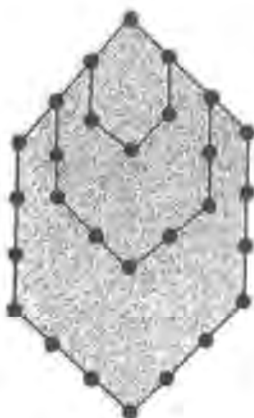
لە ڕاستیدا، واپێدەچێت کە فیساگۆرس لە هەمبەر چەمکی 'ژمارەی بێخەوش' خاوەن دید و بۆچونێکی زۆر دەوڵەمەند بوو بێت. تایبەتمەندی بیرکارییانەی ژمارە بێخەوشەکان، لەلایەن ئیقلیدەوە ئاماژەی پێکراوە لە پەرتوکەکەی 'بنەماکان' و دوای 400 ساڵ بە قوڵی توێژینەوەی تێدا کرا لە لایەن بیرکاریزانی یۆنانی 'نیکوماکوس' بەم هۆیە چەند جۆرێکی تری ژمارە هاتنە ئاراوە وەک 'ژمارە دۆستەکان' و 'ژمارە کۆمەڵایەتییەکان' کە هەموو ئەمانە لە پەیوەندی نێوان ژمارەکان و کۆلکەکانیانەوە هاتنە

ئاراوە. گەڕان و لێکۆڵینەوە لە مەڕ کۆلکەکانی ژمارە، شتانێکی زۆر جوانی لە دەفەری ژمارەکان سەر ئاو خست. لە هەندێ خاڵیشدا، ژمارەکان دەچنە ژێر سایەی تیۆرییەوە؛ تیۆری ژمارەی کەمکۆلکە و تیۆری ژمارەی زۆرکۆلکە، کە ئەمەش ڕابەریکردنێکە بۆ چەمکی کاملێتی.

پۆلێنکردنی ژمارە دابەشەکان بەهۆی کۆلکەکانیانەوە، ژمارەکان دەکاتە دوو بەش، ئەو بەشکردنەش بەهۆی سەرجەمی کۆلکەکانەوەی دەبێت و سەرنجی دەخرێتە سەر. لەسەرەوە ژمارەی دابەشمان پۆلێنکرد بۆ دوو زۆن، زۆنێک ئەو ژمارانەی کە سەرجەمی کۆلکەکانیان گەورەترە لە ژمارەکە خۆی، پێی دەوترێ "ژمارەی زۆرکۆلکە" ئەو ژمارانەشی کە سەرجەمی کۆلکەکانیان بچوکترە لە ژمارەکە خۆی، پێی دەوترێ "ژمارەی کەمکۆلکە" ئەگەر نمونەیەک وەرگرین، وەک ژمارە 30، دەزانین کە کۆلکەکانی ئەم ژمارەیە ئەمانەیە 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15 کە سەرجەمی ئەم ژمارانەش دەکاتە 42، دیاریشە 42 گەورەترە لە ژمارەکە خۆی کە 30 بوو. کەواتە ژمارە 30 ژمارەیەکی زۆرکۆلکەیە. ئەگەر ژمارە 26 وەربگرین، دەزانین کە کۆلکەکانی ئەم ژمارە بریتییە لە 1, 2, 13 کە سەرجەمیان دەکاتە 16، کە دیارە 16 بچوکترە لە ژمارەکە خۆی کە 26 بوو، بۆیە ئەم ژمارەیە ژمارەیەکی کەمکۆلکەیە. ژمارە سەرەتاییەکان هەمیشە ژمارەی کەمکۆلکەن، چونکە ئەم ژمارانە تەنیا یەک کۆلکەیان هەیە، ئەویش 1 (مەبەستمان کۆلکەی شیاوە، واتە ژمارەکە خۆی نابێتە کۆلکە).

پلە	1	2	3	4	5	6	7
ژمارەی بێخەوش	6	28	496	8, 128	33, 550, 336	8 589, 869, 056	137, 438, 691, 328

ئەم ژمـــارەیەش کە ســـەرجەمی کۆلکەکـــانی بـــێ کەم و زیـــاد دەکـــاتەوە ژمـارەکە خـۆی، ئەوا پێـی دەوتـرێ "ژمـارەی بـێخەوش" لە کـۆمەڵەی ژمـارە سروشـــتییەکان، یەکەم ژمـــارەی بـــێخەوش بـــریتییە لە 6، کە کۆلکەکـــانی بـریتین لە 1,2,3 کە دیاریشـە کـۆی ئەمـانە دەکـاتەوە 6. فیساگۆرسـییەکان تـا ڕادەیەکـی زۆر شـەیدای ئەم ژمـارەیە بـوون، ئەمەش دیـارە بەهـۆی یەکگـرتنەوەی لەگەڵ هەنـدێ شـتدا، هەربـۆیە بەم جـۆری ژمارەیـان دەوت "لفنگرتنـی نێـوان تەندروسـتی و جـوانی" یـان یەکێکـی تـر لە چیرۆکەکـان لە مەڕ ئەم ژمـارەیە، دەوتـرێ: ژمـارە 6 لەبەر ئەوە ژمـارەیەکی بـێخەوش نیـیە چـونکە خـودا دونیـای بە 6 ڕۆژ دروسـتکرد، بەڵکـو خـودا دونیـای بە 6 ڕۆژ دروستکرد چونکە 6 ژمارەیەکی بێخەوشە.



دووهەم ژمـــارەی بـــێخەوش، بـــریتییە لە 28، کە کۆلکەکـــانی ئەمـــانەن 1,2,4,7,14 کە ســـەرجەمیان دەکـــاتەوە 28. لەم دوو ژمـــارەی یەکەمـــی بێخەوشـــەکان 6 و28، بـووە سـەرنجێک کە هەمـوو ژمـارە بێخەوشـە جووتەکـانی تـر، بە 6 یـان بە 28 کۆتاییـان دێ، کە ئەمەش سـەلمێندرا. سـێیەم ژمـارەی بـێخەوش، بـریتییە لە 496، دیـارە بە 6 کۆتـایی دێـت و کۆلکەکـانی ئەمـانەن 1,2,4,8,16,31,62,124,248. بـۆ چـوارەم ژمـارەی بـێخەوش، دەبـێ بەرز بفـڕین، ئەمەش واتـای ئەوەیە هەتـاکو دێـت مەودای نێـوان دوو ژمـارەی بـێخەوش زیـاتر و زیـاتر دەبێـت. پێـنج ژمـارەی سـەرەتا لە ژمـارە بێخەوشـەکان، لە سـەدەی شـازدەهەم زانـران، بەڵام تـا هەنـووکە نـازانین کە ئـاخۆ ئەم ژمـارانە ناکۆتـان؟ ناکۆتـا ژمـارەی بـێخەوش بـوونی هەیە؟ بەڵام بەهەمـــان چەشـــنی ژمـــارە ســـەرەتاییەکان، وادەردەکەوێت بێ سنور و ناکۆتا ژمارەی لەم شێوەیە هەبێت.

فیساگۆرسییەکان زۆر ئارەزووی ئەوەیان دەکرد شتەکان بە ئەندازەوە ببەستنەوە. بۆیە ئەگەر ژمارەی بێخەوشمان هەبێت و بە خاڵ مامەڵەیان لەگەڵدا بکەین، ئەوا دەتواندرێت بە دەوری شەش لایەک ڕیزبکرێت وەک ملوانکەیەک (لە وێنەی ئەو دیو). لە باری ژمارەی بێخەوشی 6، دیارە کە خاڵەکان دەکەونە سەر سەرەکانی شەش لایەکە، بەلام بۆ ژمارە بێخەوشەکانی تر، ژمارە بێخەوشە بچوکەکان وەک بنەیەک دەکەونە ناو ملوانکەکە.

ژمارەکانی مێرسن:

لە ڕاستیدا، دۆزینەوەی ئەم ژمارانە پشتی بە کلیلی دۆزینەوەی ژمارە سەرەتاییەکان بەستووە، ئەو ژمارە سەرەتاییانەی کە پێیان دەوترێت "ژمارە سەرەتاییەکانی مێرسن" ژمارە

توان	ئەنجام	ئەنجام کەم 1 (ژمارەی مێرسن)	خۆبەشە؟
2	4	3	خۆبەش
3	8	7	خۆبەش
4	16	15	خۆبەش نییە
5	32	31	خۆبەش
6	64	63	خۆبەش نییە
7	128	127	خۆبەش
8	256	255	خۆبەش نییە
9	512	511	خۆبەش نییە
10	1 024	1 023	خۆبەش نییە
11	[illegible]	[illegible]	[illegible]
12	4 096	4 095	خۆبەش نییە
13	8 192	8 191	خۆبەش
14	16 384	16 383	خۆبەش نییە
15	32 768	32 767	خۆبەش نییە

سەرەتاییەکانی مێرسن ئەو ژمارانانەن کە بەهۆی ڕێساکەی مێرسنەوە بەرهەم دێن، دیاریشە مێرسن لەگەڵ دیکارت بەیەکەوە قوتابی بوونەوە و زۆر سەرەڕۆبوونە بۆ دۆزینەوەی ژمارە بێخەوشەکان. ژمارە سەرەتاییەکانی مێرسن لەم ڕێسایەوە دروست دەبن $2^n - 1$ ئەگەر بەها بدەینە n دەبینین کە ئەم ژمارانە بەرهەم دێت 2,4,6,8,12,32,64,128,256, ... پاشان هەریەکەیان کەم1. بەلام ئەم ڕێسایەی مێرسن تا ڕادەیەک بە دروستی کاردەکات و ژمارەی

سەرەتایی بەرهەم دێنێت، بەڵام ئەگەر هاتوو هەر ژمارەیەکی سەرەتایی لەم ڕێسایەوە دروست بێت، ئەوا سوودی لێوەردەگیرێت و بەکاردەهێندرێت بۆ دروستکردنی ژمارەی بێخەوش.

دوو هاوڕێی باش

هەندێ کات لە نێوان دوو ژمارە، پەیوەندی زۆر جوان بەدیی دەکرێت. لە هەمبەر بابەتی ژمارەکان و کۆلکەکانیان، هەندێ ژمارەی لەو شێوەیەمان هەیە کە پێکەوە زۆر تەبا و دۆستن. پێشدەچێت فیساگۆرسییەکان پێیان زانیبێت. هەردوو ژمارەی 220 و 284 دۆستی یەکترن، چونکە سەرجەمی کۆلکەکانی 220 دەکاتە ژمارە 284، وە سەرجەمی کۆلکەکانی 284، دەکاتە ژمارە 220. کۆلکەکانی ژمارە 220 ئەمانەن: 1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55 & 110. کۆلکەکانی ژمارە 284

میرسن ئەوەشی دەزانی ئەگەر هاتبا توانەکە ژمارەی سەرەتایی نەبێت، ئەوا ژمارەی سەرەتایی لێ ناکەوێتەوە، بۆیە بە پشت بەستن بەم ژمارە دابەشانە 4,6,8,9,10,12,10,14,15 وەک لە خشتەکەی سەرەوە، هەندێ شت ڕۆشنبوویەوە. بەڵام ئەوەندە بەسە کە بڵێین ژمارەی میرسن، ژمارەیەکی سەرەتایی دەبێت تەنیا ئەگەر توانەکە سەرەتایی بێت؟ بۆ چەند بارێکی سەرەتایی، ژمارەی سەرەتایی لێدەکەوتەوە، وەک 3, 7, 31, 127، بەڵام دیسانەوە، بە گشتی ئەمە ڕاستە کە ژمارەی میرسن سەرەتاییە ئەگەر هاتوو توانەکەی ژمارەیەکی سەرەتایی بێت؟ بەڵام زۆرێک لە بیرکاریزانەکانی کۆن و تا دەگاتە بیرکاریزانە هاوچەرخەکانی1500، لەم باوڕە دابوون کە ڕاستە، بەڵام دواتر بینرا کە ژمارە 11 سەرەتاییە، بەڵام بە بەکارهێنانی لە ڕێساکەی میرسن، ژمارەی سەرەتایی بەرهەم ناهێنێت، ئەمەش بووە هۆی ئەوەی کە ڕێساکەی میرسن هەرەس بێنێت و لێرەوە نەیتوانی زیاتر بفڕێت:

$2^{11} - 1 = 2047 = 23 \times 89$ کە ئەمەش ژمارەی سەرەتایی نییە. بەم هۆیەش دەرکەوت کە ڕێساکەی میرسن متمانەی تێدا نییە، چونکە بینرا کە $2^{19} - 1$ و $2^{17} - 1$ ئەمانە ژمارەی سەرەتاین، بەڵام $2^{23} - 1$ سەرەتایی نییە، چونکە: $2^{23} - 1 = 8,388,607 = 47 \times 178,481$.

ژمارە سەرەتاییەکانی میرسن

دۆزینەوەی ژمارە سەرەتاییەکانی میرسن ئاسان نییە. زۆرێک لە بیرکاریزانەکان بە درێژایی سەدەکانی ڕابردوو، گەلێک ژمارەی سەرەتاییان خستە ناو خشتەی ژمارە سەرەتاییەکان، ئەو ژمارانەش بەهۆی تاقیکردنەوە دەیاندۆزییەوە. ئۆیلەری مەزن، لە دۆزینەوەی هەشتەمین ژمارەی سەرەتایی میرسن، بەشدار بوو $2^{31} - 1 = 2,147,483,647$. لە ساڵی 1732دا، 23هەمین ژمارەی سەرەتایی میرسن دۆزرایەوە $2^{11213} - 1$. لە کۆتاییەکانی ساڵی 1970sدا، قوتابیانی ئامادەیی لۆرا نیکەل و لاندۆن نۆل بە هاوبەشی، 25مین ژمارەی سەرەتایی میرسنیان دۆزییەوە و، قوتابییانی نۆل بە تەنیا، 26مینیان دۆزییەوە. تا ئەمڕۆ، 45 ژمارەی سەرەتایی میرسن دۆزراوەتەوە.

دۆزینەوەی ژمارەی بێخەوش:

بەپشت بەستن بە کارەکانی ئیقلید و هەوڵەکانی ئۆیلەر، ڕێسایەک بۆ بەرهەمهێنانی ژمارە بێخەوشە جووتەکان هاتە بوون: n ژمارەیەکی بێخەوشی جووتە ئەگەر و تەنیا ئەگەر $n = 2^{p-1}(2^p - 1)$، کاتێک $2^p - 1$ ژمارەیەکی سەرەتایی میرسنە.

ئەگەر سەیربکەین:

$$6 = 2^1(2^2 - 1), 28 = 2^2(2^3 - 1), 496 = 2^4(2^5 - 1)$$

ئەم ڕێســـایەی ســـەرەوە هەمـــوو ژمـــارە بێخەوشـــە جووتەکـــان بەرهەم دێنێـت ئەگەر هـاتوو توانیمـان ژمـارەی سـەرەتایی مێرسـن بـدۆزینەوە، واتە ئەم ڕێســـایە بە ڕێســـاکەی مێرســـنەوە پشـــت قـــایمە، ئەو ڕێســـایەی کە ژمـارەی سـەرەتایی پـێ بەرهەم دێنێـت. ژمـارە بێخەوشـەکان لە کـۆن و لە ئێسـتا زۆر کەسـی تووشـی دەردەسـەری کـردییە، چـونکە پێشـبینیکردنی ئەم ژمـــارانە وا ئاســـان نیـــیە. ئەم ڕێســـایەی ئیقلیـــدیش بـــۆ دۆزیـــنەوەی ئەم ژمـارەیە، زۆرێـک پێیـان وایە هـیچ شـتێکی تـر نییە بـۆ دۆزینەوە لە پشـت ئەم ڕیسایە، ئەمە هەموو شتێکە لە مەڕ ژمارەی بێخەوشی جووت.

$$2^{30}(2^{31}-1) = 2{,}305{,}843{,}008{,}139{,}952{,}128$$

تێپەڕانـــدنی ئەم ڕێســـایە و هێنـــانە کـــایەی ئالنگـــارییەکی نـــوێ بـــۆ دۆزیـنەوەی ئەم ژمـارانە، شـتێکی پێشـبینیکراو نیـیە، چ بەهـۆی کۆمپیـوتەری هاوچەرخ چ بەهۆی هەوڵی زانایانی بیرکاری.

ژمارەی بێخەوشی تاک:

ئەوەی تـاکو ئێسـتا نـایزانین، ئەوەیە کە ئـاخۆ هـیچ ژمـارەیەکی بێخەوشـی تـاک هەیە یـان نـا. دیکـارت لەو بـاوەڕە نەبـووە کە ژمـارەیەکی بێخەوشـی تـاک هەبێـت، بەڵام بیرکـاری هەر بە قسـە نابێـت و دەکرێـت ئەوان هەڵەبـن کە دەڵـێن ژمـارەی بێخەوشـی تـاک بـوونی نیـیە. بیرکـاریزانی ئینگلیـزی "جەیمـس جۆسـیف سلیفێسـتەر"[1]، ئەوەی بەیـانکرد کە هەبـوونی ژمـارەی بێخەوشـی تـاک " وەک مـوعجیزەیەکی بچـوک وایە" چـونکە هەبـوونی ژمـارەیەکی لەم شـێوەیە هەروا ئاسـان نیـیە، چـونکە چەنـدین مەرج هەیە دەبێـت ژمـارەکە پاسـەدانی بکـات. ئەم پرسـەش یەکـێکە لە کێشـە زۆر کۆنەکـانی بیرکـاری، بەڵام ئەگەر ژمـارەیەکی بێخەوشـی تـاک هەبێـت، دەبێـت چەنـد تایبەتمەنـدییەک لەو ژمـارەیە هەبێـت، وەک: بەلایەنـی کەم هەشـت کـۆلکەی سـەرەتایی هەبێـت، یەکێـک لەم کۆلکـانەش دەبێـت لە یەک میلـۆن

---

[1] *James Joseph Sylvester*

گەورەتر بێت، ژمارە بێخەوشەکەش بەلایەنی کەم دەبێت 300 ڕەنووس درێژییەکەی بێت.

کورتەی بیرۆکەکە

ڕاز و نهێنی ژمارەکان

کارنامە

525پ.ز	300پ.ز	100
فیساگۆرسییەکان دەستیان گەیشتە ژمارە زۆرکۆلکەکان و ژمارە بێخەوشەکان و لە بارەیەوە دوان.	لە پەرتوکی ژمارە 9ی نیقلید، باس لە ژمارە بێخەوشەکان کراوە.	"نیکۆماخوس"[1] پۆلێنکارییەکی کرد بۆ ژمارەکان لەسەر بنچینەی ژمارە بێخەوشەکان.
1603	2006	
"پیترۆ کاتالدی"[2] شەشەمین و حەوتەمین ژمارەی بێخەوشی دۆزییەوە: $2^{16}(2^{17}-1)$ $2^{18}(2^{19}-1)$	پرۆژەی مەزنی گەڕان بەدوای ژمارەی سەرەتایی، 44مین ژمارەی سەرەتایی میرسنیان دۆزییەوە کە بە نزیکەی 10 ملیۆن ڕەنووسی هەبوو، تا ئێستاش خەریکی دۆزینەوەی ژمارەیەکی بێخەوشی تازەن.	

---

[1] *Nicomachus*

[2] *Pietro Cataldi*

11 ژمارەکانی فیبوناچی

کۆدەکەی داڤینشی، ڕۆمانێکی نهێنی ئامێزە لە نووسینی دان براونە و لە ساڵی2003دا دەرچوو. ڕۆمانەکە بە چیرۆکێکی نهێنی ئامێز لە ساتی کوشتنی بەڕێوبەری مۆزەخانەی لۆڤەرەوە دەستپێدەکا و لە دواساتەکانی ژیانی چەند ژمارەیەک وەک نیشانە بەجێدەهێڵێ. لەگەڵ نیشانەکاندا ڕۆبەرت لانگدنی هێماناس و پرۆفیسۆری هارڤارد تێوەدەگلێ و لەگەڵ سۆفی نیڤۆی پۆلیسی کۆدشکێن و نەوەی بەڕێوبەری کوژراو دەکەونە نێو جەنگێکی سەدەها ساڵەی دەسەلاتدارانی کریستیانی و مریدانی سایۆنەوە. سۆفی ئەرکدارە بەوەی کە لە مانا و ناوەڕۆکی ئەو ژمارە و هێمایانە 5 & 13,3,2,21,1,1,8 تێبگات. بەخێرهاتن بۆ ناسینی ناودارترین یەکبەدوایەکی ژمارەیی لە هەموو بیرکاریدا.

یەکبەدوایەکی فیبوناچیی، دەستە ژمارەیەکی سروشتییە:

$$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, \ldots$$

ئەم یەکبەدوایەکە، زیاتر بەهۆی ڕاز و ئاڵۆزییەکەی ناسراوە و بەناوبانگە. یەکێک لە جیاکەرەوەکانی دروستبوونی ئەم یەکبەدوایەکە بە بەراورد لەگەڵ ئەوانی دیکەدا، ئەوەیە کە ئەم یەکبەدوایەکە هەر ژمارەیەکی لە کۆی دوو ژمارەی پێشتر دروست دەبێت، دوو ژمارەی کۆتایی زنجیرەکە کۆدەکاتەوە، ژمارەی دواتر بەرهەم دێنێت. وەک لەسەرەوە دەبینین کە:

$$8 = 5 + 3, 13 = 8 + 5, \ldots, 1597 = 987 + 610$$

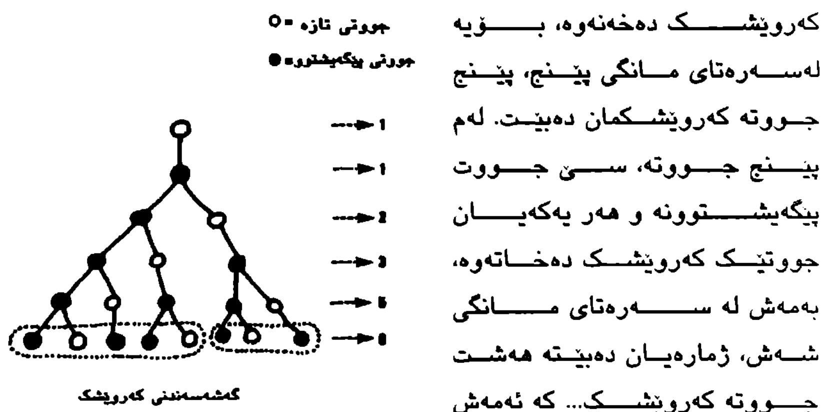
ئەوانی دیکەش بەهەمان شێوە. هەموو ئەو کەرەستەی کە پێوستە بۆ دروستکردنی هەموو ژمارەکانی ئەم یەکبەدوایەکە، تەنیا ئەوەندە بەسەر کە دوو ژمارەی یەکەمی یەکبەدوایەکەکەت لە بیر بێت، کە ئەوانیش 1 و 1ە. یەکبەدوایەکی فیبوناچی، لە سروشتیش بوونی هەیە و لە زۆرێک لە ڕووەکە پێچ خواردووەکان و تۆوەکانیان دەبینەدرێت، وەک لە گوڵی گوڵەبەڕۆژە (وەک 34 دەنکە تۆ لە لولێک و 55 لە لولێکی

تـر) هەر ئەوەنـدەش نـا، ئەم ژمـارانە لە تەلارسـازیش لەبـارن و دەردەکەون، ئاوازدانەرەکـانیش بەکاریـان هێنـاوە وەک نیگـا و سرووشـێک بـۆ ڕۆنـانی ئـــاوازی مۆســـیقی، وەک لە 'bartok's dance' پێـــدەچێت کە پەیوەنـــدی بەم ژمـارانەی فیبونـاچییەوە هەبێـت. لە مۆسـیقای هـاوچەرخ، aka BT لە ئەلبـــومی 'This binary universe' تراکـــی ژمـــارە 4ی بە نـــاوی ژمـارەیەکەوە کـردووە کە ئەمەیە 1.618 وەک سـلاوێک بـۆ ئەو ڕێـژە مەزنەی لە ژمارەکانی فیبوناچی، کە دواتر لە مەڕ ئەم ژمارەیە دەدوێن.

سەرچاوەکەی:

ئەگەرچـی وادەردەکەوێـت کە یەکبەدوایەکـی فیبونـاچی لە سـاڵی 1202دا هەر لە لایەن فیبونـاچییەوە لە پیسـا بڵاوبـووبێتەوە، بەڵام ئەم ژمـارە و یەکبەدوایەکە لە پـێش فیبونـاچیش دەشـێ بـوونی هەبووبێـت، وەک لای هینـدییەکان. فیبونـاچی لە هەمـبەر ئەم ژمـارانە، لە یەکێـک لە دیاردەکـان ڕادەمێنێـت، جـا ئـاخۆ ئەمە ئیلهـامی کـارەکە بـووە یـان نـا، ئەویـش دیاردەی نەوەخستنەوە لە کەروێشک:

هەر جـووتە کەروێشـکێکی پێگەیشـتوو، مانگـانە جـووتە کەروێشـکێکی تـازە دەخـاتەوە. بـۆیە لە دەسـتپێکی سـاڵێک، لە مـانگی یەکەم جـووتە کەروێشـکێکی پێگەیشـتومان هەیە، ئەو جـووتە کەروێشـکە، لە کۆتـایی مـانگی دووەم جـووتە کەروێشـکێکی تـازە دەخەنەوە، بـۆیە لە سـەرەتای مـانگی سـێیەم، دوو جـووت کەروێشـکمان هەیە، بەڵام جـووتە کەروێشـکە پێگەیشـتووەکەی مـانگی یەکەم، دووبـارە جـووتێکی تـر دەخـاتەوە، بەڵام جـووتە کەروێشـکە تـازەکە، پێویسـتی بە مـانگێکە تـا بتوانێـت جـووتە کەروێشـکێک بخـاتەوە، بـۆیە لە سـەرەتای مـانگی چـوارەم، سـێ جـووت کەروێشـکمان هەیە. لەم سـێ جـووتە جووتێکیـان تـازەن و دوو جـووت پێگەیشـتوون، بـۆیە ئەو دوو جـووتە پێگەیشـتووە هەر یەکەو جووتێـک



گەشەسەندنی کەروێشک

کەروێشـــــک دەخەنەوە، بـــــۆیە لەســـەرەتای مـــانگی پێـــنج، پێـــنج جـــووتە کەروێشـــکمان دەبێـــت. لەم پێـــنج جـــووتە، ســـێ جـــووت پێگەیشـــتوونە و هەر یەکەیـــان جووتێـــک کەروێشـــک دەخـــاتەوە، بەمەش لە ســــــەرەتای مـــــانگی شـــەش، ژمارەیـــان دەبێـــتە هەشـــت جـــــووتە کەروێشـــــک... کە ئەمەش بە شـــێوەیەکی دەرئاســـا بەردەوام دەبێـــت! بەم شـــێوەیە فیبونـــاچی مەراقـــی ئەوەی کردبـــوو کە بزانێـــت لە کۆتـــایی ســـاڵ، ژمارەیـــان دەبێـــتە چەنـــد جـــووتە کەروێشـــک. ئەو زیـــادکردنەی کەروێشـــکەکان کە لە ســـــەرەوە باســـــمانکرد، دەکرێـــت بەهـــۆی "درەختـــی خێزانـــی" بخـــرێتە ڕوو وەک لەم وێـــنەی ســـەرەوە. ئەگەر لە درەخـــتەکە ســـەیری ســـەرەتای مـــانگی شـــەش بکەیـــن، هەشـــت جووت دەبینین. ئەگەر سەیری چینی دەستە چەپی درەختەکە بکەین:



لە شـێوەی ڕێزکـراوی ڕیـزەکەی ســەرخۆی دەچێـت. دواتـر چینـی دەسـتە ڕاست:



ئەویـش بە ڕیزەکـانی ســەر خـۆی دەچێـت و هاوشـێوەیە. ئەمەش واتـای ئەوەیە کە زیـــادکردن و نەوەخســـتنەوەی کەروێشـــک، پەیـــڕەوی ڕێســـایەک دەکات، ئەویش ڕێسا و یەکبەدوای‌یەکی فیبوناچییە:

ژمارەیـــان دوای n مانـــگ=ژمارەیـــان دوای $(n-1)$ مانـــگ+ژمارەیـــان دوای $(n-2)$ مانگ.

تایبەتمەندییەکانی:

بـــابیبنین کە چـــی ڕوودەدات ئەگەر ڕادەکـــانی ئەم یەکبەدوای‌یەکە بەم شێوەی خوارەوە کۆبکەینەوە:

$1 + 1 = 2$
$1 + 1 + 2 = 4$
$1 + 1 + 2 + 3 = 7$
$1 + 1 + 2 + 3 + 5 = 12$
$1 + 1 + 2 + 3 + 5 + 8 = 20$
$1 + 1 + 2 + 3 + 5 + 8 + 13 = 33$

...

ئەنجـامی کـۆکردنەوەی هەر یەک لەمـانەی سـەرەوە، خـۆی لەخۆیـدا یەک-بەدوای‌یەکێکـی دیـکە دروسـت دەکـات. ئێسـتا ئەگەر ئەم ژمـارانە لە ژێـر ژمارەکانی فیبوناچی دابنێین، بزانە چی دەبینین:

ژ. فیبوناچی	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89
سەرجەمی				2	4	7	12	20	33	54	88

کەواتە سـەرجەمی n ڕادە لە یەکبەدوای‌یەکـی فیبونـاچی، یەکـی کەمتـرە لە ژمـارەی دواتـری یەکبەدوای‌یەکەکە. بـۆ نمـونە ئەگەر بـتەوێ بزانیـت کە سـەرجەمی $1 + 1 + 2 + \cdots + 987$ دەکـاتە چەنـد، ئەوا تەنیـا ژمـارە 2583 کەم یەک بـکە، سـەرجەمی ئەو ژمـارانەی سـەرەوەت بـۆ دەردەچێـت، چـونکە لە یەکبەدوای‌یەکـی فیبونـاچی دوای 987 ژمـارە 2583 دێـت، ئەمەش بەسـە بـۆ ئەوەی ئەنجـامی سـەرجەمەکە بـدۆزینەوە. ئەگەر ژمـارەیەک نـا ژمـارەیەک کـۆبکەینەوە لە ژمارەکـانی فیبونـاچی، ئەوا سـەرجەمەکەی هەر ژمـارەیەکی فیبونـاچییە یـان یەکـی کەمتـرە لە ژمارەیەک لە ژمارەکانی فیبوناچی، وەک:

$1 + 2 + 5 + 13 + 34 = 55$: کە ژمارەیەکی فیبوناچییە.

$1 + 3 + 8 + 21 + 55 = 88$: کە یەکی کەمترە لە ژمارەی فیبوناچی 89.

دووجاکردنی ژمارەکانی فیبوناچی، جوان و سەرنج ڕاکێشن. بەهۆی جارانکردنی هەر ژمارەیەکی فیبوناچی لەگەڵ خۆی و کۆکردنەوەیان بەیەکەوە:

فیبوناچی	1	1	2	3	5	8	**13**	**21**	34	55
دووجای فیبوناچی	1	1	4	9	25	64	169	441	1156	3025
سەرجەمی دووجایان	1	2	6	15	40	104	**273**	714	1870	4895

لەم بارەدا، شتێکی جوانتر دەبیندرێت، ئەویش لە یەکبەدوای‌یەکی دووجای ژمارەکانی فیبوناچی، ڕادەی n لەم یەکبەدوای‌یەکە لە لێکدانی ژمارەی nەمین و $n+1$ یەکبەدوای‌یەکی فیبوناچی دروست دەبێت. بۆ نمونە:

$$1+1+4+9+25+64+169=273=13\times 21$$

ئەم ژمارانە لە ژیانی ڕۆژانەماندا بوون و بەرکەوتنیان هەیە لەگەڵمان، بەڵام هەستمان پێنەکردییە. وادانێ ئەتەوێ چەند دراوێکی ئاسایی 1 دیناری یان 2 دیناری بە تەنیشت یەکەوە ڕیز بکەی. وادانێ 4 دیناریمان هەیە و، دراوەکانیش لەم 4ر دینارە، 1 دینارییە یان 2 دینارییە. ئێستا ئەگەر 4 دینارمان هەبێت، بەم شێوانە دەتوانین پارەکانمان ڕیز بکەین: $1+1+1+1; 2+1+1; 1+2+1; 1+1+2 \,\&\, 2+2$ دینارە ژمارەی ڕێگاکان5 ڕێگایە کە ئاماژەیە بۆ پێنجەمین ژمارەی فیبوناچی. ئەم جارە ئەگەر 20 دینارمان هەبێت، ئەوا ژمارەی ڕێگاکان دەکاتە 21مین ژمارەی یەکبەدوای‌یەکی فیبوناچی کە بریتییە لە 6,765 ئەگەر تەنیا دراوی 1 دیناری و 2 دیناری کۆی پارەکەی پێکهێنابێت. ئێستا ئەگەر من 9 دینارم هەبێت (لە 1 دیناری و 2 دیناری پێکهاتبێت)، 9 کۆی 1 دەکاتە 10، دەیەمین ژمارە لە ژمارەکانی فیبوناچی دەکاتە 55، کەواتە 55 ڕێگا هەیە. ئەمەش لە ڕاستیدا هێزی بیرۆکە بیرکارییەکان دەردەخات.

ڕێژەی زێڕین:

بە پشتبەستن بە یەکبەدوای‌یەکی فیبوناچی، ئەگەر بێت و هەر ژمارەیەک دابەشی ژمارەی پێش خۆی بکەین، ئەوا تایبەتمەندییەکی تری ژمارەکانی فیبوناچیمان بۆ دەردەکەوێت، ئەم تایبەتمەندییەش گرینگییەکی زۆری هەیەو جێگای بایەخە. با ئەم کارە بە چەند ژمارەیەکی سەرەتای یەکبەدوای‌یەکە ئەنجام بدەین: ... 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55

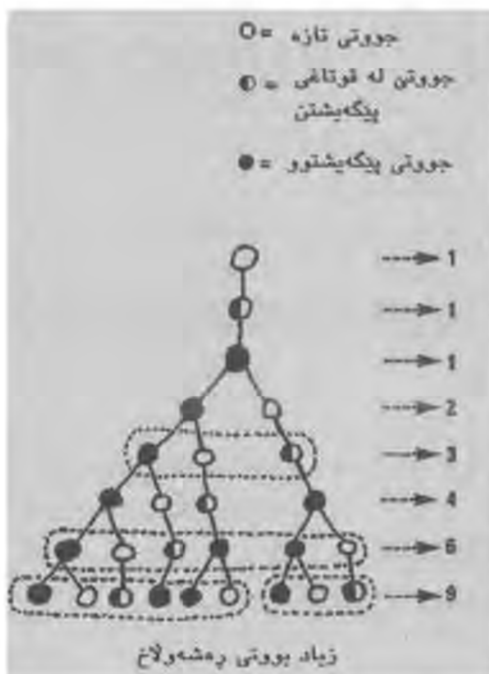
1/1	2/2	3/2	5/3	8/5	13/8	21/13	34/21	55/34
1.000	2.000	1.500	1.333	1.600	1.625	1.615	1.619	1.617

بە بەردەوام بوون لەم دابەشکارییە لە نێوان هەر دوو ژمارەیەکی فیبوناچی، وردە وردە لە ژمارەیەک نزیکدەبینەوە کە ناسراوە بە 'ڕێژەی زێڕین' کە ژمارەیەکی گرینگ و ناسراوی بیرکارییانەیە و بە پیتی یۆنانی ϕ (فای) هێمای دەکەین. لە ناو نەگۆڕە مەزنەکانی بیرکاری، ئەم ژمارەیەش بە هەمان شێوەی e و π پێگە و بەهای تایبەتی خۆی هەیە، بەڵام ئەم ژمارەیە بەهاکەی تەواو زانراوە:

$$\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

دەشکرێ بە شێوازی دەیی بنووسرێت و نزیکبرێتەوە لە ... 1.618033988 بەکەمێک کارکردن لەسەر ژمارەکانی فیبوناچی، دەبینین کە هەر ڕادەیەکی یەکبەدوای‌یەکەکە دەکرێت بەهۆی ϕ بنووسرێت. لەگەڵ ئەو هەموو شتەی لە مەڕ ژمارەکانی فیبوناچی دەیزانین و دەرمانخستوون، هێشتا چەندین پرسیار لە مەڕ ئەم ژمارانە بێ وەڵام ماونەتەوە. بۆ نمونە لە ناو ئەم ژمارانە، ژمارە سەرەتاییەکان 2, 3, 5, 13, 89, 233, 1597 دەبینرێت، بەڵام پرسیارەکە ئەمەیە کە ناکۆتا ژمارەی سەرەتایی لە ناو ژمارەکانی فیبوناچی هەیە؟

خێزانە لێکچووەکان:



یەکبەدوای‌یەکـــــــــی فیبونـاچی، لەچەنـدین جـۆری تـــری گیانـــداران بەدیـــی دەکرێـت، یـاخود لە هەنـدێ جـــــۆری گیانـــــداران و شـــێوازی نەوەخســـتنەوەیان یەک بەدوای‌یەکـــی هاوشـــێوە دروســت دەبێـت. یەکێـک لەو خێــــزان و کـــۆمەڵەیەی کە ئـــێمە ســـەرنجی دەدەیـــن، بـــــریتییە لە شــــــێوازی نەوەخســـتنەوەی ڕەشـــەولاخ، ئایـــا کە زیـــاد دەکەن بە چ ژمـــارەیەک زیـــاد دەکەن؟ لەم بـــارەدا، شـــتەکە تـــۆزێ جیـاوازە لە نمـــونەی زاوزێـــی کەروێشـــکەکان، چـــونکە لەوێ تەنیـــا دوو دۆخ لە هەر جـــووتە کەروێشـــکێک هەبـــوو، یـــان جـــووتێکی پێگەیشـــتوو بـــوو کە توانـای زاوزێـی هەبـوو، یـان جـووتێکی تـازە بـوو کە هێشـتا توانـای زاوزێـی نەبـــوو. بەڵام لەم نمـــونەیەدا قونـــاغی ناوەنـــدیمان هەیە لە پرۆســـەی پێگەیشــتن، بەم شــێوەیە: جــووتە ڕەشـــەولاخێکی تــازە لە دایـک بــوو، گەشــە دەکـات، بەڵام هێشــتا پێنگەیشــتووە، دواتــر کە پێشگەیشــت، ئەوکـات توانــای زاوزێــی دەبێــت، ئەمەش واتــا لە نێــوای تــازە لە دایــک بــوو و پێگەیشــتن، قونـــاغی بەرەو پێگەیشـــتن هەیە. لە قونـــاغی ســـێیەمدا کە پێگەیشـــت، ئەوا توانـای زاوزێـی دەبێـت. ئەو جـووتەی کە زاوزێـی دەکـات و جـووتێکی تـازە دەخـــاتەوە، خـــۆی لەم کـــارە هەر بەردەوام دەبێـــت، بەڵام جـــووتە تـــازەکە پێوســـتە بچێـــتە قونـــاغی بەرەو پێگەیشـــتن، دواتـــریش قونـــاغی پێگەیشـــتنی

تەواو، ئەوکات ئەتوانێت زاوزێی بکات. لەم وێنەی سەرەوە زیاتر ڕوونکراوەتەوە کە مەبەست چییە. ئەم یەکبەدوای‌یەکەی لەمەوە بە دەستمان دەگات، ئەمەیە:

$$1, 1, 1, 2, 3, 4, 6, 9, 13, 19, 28, 41, 60, 88, 129, 189, 277, 406, \ldots$$

دروستبوونی ئەم یەکبەدوای‌یەکە، بەم شێوەیەیە: ژمارەک نا ژمارەک کۆدەکەیتەوە، ژمارەی دواتر بەرهەم دێنێت $1 + 3 = 4$، $2 + 4 = 6$، $3 + 6 = 9$ بەم شێوەیە. بەهەمان چەشنی یەکبەدوای‌یەکی فیبوناچی، ئەم ژمارەیەش هەمان سیفەت و تایبەتمەندییان هەیە. بۆیە لە یەک-بەدوای‌یەکی ڕەشەولاخ ئەگەر بێت و هەر ژمارەیەک دابەشی ژمارەی پێش خۆی بکەین، ئەوا لە ژمارەیەک نزیکدەبینەوە کە بە پیتی یۆنانی ψ (سای) هێمای دەکرێت و بەهاکەی بە نزیکەیی دەکاتە:

$$\psi = 1.4655712318767 \ldots$$

کە ئەم ژمارەیەش بە 'ڕێژەی زێڕینی نایاب' ناسراوە.

کورتەی بیرۆکەکە

کۆدەکەی داڤینشی لێکدرایەوە و شیەڵکرا

کارنامە

1202	1724	1923
'فیبوناچی'[1] پەرتووکی 'ژمێریاری' و یەک-بەدوای‌یەکی فیبوناچی بلاوکردەوە.	'دانیال برنۆلی'[2] ژمارەکانی فیبوناچی بەهۆی ڕێژەی زێڕین، دەربڕیی و نووسی.	'بارتۆک'[3] ئاوازەکەی 'Dance suite' ڕۆناو و لەو باوەڕە بوو کە ژمارەکانی فیبوناچی ئیلهامی کارەکەی بووە.

1963	2007
گۆڤاری 'چارەکە وەرزی فیبوناچی'[4] دامەزرا لە مەڕ تیۆری ژمارەکان و تایبەت بە یەکبەدوای‌یەکی فیبوناچی و توێژینەوە لەم دەڤەرە.	پیکەرساز 'پیتەر'[5] پەیکەرێکی 70تەنی دروستکرد کە بنچینەی دروستکردنەکەی لە یەکبەدوای‌یەکی فیبوناچییەوە هاتبوو، کارەکەشی بۆ پرۆژەی Eden بوو لە cornwallی بەریتانیا.

[1] *Leonardo Of Pisa*
[2] *Daniel Bernoulli*
[3] *Bartók*
[4] *Fibonacci Quarterly*
[5] *Sculptor Peter Randall*

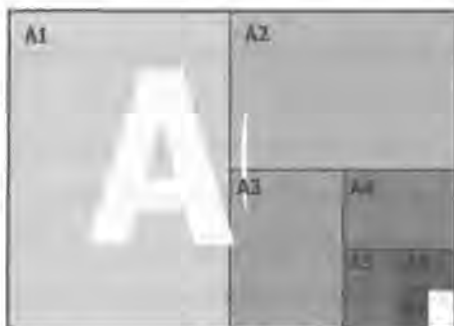
12 لاکێشە زێڕینەکان

گەر سەیرێکی دەوروبەری خۆمان بکەین، شێوە و چوارگۆشەی درێژکۆڵەی زۆر بەدی دەکەین، باڵەخانەکان، وێنە فۆتۆگرافییەکان، دەرگا و پەنجەرەکان، تەنانەت ئەو پەرتوکەی ژێر دەستی بەڕێزت. ئاشکرایە کە لاکێشەکان لە ناو چینی وێنەکێشان و ئەو کەسانەی لە بواری دیزاین کاردەکەن، بوون و گرینگی زۆری هەیە، هەموویان لەو قەوارەیە و لە ڕەوتی کارەکانییان، لاکێشە بە ڕووبەری جیاواز بەکاردەبەن و ڕووتاندن بۆ کارەکانییان لە شێوەیەک لە شێوەکانی لاکێشەدا دەکەن، بەڵام لەو هەموو لاکێشەی ئێمە دەیبینین، کامەی جوانترینە؟ لاکێشەی گیاکۆمیت یان ئەو لاکێشەی کە چوارلا یەکسانە بە نزیکەیی؟ یان ئەو لاکێشەی کە کەمێکی تر باسی دەکەین.

ئاخۆ ئەو پرسیارە هیچ مانایەکی هەیە؟ لاکێشەیەکی جوان![1] هەندێ کەس پێیان وایە بەدڵنیایی واتای هەیە، ئەگەرچی دوو شێوە لێکبچن، بەڵام دەکرێت یەکێ جوانتر و نموونەیی تر بێت لە ئەوەی تر. لەگەڵ ئەوەشدا، لاکێشەی زێڕین لە هەموو ئەو لاکێشانەی بە ڕووبەری جیاواز هەن، ئەمیان پەسەندترین و نایابترین لاکێشەیە کە دۆزرابێتەوە. ناولێنانیشی بە لاکێشەی زێڕین، بەهۆی ئەم سیفەت و تایبەتمەندییەیە کە لەم لاکێشەیەدا بوونی هەیە، لە لایەکی تر، لاکێشەیەکە کە ئیلهام بەخشی گەلێ لە وێنەکێش، ئەندازیاری تەلارسازی و بیرکاریزانان بووە. بەر لەوەی بچینە خزمەت ئەم لاکێشە نازدارە، با سەرێک لە هەندێ لاکێشەی تر بدەین.

---

[1] لە هەموو شوێنێک ناتوانم بڵێم: بیرکاری جوانە! چونکە لەوەیە کاڵەتەیان بێت و نەزانن مەبەست لە "بیرکاری جوانە" چییە. لەم کتێبە هیچ شتێک نییە بە ناوی: بیرکاری نەرند (ناشرین و نابەدل).



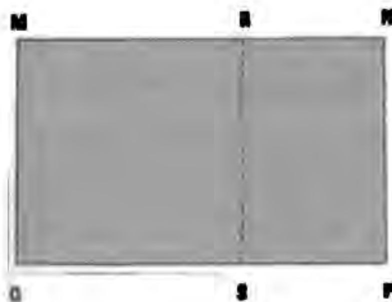
کاغەزی بیرکارییانە:

ئەگەر کـاغەزێکی $A4$ بێنـین، پـانیی ئەو کـاغەزە $210\ mm$ و درێـــــــژییەکەی $297\ mm$ دەبێـــــت. ئەگەر بێـــت و درێـــژییەکەی دابەشـــی پـانییەکەی بکەیـن $297/210$ ئەوا ئەم ڕێـــژەیە بە نزیکەیـــی دەکـاتە 1.4142. بـۆ هەمـوو ڕووبەر جیاوازەکـانی کـاغەزی Aی، ئەوا هەر کـام جـۆرەی ئەم کـاغەزە بێنـی، ئەگەر لایە کـورتەکەی b بێـت، ئەوا لایە درێـژەکەی هەمیشـە دەکـاتە $b \times 1.4142$. بـۆ کـاغەزی $A4$ کە پـانییەکەی $b = 210\ mm$، وە بـۆ کـاغەزی $A5$، $b = 148\ mm$ هەمـان شـت دێـتە دی. ئەمەش ئەم ڕێـــــەی کـــاغەزی جـــۆری A یە کە وەک ڕێســـایەکە (درێژییەکـــی خـــوازراو) بـــۆ ڕووبەری هەمـــوو بەرهەمە جیاوازەکـــانی پەیـڕەوی دەکـات، لەکاتێکـدا لە جـۆرە کاغەزەکـانی دیـکە بەدی ناکرێـت. هەر ئەوەنـدەش نـا، ئەگەر کـاغەزێکی $A4$ بێنـی و لە ناوەنـدییەوە بیکەیـتە دوو بەشـــی یەکســـان، ئەوا دووبـــارە هەر یەک لەم دوو بەشـــە ئەو ســـیفەتەی ســـەرەوەی تێـدا دەبینـدرێت کە لە $A4$ ســـەرەتادا هەبـوو، بەم شـێوەیەش کـاتێ $A4$ دەکەیـــنە دوو بەش، ئەوا هەر بەشـــێک دەبێـــتە $A5$، دووبـــارە ئەگەر $A5$ بکەیـنە دوو بەشـی یەکسـان، دووبـارە هەمـان سـیفەتی تێـدا دەبینـدرێت.؟ ئەمەش واتـا بە دوو بەشـکردنی $A5$، ئەوا دوو $A6$ دروسـت دەبێـت. ئەمە بـــۆ هەمـــوو کـــاغەزە ڕووبەرە جیاوازەکـــانی A ڕوودەدات، ئەگەر$A3$ بکەیـــنە دوو بەش، دەبێـــتە دوو $A4$، ئەوانـــی تـــریش بەهەمـــان چەشـن. لە ڕووبەرە جیاجیاکـانی کـاغەزی A، تـا ژمـارەی پـاڵ A بچـوکتر بێت، ئەو ڕووبەری کاغەزەکە گەورەترە، وە بە پێچەوانەوەش.

چـۆن زانیمـان کە ئەم ژمـارە تـایبەتییە 1.4142 فێـل نییـە؟ بـۆ وەڵامـی ئەم پرســیارە، بـا ئەمجـارە کاغەزێـک بێنـین و بینوشـتێنینەوە بەو مەرجەی

نەزانـــین لایە درێـــژەکەی چەنـــدێکە. ئەگەر وادابنـــین کە پـــانی کـــاغەزەکە 1 بێـت و درێـژی کـاغەزەکەش بە x دابنێـین، ئەوا ڕێـژەی نێـوان درێـژی بـۆ پـانی دەکـاتە $x/1$ ئێسـتا ئەگەر کـاغەکە بنوشـتێنینەوە، ئەوا ڕێـژەی درێـژی بـۆ پـانی لاکێشـە بچـوکەکە، دەکـاتە $x/2 \div 1$ کە ئەمەش هەر دەکـاتەوە $2/x$. جەوهەر و خـالی گرینـگ لە کـاغەزی A ئەوەیە کە هەردوو ڕێـژە، پێوسـتە هـاوڕێژە بـن، لەمەوەش دەگەیـنە ئەم هاوکێشـەیە $\frac{x}{1} = \frac{2}{x}$ یـان $x^2 = 2$ دیاریشـە بەهـای x دەکـاتە $(x = \sqrt{2})$ و بە نـزیکەیش دەکـاتە 1.4142، دەبینی! ئای خوایە!

گەوهەری بیرکارییانە:



لاکێشـــەی زێـــڕین، لاکێشـــەیەکی جیـــاوازە لەوانـــی دیـــکە، بەڵام جیـاوازییەکە کەمـێکە نەک زۆر، بەڵام ئەو کەمەش زۆرە! ئەم لاکێشـــەی تەنیشـــت، دەینوشـــتێنینەوە لە ڕاسـتەهێڵی RS وەک لەو وێـنەکەش دەردەکەوێـت، کە R و S دەبـنە سەرەکانی شێوەیەکی چوارگۆشەیی چوار لایەکسان.

کلـیلە تایبەتمەنـدی لاکێشـەی زێـڕین، لەوە دەردەکەوێـت کە ئەو بەشـەی جێمـاوە $RNPS$ هـاوڕێژەیە لەگەڵ لاکێشـە گەورەکە. کەواتە ئێسـتا تەواوە ئەگەر بڵێـین $MQ = MR$ و وادەبنـین کە MR درێـژییەکەی 1 یەکەیە و درێـژی MN بە x هێمـا بکەیـن. لەمەوەش دەردەچێـت کە ڕێـژەی درێـژی بـۆ پـانیی دەکـاتە $x/1$ لەم کـاتەش پـانی لاکێشـە بچـوکەکە $RNPS$ دەکـاتە $MN - MR$، واتە $x - 1$، بـۆیە ڕێـژەی درێـژی بـۆ پـانی ئەو لاکێشـەیە دەکـاتە $\frac{1}{x-1}$. بە یەکسـانکردنی ئەم دوو ڕێـژەیە بەهۆکـاری ئەوەی کە هـاوڕێژەن، دەگەیـنە $\frac{x}{1} = \frac{1}{x-1}$، ئەگەر بێـت و دوولا و دوونێـوانی بکەیـن، دەگەیـنە $x(x-1) = 1$ یان $x^2 = x - 1$ شـێکاری نزیکـراوەش بـۆ ئەم

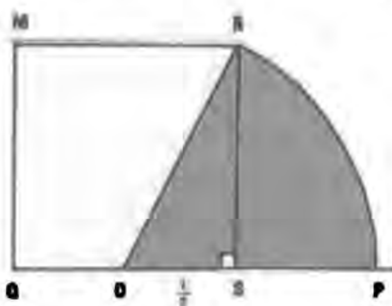
هاوکێشـــەیە، بـــریتییە لە 1.618 دیاریشـــە بە ئاســـانی دەتـــوانین پشـــت ڕاســـتی ئەو شـــێکارە بکەیـــنەوە. ئەگەر ئێســـتا ئەم ژمـــارەیە 1.618 لە ئـــامێرەی بژمێـــرییەکەت بنووســـی و جـــارانی خـــۆی بکەیـــنەوە، ئەم ژمـــارەیەت بـــۆ دەردەچێـــت 2.618 کە ئەمەش هاوتـــا دەبێـــت لەگەڵ شـــێکاری ئەم هاوکێشـــەیە $x + 1 = 2.618$ ئەم ڕێـــژەیەش ناســـراوە بە "ڕێـــژەی زێـــڕین" کە ڕێژەیەکـــی دیـــار و بەنـــاوە لە نێـــو بیرکاریزانـــان، شـــێوەکاران و ئەنـــدازیاران کە بە پیتـــی یۆنـــانی ϕ (فـــای) هێمـــا دەکرێـــت و بە نـــزیکیش بەم شێوەی خوارەوە دەنووسرێت:

$$\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1.6180339887498948482 0 \ldots$$

ئەم ژمـــارەیە پەیوەنـــدی بە یەکبەدوای‌یەکـــی فیبونـــاچی و پرســـی زاوزێـــی کەرویشکەکان هەبوو کە لە پێشدا باسمانکرد.

چوون بە ڕووی گەوهەرەوە:

ئێســـتاش کـــاتی ئەوەیە لاکێشـــەیەکی زێـــڕین دروســـتبکەین. ســـەرەتا بـــا بە چوارگۆشـــەیەکی چـــوارلا یەکســـان دەســـت پێـــدەکەین $MQSR$ کە درێـــژی هەر لایەکـــی، 1 یەکەیە. پاشـــان ئەگەر ناوەڕاســـتی QS نیشـــان بکەیـــن و نـــاوی بنێـــین O. ئێســـتا درێـــژی $OS = 1/2$ و بە پشـــت بەســـتن بە بیـــردۆزی فیساگورس بۆ سێگۆشەی ORS دەبینین کە:



$$OR = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

ئێســـتا ئەگەر پرگالێـــک بێنـــین و لە خـــاڵی O جێگیـــری بکەیـــن و دەســـت بە کێشـــانی کەوانەیەک بکەیـــن، دەتـــوانین کەوانەی RP دروســـــــتبکەین و بەوەش دەزانـــــین کە $OP = OR = \frac{\sqrt{5}}{2}$، دوابەدوای ئەمەش $QP = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2} = \phi$ وەک لە وێـــــــــــــنەکە

ڕوونکـــراوەتەوە. ئەمەش ئەو شـــتە بـــوو کە مەبەســـتمان بـــوو، ئێســـتا کە لایەکـــی لاکێشـــە زێڕینەکەمـــان دەســـت کەوت، ئەتـــوانین لاکێشـــە زێـــڕینەکە تەواو بکەین.

مێژوو:

بـــاس و خواســـی زۆر ســـەبارەت بە ڕێـــژەی زێـــڕین لە ئـــارادایە، یەکـــێ لە شـــتە سەرنجڕاکێشـــەکانی ئەم ژمـــارەیە، تایبەتمەنـــدییە بیرکارییەکـــانیەتی کە لە بـــارەیەوە زانـــراوە، هەروەهـــا دەرکەوتنـــی ئەم ڕێـــژەیە لە هەنـــدێ شـــوێن کە لەوەنـــاچێ پێشـــبینیمان کردبێـــت، ئەمەش وادەکـــات زیـــاتر و زیـــاتر ســـەرنجڕاکێش بێـــت. ئەوەی جێگـــای وردبـــونەوەیە، دەنگـــۆ و بانگەشـــەی ئەوەی کە ئەم ژمـــارەیە زۆر لە پـــێش پەیکەرســـاز و تەلارســـازەکان بە شـــێوەی پەتـــی لە نێـــو مێشـــکی بوونەوەرەکـــان بـــوونی هەبـــووە. بەردەوام بـــوون و چـــوونە پـــێش لە ژمارەکـــانەوە، بـــۆ دەق و لێـــدوانە گشـــتییەکان لە مەڕ ژمارەکـــان بەبـــێ بـــوونی بەڵـــگە، لەخۆیـــدا کـــارێکی وا بـــێ ئەرزش نیـــیە و مشـــت و مـــڕ دروســـت دەکـــات. ئەگەر 'پـــارتینۆن' بە نمـــونە وەربگـــرین کە پەرستشـــگەیەکی کـــۆنە لە یۆنـــان- بە یەکێـــک لە خـــودا کۆنەکـــانی یۆنـــان پێشـــکەش کـــراوە. لەو کـــاتەدا لە دروســـتکردنی ئەم پەرستشـــگایە، ڕێـــژەی زێـــڕین زانـــراوە، بەڵام ئەمە واتـــای ئەوە نیـــیە کە ئەم پەرستشـــگایە لەســـەر بنچیـــنەی ئەم ژمـــارەیە بنیادنرابێـــت. بەدڵنیـــاییی ئەگەر لە نـــزیکەوە لە پـــارتینۆن بـــڕوانین و ڕێـــژەی بەرزی بـــۆ پـــانییەکەی وەربگـــرین، ڕێـــژەکە دەکـــاتە 1.74 کە ئەمەش نـــزیکە لە 1.618، بەڵام ئەم نـــزیکییە بەســـە بـــۆ بانگەشـــەکردنی ڕێـــژەی زێـــڕین وەک هۆکارێـــک بـــۆ بـــوونی ئەم ژمـــارەیە لەو کـــاتەدا؟ هەنـــدێ لە بیرکاریزانەکـــان دەڵـــێن: ڕێـــژەی پـــانی بـــۆ بەرزی بە تەواوی دەکـــاتە ژمـــارەیەکی تەواو کە بـــریتییە لە 3. 'لوکـــا پـــاچیۆلی' لە پەرتـــوکەکەی بە نێـــوی '*Divina proportione*' کە لە مەڕ بیرکـــارییە، پەیوەنـــدییەک لە نێـــوان زاتـــی خـــودا و تایبەتمەنـــدی خەملانـــدنی بەهـــای ϕ دەردەخـــات. پـــاچیۆلی لەگەڵ ئەوەی پەرتـــوکی لە بـــارەی بیرکـــارییەوە

ەنووسی، لەهەمانکاتدا قەشەش بوو. بەلای هەندێ خەڵکەوەش، وەک
ـاوکی ژماردن" ڕێزی لێگیراوە و کەسێکی خۆشویستراو بووە. یەکێکی
ـر لەو هۆکارانەی کە ناوی ئەم قەشە و نووسەرەی بیرکارییە بە باش
ـلاوبۆتەوە، ئەو بانگەشەیەیە کە ئەو فیبوناچی فێری بیرکاری کردووە. لە
سەردەمی ڕینێسانس[1]، گەردوونناس "جۆهانس کیپلەر"[2] شرۆڤەی ئەم
ژمارەیەی کردووە وەک گەوهەرێکی بەنرخی بیرکارییانە" دواتر،
پسپۆڕی بواری دەروونزانی "گوستاف فیچنەر" ی ئەڵمانی، بە هەزاران
شێوەی ئەندازەیی دروستکرد لە کاغەز، پەرتوک، دەرگاو پەنجەرە کە
زۆر بەنزیکیی ڕێژەی نێوان لایەکانی هەر یەک لەم شێوانە، زۆر نزیک
ـوون لە ڕێژەی زێڕین ϕ. "لیی کۆربوسەر" زۆر کارتێکەر و سەرسام
ـوو بەو ڕۆڵەی لاکێشە کە لە دروستکردنی تەلار و باڵەخانەکان
هەیەتی، بەتایبەت بە لاکێشەی زێڕین. ئەو زۆر پێداگری و لایەنگری ئەو
کونجان و ڕێک و پێکییە بوو کە لە بیرکاریدا بەدیی دەکرا. ئەو زانستی
ـەلارسازی لە چاوی بیرکاریزانەکانەوە دەدیت، بەم هۆیەش، ئەمە
ڕێگەیەک بوو بۆ دروستکردنی لاکێشەی زێڕین و شێوەکان کە بەکاری
هێنا لە ڕازاندنەوە لە کارەکانیدا. "کۆربوسەر"[3] زۆر سەرسام بوو بە
فیبوناچی و زۆر بە سەرنجەوە خەریکی خوێندنەوەی تێبینی و بیرۆکە
ڕۆمانییەکان بوو لە مەڕ هونەری تەلارسازی.

---

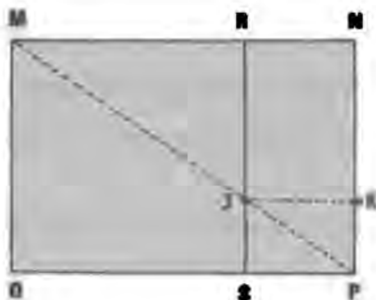
[1] ڕینێسانس بزاڤێکی فەرهەنگی گرینگ و دەسپێکەری سەردەمێک لە شۆڕشی انستی و چاکسازیی ئایینی و پێشکەوتنی هونەری بوو لە ئەورووپادا. ڕینیسانس ڕۆژگاری پەرینەوەیە لە سەدەکانی ناوەڕاستەوە بۆ سەردەمی نوێ.

[2] *Johannes Kepler*

[3] *Le Corbusier*

شێوەکانی دیکە:

لە شـــێوەکانی دیـــکە "ڕێـــژەی زێڕینـــی نایـــاب" هەیە، دروســـتکردنی ئەو شـــێوانەش، بەهەمـــان شـــێوەی دروســـتکردنی لاکێشـــەی زێـــڕینە. ئەمەی خـــوارەوە بـــریتییە لە چـــۆنییەتی دروســـتکردنی "لاکێشـــەی زێڕینـــی نایـــاب" $MQPN$. لە ســـەرەتادا، دەبینـــین کە $MQSR$ بـــریتییە لە چـــوار لایەکـــی لا یەکســـان کە درێـــژی لایەکـــانی 1 یەکەیە. ئێســـتا گەر تیـــرەی ســـەرەکی دروســـتبکەین لە M بـــۆ P، ئەو خـــاڵە نیشـــان بکەیـــن کە لە ئەنجـــامی بەیەکگەیشـــتنی تیـــرەی ســـەرەکی و هێڵـــی RS دروســـت دەبێـــت کە نـــاوی دەنـــێین J، پاشـــان هێڵێـــک دروســـت دەکەیـــــن وەک کە لە وێـــــنەکە



دەردەکەوێـــت بە نـــاوی JK کە تەریـــبە لەگەڵ RN. ئێســـتا وادادەنێـــین کە درێـــژی RJ دەکـــاتە y و درێـــژی MN دەکـــاتە x بـــۆ هەر لاکێشـــەیەک، $\frac{RJ}{MR} = \frac{NP}{MN}$، لەبەر ئەوەی سێگۆشـــەی MRJ و MNP هاوشـــێوەن، ئێســـتا $\frac{y}{1} = \frac{1}{x}$ کە واتـــای ئەوەیە $x \times y = 1$، کە ئەمەش ئامـــاژەیە بـــۆ ئەوەی کە x و y هەریەکەیـــان تەواوکەری ئەوی تریـــانە. ئێســـتا دەســـتمان دەگـــات بە دروســـتکردنی "لاکێشـــەی زێڕینـــی نایـــاب" بە دروســـتکردنی لاکێشـــەی $RJKN$ کە هـــاوڕێژەیە لەگەڵ لاکێشـــە ڕەســـەنەکەمان $MQPN$، ئەمەش واتـــای ئەوەیە کە $\frac{y}{x-1} = \frac{x}{1}$. بە بەکارهێنـــانی ئەم ڕاســـتییە کە $x \times y = 1$ دەتـــوانین بەهـــای x هەژمـــاربکەین بەهـــۆی شـــیکارکردنی ئەم هاوکێشـــە شەشـــپالوییە[1]: $x^3 = x^2 + 1$ کە ئەمەش هاوتـــایە لەگەڵ هاوکێشـــەی $x^2 = x + 1$ (ئەو هاوکێشـــەی کە ڕێـــژەی زێڕینمـــان پـــێ دۆزیـــیەوە). ئەم

---

[1] لەبەر ئەوەی $x \times y = 1$ ئەوا $y = \frac{1}{x}$ کەواتە دەتـــوانین هاوکێشـــەکە بە پێـــی x یان y بنووسین. ئێمە لێرە بە پێی x نووسیومانە.

هاوکێشە سێجایەی سەرەوە، تەنیا یەک شیکاری ڕاستی ئەرێنی هەیە، ئەویش ψ (بەدانانی ψ لە شوێنی x)، ئەوا دەگەینە ئەو بەهایە:

$$\psi = 1.46557123187676802665\ldots$$

ئەم ژمارەیەش لەگەڵ شتێک بەیەکدەگەنەوە کە پێشتر باسمان لێوە کرد، ئەویش لە بابەتی یەکبەدوای‌یەکی ڕەشەوڵاخ بوو کاتێک ژمارەیەکی یەکبەدوای‌یەکەکەمان دابەشی ژمارەی پێش خۆی دەکرد، ئەو ژمارەیەمان بۆ دەردەچوو. لەکاتێکدا لاکێشەی زێڕین دەکرێت دروستبکرێت بەهۆی لێوارێکی ڕاست-ڕاستەمێلێک و جووتە پرگالێک، بەلام لاکێشەی زێرینی نایاب ناتواندرێت بەم ڕێگایە دروستبکرێت. دەبینیت کە چ پەیوەندییەک لە نێوان بابەتە بیرکارییەکاندا هەیە!

کورتەی بیرۆکەکە

ڕێژەی خودایی-ئاسمانی

کارنامە

300پ.ز	لە پەرتووکەکەی 'ئیقلید' باس لەم ڕێژەیە و بیرۆکەیە کراوە.
1202	'فیبوناچی' پەرتووکی 'ژمێریاری' بلاوکردەوە.
1509	'پاشولا'[1] هاوڕێژەیی پیرۆزی ئاسمانی' بلاوکردەوە.
1876	'فچینەر'[2] لە مەڕ دەروونزانی تاقیکاری، شتانێکی نووسی بۆ هەژمارکردنی هاوڕێژەی جوانترین لاکێشە.
1975	ڕێکخراوی نێودەوڵەتی بۆ یەکخستنی پێوانەیی *ISO* کاغەزی *A* ناساند و پێناسی کرد.

---

[1] *Paciola*

[2] *Fechner*

13 سێگۆشەی پاسکال

پێمانزانی کە ژمارە 1 چەندە گرینگ و نازدارە، بەڵام ئەی دەربارەی ژمارە 11 چی؟ ئەمیش بەهەمان شێوە ژمارەیەکی سەرنجڕاکێشە، هەر ئەوەندەش نا، بەڵکو ببینە کە:

$11 \times 11 = 121$,$11 \times 11 \times 11 = 1331$,$11 \times 11 \times 11 \times 11 = 14,641$ .11

ئەگەر ئەم لێکدانانەی سەرەوە بەم شێوەی خوارەوە ڕیزبکەین:

$$11$$
$$121$$
$$1331$$
$$14,641$$

ئەمانە چەند ڕیزێکی سەرەتای سێگۆشەی پاسکالن. بەڵام ئەمانە لەکوێ هاتن و لەکوێ دەیدۆزینەوە؟

ئێستا یەکەم شت با لە بیری بکەین و خۆمانی لێ لابدەین، ئەو بۆرەیە کە لە نووسینی ئەم ژمارانەی سەرەوە تووشی دەبین، پاشان ئەگەر تۆزێ کەلێن بدەینە ڕەنووسەکانی هەر ژمارەیەک، دەبینین کە ژمارەیەکی وەک 14,641 دەبێتە: 1 4 6 4 1

سێگۆشەی پاسکال، یەکێکە لە بابەتە زۆر گرینگ و سەرنجڕاکێشەکانی نێو بیرکاری، ئەمەش بەهۆی ئەو ڕێک و پێکییەی و پەیوەندییە شاراوەیەی کە لەو سێگۆشە ژمارەیەدا هەیە. لە ساڵی1653دا، پاسکال لە میانەی سەرنج و بیرکردنەوەی لەم سێگۆشە ژمارەیەدا، بۆی دەرکەوت کە ناتوانرێت هەموو ئەو ڕاز و نهێنییەی لەو سێگۆشەیەدا هەیە، تەنیا لە کاغەزێکدا بخرێتە ڕوو. ئەم سێگۆشە پڕ لە ژمارەیە، پەیوەندی و هاوڕێیەتی لەگەڵ چەندین لقی جیاجیای بیرکاری دروستکرد و بووە هۆی پێشخستن و دۆزینەوەی بابەتگەلێکی بیرکارییانە، بەڵام سەرچاوەی سەرهەڵدان و دەرکەوتنی ئەم سێگۆشە پڕ لە ژمارەیە، دەگەڕێتەوە بۆ سەردەمێکی زووتر لە سەردەمی پاسکال، لە ڕاستیدا

پاسـکال داهێـنەری ئەم سێگۆشـە پـڕ لە ژمـارەیە نەبـوو. مێـژووی ئەم شـتە سـەیر و جـوانە-سێگۆشـەی پاسـکال، دەگەڕێـتەوە بـۆ زاناکـانی چـین لە سەدەی سێزدەهەم.

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1

سێگۆشەی پاسکال

شـێوازی دروسـتبوونی ژمارەکـان لە سێگۆشـەی پاسـکال، لە بەشـی سـەرەوەی سێگۆشـەکە دەسـت پێـدەکات و هەمـوو شـتێک ئـالەوێوە دیتەخـوارێ. سـەرەتا بە ژمـارە 1 لە بەشـی سـەر سـەرەوەی-لـوتکە دەسـت پێـدەکات، پاشـان دووبـارە دانـانەوەی ژمـارە 1 لەڕیـزی خـوارەوە لە هەردوولا، بەم شـێوەیە ریـزی دووەم دروسـت دەبێـت، دووبـارە بە دانـانەوەی ژمـارە 1 لە هەردوولا ریـزی دواتـر و پێـدانی شـێوەی سێگۆشـە، ئەوا لە نێـوان ئەو دوو ژمـارە 1یەکە لە ریـزی سـێیەم، بۆشـاییەک دروسـت دەبێت، ئەم بۆشـاییە بە کـوکردنەوەی دوو ژمـارەی ریـزی سـەر خـۆی دروسـت دەبێـت. لە هەمـوو ریزەکـان، ژمـارە 1 لە هەردوولا ریـزەکە-سـەرەتا و کۆتـایی دادەنێـنەوە، پاشـان ژمـارەی بەینەکـان، لە سـەرجەمی دوو ژمـارەی سـەر خـۆی (ڕێـک سـەر خـۆی، ئەو دوو ژمـارەی کە زۆر لێـوەی نـزیکن) دروسـت دەبێـت. بـۆ نمـوونە لە ریـزی پێـنجەم ژمـارە 6 دەبینـدرێت، ئەم ژمـارەیە لە 3 + 3 دروسـت بـووە کە دەکەونە ریـزی چـوارەم، هەر لە ریـزی پێـنجەم ژمـارە 4 لە لای راسـت و چەپ پـێش کۆتـایی دەبینـدرێ، دیاریشـە ژمـارە 4 لە کـۆی ئەو دوو ژمـارەی سـەر خـۆی 1و 3 دروسـت بـووە کە 4 = 1 + 3. ئەوانی دیکەش بەهەمان شێوە.

بیرکـاریزانی ئینگلیـز "هـاردی" وتـوویەتی "بیرکاریزانـان وەک وێنەکـێش ـان وەک هۆزانڤـان وان، دروسـتکەری ڕێـک و پێکیـی و شـێوازی زۆر

جوانن، بۆیەش سێگۆشەی پاسکال، شێوازێکی تایبەت و ڕێکی هەیە کە لە شێوەی خاکەناز دەچێت.

پەیوەندی سێگۆشەی پاسکال لەگەڵ جەبردا، لە پانتایی بیرکاری ڕاستی دەبیندرێت، بۆ نموونە، ئەگەر کارمان بە شتەکی لەم شێوە بکەوێت: $(1+x)\times(1+x)\times(1+x)=(1+x)^3$ ئەوا گەر کەوانەکە بکەینەوە، دەبینین دەکاتە $1+3x+3x^2+x^3$ ئەگەر لەو دەستەواژە بیرکارییە وردبینەوە و سەرنجی هاوکۆلکەکانی هەر یەک لە ڕادەکان بدەین، دەبینین کە لەگەڵ یەکێ لە ڕیزەکانی سێگۆشەی پاسکال یەکدەگرنەوە:

$(1+x)^0$						1					
$(1+x)^1$					1		1				
$(1+x)^2$				1		2		1			
$(1+x)^3$			1		3		3		1		
$(1+x)^4$		1		4		6		4		1	
$(1+x)^5$	1		5		10		10		5		1

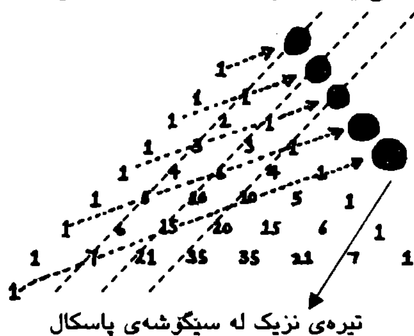
ئەگەر بێت و سەرجەمی هەر ڕیزێک لە سێگۆشەی پاسکال هەژماربکەین، دەبینین ئەنجامەکە هەمیشە بە: 2 بە توانی ژمارەی ڕیزەکە کەم 1 دەنووسرێت. بۆ نموونە ئەگەر ڕیزی پێنجەم وەرگرین کە ئەمەیە:

$$1+4+6+4+1=16=2^{5-1}=2^4$$

هەر هەمان ئەنجام دەکرێت لە ستوونی لای چەپی ئەم وێنەی سەرەوە بەدەست بهێندرێت کاتێک $x=1$ دابنێین.

تایبەتمەندییەکانی:

یەکەمـین و ڕۆشـنترین تایبەتمەنـدی لە سێگۆشـەی پاسـکال، بـریتییە لە تایبەتمەنـدی وێنەدانەوەیـی-هـاوجووتی. ئەگەر بێیـت هێڵێـک بە ناوەڕاسـتی سێگۆشـەکە بکێشـین، دەبنـین ئەو هـێڵە ڕۆڵـی ئـاوێنەیەک دەبینیـت، ئەمەش واتـا لای ڕاسـت و لای چەپ هاوچەشـنی یەکتـرن. ئەمەش ئەو شـتەیە کە ڕێـگە بە ئـێمە دەدات کە لە بـارەی "تیـرە" وە بـدوێن و تیشـکی بخەیـنە سـەر. لەم سـۆنگەیەوە، تیـرە بە ناراسـتەی بـاکور، هەمـان شـێوەی تیـرەیە بە ئاراسـتەی باشـور، بـۆ نمـونە سـەرجەمی ئەو ژمـارانەی دەکەونە سـەر تیـرەی بـاکوری، یەکسـانە بە سـەرجەمی ئەو



تیرەی نزیک لە سێگۆشەی پاسکال

ژمـارانەی دەکەونە سـەر تیـرەی باشـوری. لەبەر ئەوەی ئەو دوو تیـرەیە لە هەمـوو شـت پێکـدەچن، ئەوا ئـێمەش تەنیـا لە بـارەی یەکێکیـان شـتەکان دەخەیـنە ڕوو، هەمـان شـت بـۆ تیـرەی پـێچەوانەش ڕاسـتە. ئێسـتا گەر سـەیری سێگۆشـەکە بکەیـن، دەبینـین کە تیرەیەکمـان هەیە و ژمـارە سروشـتییەکانی دەکەوێـتە سـەر ... 1,2,3,4,5,6، تیـرەی خـوار ئەو، ژمـارە سێگۆشـەییەکانی (ئەو ژمـارانەی کە بە خـاڵ، شـێوەی سێگۆشـە دروسـت دەکەن) دەکەوێـتە سـەر .. 1,3,6,10,15,21,. لە تیـرەی ژێـر ژمـارە سێگۆشـەییەکان، کـۆمەڵە ژمـارەیەکی دەکەوێـتە سـەر کە پێیـان دەوترێـت "ژمـارە چـوار ڕووییەکـان" ئەو ژمـارانەی کە شـێوەی سێگۆشـەیەکی سـێ دووری دەنوێنێـت، کە ئەمـانەن ... 1,4,10,20,35,56، یـان بە دەربڕینێکـی تـر، ئەگەر 10 سـێوت هەبێـت، ئەتـوانی شـێوەی سێگۆشـەی لـێ دروسـت بکەی، لەسـەر ئەو سـێوانە، پێوسـتت بە 4 سـێو دەبێـت تـا سێگۆشـەیەکی تـر دروسـت بـکەی، لەسـەر ئەو سێگۆشـەیش، پێوسـتت بە سـێوێک دەبێـت، بەم شـێوەیە... بەڵام ئەی دەربـارەی "تیـرەی نزیـک" چـی؟ ئێسـتا وەک لە وێـنەکە

دەردەکەویت، ئەگەر بێت و ژمارەکانی سەر ئەو تیرانە کۆبکەینەوە، ئەم یەکبەدوای‌یەکەمان دەست دەکەویت ... ,1,2,5,13,34 هەر ژمارەیەک، سێ هێند لێکدانی خۆیەتی، پاشان کەمی ژمارەی پێش خۆی، بۆ نمونە ژمارە 2 جارانی 3 دەبێتە 6، ئێستا ژمارەی پێش 2 بریتییە لە 1، بۆیە دەڵێین $5 = 1 - 6$، ئێستا سێیەم ژمارەی یەکبەدوای‌یەکەکە بریتییە لە 5، ئێستا 3 جارانی 5 دەکاتە 15، وە ژمارەی پێش 5 بریتییە لە 2، ئێستا $13 = 2 - 15$، ئێستا 3 جارانی 13، دەکاتە 39، ژمارەی پێش 13 بریتییە لە 5، بۆیە $34 = 5 - 39$ بەم شێوەیە بۆ ژمارەکانی دیکەش. یەکبەدوای‌یەکێکی تریشمان هەیە، ئەمیشیان ژمارەکانی ئەمانەن $1, 3, 8, 21, 55, \ldots$ دروستبوونی ئەمانەش بە پشت بەستنە بە ژمارەکانی یەکبەدوای‌یەکی تیرەی نزیکەیی. بەم شێوەیە دروست دەبن کە کاتێک ژمارەکانی یەکبەدوای‌یەکی تیرەی سەرەکی بریتییە لە... $1, 2, 5, 13, 34,$ ئێستا:

$$1, 1 + 2 = 3, 1 + 2 + 5 = 8, 1 + 2 + 5 + 13 = 21, \ldots$$

ژمارەی یەکەم، لە ژمارەی یەکەمی سەرەوە، ژمارەی دووەم، لە کۆی دوو ژمارەی سەرەتای یەکبەدوای‌یەکەکە، ژمارەی سێیەم، لە کۆی سێ ژمارەی سەرەتای یەکبەدوای‌یەکەکە... ئەوانی دیکەش بەهەمان شێوە. بەڵام هێشتا شتی دیکە هەیە. ئێستا ئەگەر ئەو دوو یەکبەدوای‌یەکەی سەرەوە ئاوێتە بکەین بە شێوەیەک ژمارەیەک نا ژمارەیەک ڕیزیان بکەین، دەگەینە ئەم یەکبەدوای‌یەکە:

$$1, \mathbf{1}, 2, \mathbf{3}, 5, \mathbf{8}, 13, \mathbf{21}, 34, \mathbf{55}, 89, \mathbf{144}, \ldots$$

کە ئەمەش یەکبەدوای‌یەکی فیبوناچییە؟! سەیرە ها؟!

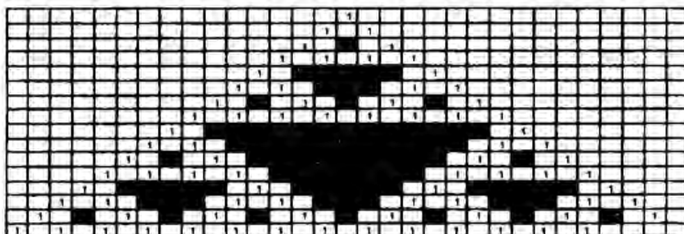
گونجێنەکانی پاسکال:

ژمارەکـــانی پاســـکال، وەڵامـــی هەنـــدێ کێشـــە و گرفتـــی ژمـــاردن و ڕێکخســـتنمان دەداتەوە. وا بێـــنە پـــێش چـــاوت کە لە قاوەخـــانەیەک 7 کەس هەیە و ناویـان (دانـا، لارا، خەبـات، مەزن، یـاوەر، بەهـرە و سـمەیە)[1]. ئێسـتا دەمـانەوێ بـزانین چەنـد ڕێگـای جیـاواز هەیە بـۆ دروسـتکردنی کـۆمەڵەیەکی سـێ کەســـی لەو 7 کەســـە؟ یەکێـــک لە ڕێگاکـــان بـــریتییە لە (دانـــا، لارا، خەبـات)، ڕێگـایەکی تـر بـریتییە لە (دانـا، لارا، مەزن). بەڵام بیرکاریزانەکـان بیریـان لەوە کـردەوە کە چـۆن یاسـایەک دابڕێـژن بـۆ ئەوەی ژمـارەی ڕێگـا جیاوازەکـانی پـێ بـدۆزنەوە، بـۆیە بیرکاریزانەکـان ئەو شـتەی مەرامیـان بـوو، دەسـتیان پێـی گەیشـت، بـۆ ئەم مەبەسـتەش دەسـتەواژەیەکی بیرکارییـان بەکارهێنـا $C(n,r)$ کە مەبەسـت لێـی ژمـارەی ڕیزکردنەکـانی r شـت لە n شـتی بنەڕەتـی، کـاتێ r بچـوکتر یـان یەکسـانە بە n (چـونکە ناکرێـت بلێـی مـن لە 7 کەس ڕیزێـک دروسـت دەکەم لە 9 کەس پێکهاتبێـت، بـۆیە r بچـوکتر یـان یەکسـانە لە n)، وەڵامـی پرسـیارەکانی سـەرەوە لە 7 کەسـەکە بـۆ دروسـتکردنی کـۆمەڵەی 3 کەسـی، بەم یاسـایە بیرکـارییە، بەم شـێوەی لێـدێت $C(7,3)$. ژمـارە 7 ئامـاژەیە بـۆ ڕیـزی حەوتەم لە سێگۆشـەی پاسـکال و پـێگەی سـێیەم کە ژمـارەکە بـریتییە لە 35. ئەمەش واتـا 35 ڕێگـای جیـاواز هەیە بـۆ دروسـتکردنی کـۆمەڵەی سـێ کەسـی لە حەوت کەس. بە دەربڕینـی بیرکارییـانە بـۆ ئەم ڕاسـتییە، وا دەنووسـرێت کە $C(7,3) = 35$. بە شـێوەیەکی گشـتی، $C(n,r) = C(n,n-r)$. ئەگەر یەک کـۆمەڵەی 3 کەسـی هەڵبژێـرین، ئەوا ڕاسـتەوخۆ کـۆمەڵەیەکی هەڵنەبژێردراومـان دیـارکردییە لە 4 کەس (چـونکە کە سـێ کەس لەو حەوت کەسـە دەردێنـین، چـوار کەس دەمێنێـتەوە) بـۆیە $C(7,4) = 35$. ئەم ڕاستییەش لە وێنەدانەوەیی سێگۆشەی پاسکال سەرچاوەی گرتییە.

---

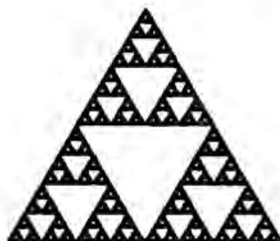
[1] ئەوانە نـاوی هەنـدێک لە قوتابییەکـانی مـنن. لـێم ببـورن کە نەمتـوانی نـاوی هەمووتانی تێدا جێبکەمەوە، بەڵام ئەوە بزانن کە لام زۆر گرینگن.

سفرەکان و یەکەکان:



ژمارە تاک و جووتەکان لە سێگۆشەی پاسکالدا (1 ئاماژەیە بۆ ژمارەی جووت و 0 بۆ تاک)

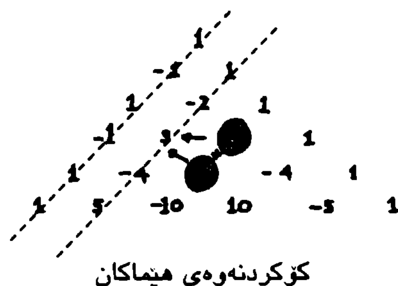
لە سێگۆشەی پاسکالدا، دەبینین کە ژمارەکانی ناو سێگۆشەکە چ شێوازێکی ڕێک و جوانی دروستکردییە، ئەم شێوازەش ئەگەر لێی وردبینەوە، لە ژمارە تاک و جووتەکانەوەیەوە و ئەم ڕێک و پێکییەش، پشتی بەوانەوە بەستووە کە ئاخۆ جووتن یان نا. ئێستا ئەگەر بێت و شتی بکەین، ئەویش ژمارە 0 لە شوێنی ژمارە جووتەکان دابنێین و ژمارە 1 لە شوێنی ژمارە تاکەکان دابنێین، ئەوا دەگەینە نواندێک یان خۆ نیشاندانێک کە هاوشێوەیەی ڕێکی و پێکییە لەگەڵ یەکێ لە شێوە 'لێکبووەکان' بە ناوی' سێگۆشەی سیرپینسکی'[1].



سێگۆشەی سیرپینسکی

[1] لە سێگۆشەیەکی ڕێک یان لایەکسان دروست دەبێت. سەرەتا سێگۆشەیەکی لایەکسان لە ناوەڕاستی سێگۆشەی یەکەم جیا دەکرێتەوە، پاشان ئەم کارە لەسەر هەموو ئەو سێگۆشانەی دەستمان دەکەوێت، دووبارە دەکرێتەوە. ناوی ئەم سێگۆشەیە بە ناوی ماتماتیکزانی پۆڵەندی 'واکلام سیرپینسکی' نراوە، بەڵام چەندین سەدە بەر لە کارەکانی سیرپینسکی ئەم سێگۆشەیە وەکوو شێوازێک بۆ ڕازاندنەوە کەڵکی لێ وەردەگیرا.

هێمای کۆکردنەوە:



کۆکردنەوەی هێماکان

دەتــــوانین سێگۆشــــەی پاســـکال بە شـێوەیەک بنووســـین کە بگــونجێ بــۆ ـــــــردنەوەی بـــــــڕی $(-1+x)$ و هێزەکـــانی $(-1+x)^n$. لەم بـــارەدا، سێگۆشـــــەکە بەتەواوی وێـــنەدانەوەی یــیە کـــاتێ هێڵێکـــی ســـتوونی بە ناوەڕاســـتی سێگۆشـــەکە دەکێشـــین، لەم ـــارەدا لە جیاتی ئەوەی ســـەرجەمی دوو ژمـــارەی ســـەر یەکتـــر لە یەکـــێ لە ێرەکـــان بکـــاتە ژمـــارەیەک بە هێـــزی 2، ئەوا لێـــرە ســـەرجەمی دوو ژمـــارە، کەمکـــردنە. ئەمەش ئەو تیـــرەیە کە لەم بـــارە شـــتەکی ســـەرنج ڕاکـــێش و جـــوانە. تیـــرەی یەکەمـــی باشـــوری، ژمارەکـــانی ســـەری بـــریتییە لە $1,-1,1,-1,1,-1,1,-1,...$ کە ئەمـــانەش بـــریتین لە هاوکۆلکەکـــانی ئەم دەربڕینەی خوارەوە:

$$(x+x)^{-1} = 1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - x^5 + x^6 - x^7 + \cdots$$

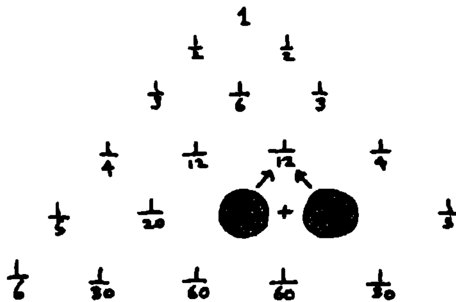
لەکاتێکـــدا، تیـــرەی دووەمـــی باشـــوری، دەبێـــتە هاوکۆلکەکـــانی ئەم دەربڕینەی خوارەوە:

$$(x+x)^{-2} = 1 - 2x + 3x^2 - 4x^3 + 5x^4 - 6x^5 + 7x^6 - 8x^7 + \cdots$$

ئەگەر تـــوانی بـــڕەکە -3 بێـــت، ئەوا تیـــرەی باشـــوری ســـێیەم دەبێـــتە هاوکۆلکەکانی زنجیرەکە.

سێگۆشەی هاوئاوازی لایبنیتز:

گەورە زانـــای ئەڵمـــانی و لێـــزان و پســـپۆڕی بـــابەتە جیاوازەکـان "گۆتفریـد لایبنیتـز " کـــــۆمەڵە ژمـــــارەیەکی سەرنجڕاکێشـــی دۆزیـــیەوە کە شـێوە و تەشـەی سێگۆشـەیان هەیە. سێگۆشــــەی لایبنیتــــز، بەهەمـان شـێوەی سێگۆشـەی پاســـــــکال، ســـــــیفەتی



سێگۆشەی هاوئاوازی لایبنیتز

وێنەدانەوەیـــی هەیە کـــاتێ هێڵێکـــی ســـتوونی بە ناوەڕاســـتی سێگۆشـــەکە دەکێشـــین. بەڵام بەرهەمهـــاتنی ژمارەکـــانی نـــاو سێگۆشـــەکە، وەک چـــۆنییەتی دروســـتبوونی ژمارەکـــانی سێگۆشـــەی پاســـکال نیـــیە. لێـــرەدا بەهـــۆی ســـەرجەمی دوو ژمـــارەی ڕیـــزەک، ژمـــارەی ڕیـــزی ســـەرتر بەدەســـت دێنـــین، لەکاتێکـدا لە سێگۆشـــەی پاســـکال بەهـــۆی ســـەرجەمی دوو ژمـــارە، ژمـــارەی ڕیـــزی خواترمـــان دەســـت دەکەوێـــت، بەڵام لە سێگۆشـــەی لایبنیتـــز پـــێچەوانەیە. بـــۆ نمـــونە $\frac{1}{30}+\frac{1}{20}=\frac{1}{12}$. بـــۆ ڕۆنـــانی ئەم سێگۆشـــەیە، دەتـــوانین بەم شـــێوەیە بەرەوپـــێش بـــڕۆین و دەســـت پێـــبکەین: لە ســـەر ســـەرەوەی سێگۆشـــەکە، بەم شـــێوەیە: $1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}, \frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$ ئێســـتا بـــۆ ئەوەی ڕیـــزی چـــوارەم دروســـت بکەیـــن، $\frac{1}{3}-\frac{1}{4}=\frac{1}{12}, \frac{1}{6}-\frac{1}{12}=\frac{1}{12}$ واتە ئەو دوو ژمـــارە لارەی لە ڕاســـتەوە بـــۆ چەپ دەکەونە ســـەر یەکتـــر، کەمـــی یەکتریـــان دەکەیـــن و ژمـــارەی تەنیشـــت دروســـت دەبێـــت. بە وردبـــوونەوە لە وێـــنەکە، زیـــاتر حـــاڵی دەبـــین. ئێســـتا ئەگەر ســـەیری تیـــرەی دەرەوە بکەیـــن (ئەو تیـــرەی کە لای سێگۆشـــەکە دەنوێنێـــت)، ئەوا دەگەیـــنە "زنجیـــرەی هاوئاواز" کە یەکێکە لە زنجیرە زۆر دیار و بەناوەکان:

$$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\cdots$$

بەڵام تیـرەی دووەم، ئەو تیـرەیەیە کە ناسـراوە بە "زنجیـرەی لایبنیتـز" کە ئەمەیە:

$$\frac{1}{1\times 2}+\frac{1}{2\times 3}+\cdots+\frac{1}{n\times(n+1)}$$

ئەم زنجیـرەی سـەرەوە، دەکرێـت بـزانین کە سـەرجەمەکەی دەکـاتە چـی، ئەویـــش بە هەنـــدێ دەســـت تێـــوەردانی جەبـــری، دەگەیـــنە ئەوەی کە سـەرجەمەکەی دەکـاتە $\frac{n}{n+1}$. بە پشـت بەسـتن بەو شـتانەی لەمەو پـێش باسـمانکرد، ئەوا ژمارەکـانی لایبنیتـز دەتوانـدرێت بە $B(n,r)$ بـدۆزرێتەوە، بە واتـای ڕێزکردنەکـانی r شـت لە n شـتدا دێـت. کە ئەمەش پەیوەنـدی بە ژمـارە ئاسـاییەکانی سێگۆشـەی پاسـکالەوە هەیە $C(n\,,r)$ کە بەهـۆی ئەم پەیوەندییەی خوارەوە یەکدەگرن:

$$B(n,r)\times C(n,r)=\frac{1}{n+1}$$

وردبەرەوە، "ئێسـکی ئەژنـۆ، بەسـتراوەتەوە بە ئێسـکی ڕان، وە ئێسـکی ڕان بەسـتراوەتەوە بە ئێسـکی نێـک". سێگۆشـەی پاسـکالیش وەک ئەمە وایە کە بە زۆر بەشـی بیرکـاری بەسـتراوەتەوە، وەک ئەنـدازەی هـاوچەرخ و جەبـر. بە شـێوەیەکی بەرفراوانتـر، سێگۆشـەی پاسـکال نمـونەیەکە لە دان-وسـانی بیرکـاری- لە گەڕانـی بەردەوامـی بیرکـاری بـۆ شـێوازە جـوان و ڕێـک و پێکەکـان و هاوگونجـانی، کە ئەمەش تێگەیشـتنی ئـێمە بەهێـز و پتەوتر دەکات لە هەمبەر بابەتەکان.

کورتەی بیرۆکەکە
زمارە هەڵقوڵاوەکە

کارنامە

500پ.ز	1070	1303
بەڵگەی لاواز بەردەستە بۆ هەبوونی سیگۆشەی پاسکال لە 'ئاسنسکریت'[1].	'عومەر خیام'[2] سیگۆشەکەی دۆزیوەتەوە، لەهەندێ ولات بە ناوی ئەوەوە کرا.	'ژو شیجیی'[3] سیگۆشەی پاسکالی پێناسەکرد و پیشانی دا کە چۆن سەرجەمی یەکبەدوای‌یەکە؛ دیاریکراوەکان بدۆزینەوە.

1664	1714
تویژینەوەکەی پاسکال لە مەڕ تایبەتمەندییەکانی سیگۆشەکە، لە پاش مردنی بلاوکرایەوە.	'لایبنیتز'[4] لە هەمبەر سیگۆشەی هاوئاواز دوا.

[1] زمانێکی کۆن و ئاینییە لە بنەماڵەی زمانە هیندی و ئەورووپییەکانە. ئێستا لە ولاتی هیندستان زیاتر لە 14 هەزار کەس بەم زمانە دەدوێن.

[2] *Omer Khayyam*

[3] *Zhu Shijie*

[4] *Leibniz*

14 جەبر

جەبر (الجبر)، ڕێگەیەکی جیاوازمان پێدەبەخشێت لە شیکاری کردنی کێشە و پرسیارەکان، شێوازێکە بۆ گەیشتن بە ئەنجام و ڕێگەکەشی پاشەوپاشە، واتە بیرکردنەوەیەکە؛ ئاوڕ لە دواوە دەداتەوە. ئەگەر سەرنجی پرسێکی سادە بدەین و ژمارە 25 وەربگرین، ئێستا 17ی بخەینە سەر، دەبێتە 42. ئەم پرسە، پرسێک بوو کە بیرکردنەوە لێی، بیرکردنەوەیەکی هەنگاونراو بوو بۆ پێشەوە. ئێستا ئەگەر وا دابنێین کە 42مان هەیە، ئێستا بەم شێوەیە پرسیار دەکەین: ئاخۆ ئەو ژمارەیە کامەیە کە زیادکراوە بۆ 25، لە بەرامبەر 42مانی پێداوە؟ ئا ئەم جۆری بیرکردنەوەیە لەم پرسە، بیرکردنەوەیەکی پاشەوپاشە و لە پرسێکی وەها پێوست دەکات سەیرێکی دواوە بکەین. دیاریشە ئێمە بەهای xمان دەوێت کە شیکاری ئەم هاوکێشەیە دەکات: $25 + x = 42$ و 25 لە 42 دەردەکەین و وەڵامەکەمان دەست دەکەوێت.

پرسیارە ڕستەییەکان دەکرێت بەهۆی جەبرەوە شیکار بکرێت، وەک چۆن لە قوتابخانەی سەرەتایی دەبینین پرسیارێک بە وشە نووسراوەتەوە، ئێمەش دێین دەکەین بە هاوکێشەیەکی جەبری و شیکاری دەکەین:

ڕوناس تەمەنی 2 ساڵە و منیش تەمەنم 24 ساڵە. کەی کاتێک تەمەنی من دەبێتە 3 هێندەی تەمەنی ئەو؟

دەتوانین بە تاقیکردنەوە وەڵامەکە بدۆزینەوە، بەڵام تا دەگەینە وەڵام، لەوانەیە هەڵەی زۆر بکەین، بەڵام لە ڕێگەی جەبری، هەڵە ئەستەمە و ئەوەندەش کات بە فیڕۆنادرێت بۆ دۆزینەوەی وەڵامەکە، بۆیە ئابوری ترە. ئێستا، کاتێ چەند ساڵێک بەسەر تەمەنی مندا دەڕوات، بەهەمان شێوەش بەسەر تەمەنی خاتوو 'ڕوناس'یش دەڕوات، بۆیە ئەو چەند ساڵە بە x هێما دەکەین، بۆ من $x + 24$ بۆ خاتوونیش $x + 2$. ئێستا لەم

دەستەواژەیە (چ کاتێک تەمەنی من دەبێت 3 هێندەی تەمەنی ئەو؟)، هاوکێشەکە بەم شێوەی خوارەوەی لێدێت:

$$3 \times (2 + x) = 24 + x$$

لە دەستە چەپ؛ کاتێ ژمارەکە جارانی ناو کەوانەکە دەکەین، دەگەینە $6 + 3x = 24 + x$ پاشان بە گوێزانەی هەموو نەزانراوەکان بۆ لایەک و نەگۆڕەکان بۆ لایەکەی تر، ئەوا دەگەینە $2x = 18$ دیاریشە $x = 9$ واتە تەمەنی من ببێتە $33 = 9 + 24$ و تەمەنی خاتوونیش ببێتە $11 = 9 + 2$، ئەوا ئەوکات تەمەنی من سێ هێندەی تەمەنی خاتوو ڕوناس دەبێت. سەرسوڕهێنەر بوو. ئێستا گەر بپرسین، کەی تەمەنی من دەبێتە دوو هێندەی تەمەنی ئەو؟ دەتوانین بەهەمان شێواز وەڵامەکە بدۆزینەوە:

$$2 \times (2 + x) = 24 + x$$

پاشان دەبینین کە $x = 22$ واتە کاتێ ئەو تەمەنی دەبێتە 22 ساڵ و منیش تەمەنم ببێتە 44 ساڵ.

هەموو ئەو هاوکێشانەی سەرەوە، جۆرێکن لە هاوکێشە سادە و ساکارەکانی جەبر کە بە هاوکێشەی "هێڵی" ناودەبرێن، لەبەر ئەوەی توانی xەکان بریتییە لە 1 و هیچ ڕادەیەک بەدی ناکرێت کە x^2 یان x^3 بێت. ئەم هاوکێشانەش کە پلەکەیان زیاترە، بۆ شیکارکردن تۆزێک گرانتر و سەختترن. ئەو هاوکێشەی کە ڕادەی وەک x^2ی تێدایە، پێی دەوترێ "هاوکێشەی پلە دوو= هاوکێشەی دووجا=هاوکێشەی چوارگۆشەیی". ئەو هاوکێشەیەشی ڕادەی x^3 تێدا بێت، پێی دەوترێن "هاوکێشەی سێجا یان هاوکێشەی شەشپاڵوو". لە کۆندا بە ڕادەی x^2 دەوترا "چوارگۆشەیی" چونکە چوارگۆشە، چوارلای یەکسانی هەیە، وە دەستەواژەی "شەشپاڵوو" بەهۆی ئەوەی کە شەشپاڵوو، سێ دووری یەکسانی هەیە؛ پانی، بەرزی و درێژی.

بیرکاری بەر لە لۆژیکی نوێ، لەبەردەم زۆر کێشە و گرفتدا بوو کە هەر ئەمەش لۆژیکزانەکانی ناچارکرد کە بیر لە لۆژیکێکی نوێ بکەنەوە و دووبارە بناغەی ماتماتیکی پێ داڕێژنەوە، ئەمە بوو لۆژیکی نوێ-

هـاوچەرخ لەلایەن 'ڕاسـڵ و وایتیهـد' گەشـەی پێدرا، کە بە لـۆژیکی هێمـایش ناسـراوە. ئەمەش هەنگـاوێکی مەزن بـوو لە زانسـتی ژمـارەیی بـۆ زانسـتی هێمـایی یـان جەبـری. بەرەو پێشـچوون لە ژمارەکـانەوە بـۆ پیـت و هێماکـان، پـازدانێکی گەورەی هـزری بـوو، بەڵام ئەو هەوڵ و کۆششـە، تـا ڕادەیەک بەرهەمدار بوو.[1]

سەرچاوە:

لە سـەدەی نۆزدەهەمـدا، جەبـر یەکێـک بـوو لە بـابەت و باسـە هەرە بە بایەخەکـانی؛ فێـرگە ئیسـلامییەکان. بیرکـاریزان 'ئەلخەوارزمـی' پەرتـوکێکی بیرکارییـانەی نووسـی کە وشـەی 'الجبـر'ی لە خۆگرتبـوو کە مـامەڵەی لەگەڵ کێشـە و گـرفتە کردارییەکـان دەکـرد، کە ئەو کێشـانەش هاوکێشـەی هێڵـی و دووجایـان لەخۆگرتبـوو. زانسـتی هاوکێشـەکانی خەوارزمـی، وشـەی 'جەبـری' بە ئـێمە بەخشـی. دواتـر 'عـومەر خیـام' لەم پانتـاییە شـتی نووسیوە لە کاتێکدیشدا کە زیاتر بە چوارینەکانی ناسراوە:

دنیا وەکو خۆیەتی و مرۆ نامێنێ
تۆ تۆزی ئەویش هەر وەکوو سۆزی و نوێنێ
ئێمەش کە نەهاتبووین وەکوو خۆی وابوو
لێشی دەردەچین کەمایەسی ناهێنێ.

(و. هەژار)

[1] ئەم کـارەی 'ڕاسـڵ و وایتیهـد' مەبەسـت لێـی پەرتـوکی 'پرینکیپیـا ماتماتیکـا'ە کە پەرتـوکێکی قەبـارە گەورەیە و دابەشـکراوەتە سـەر سـێ بەرگ. ئەو پەرتـوکەیە کە تێیـدا لە لاپەرە 379 و لە لێـدوانی 54.43 دەیسـەلمێنن 2 = 1 + 1. واتە ئەوەنـدە لاپەڕەیەی پێشـوو، کەرەسـتەیەکن تـا بتـوانن ئەم شـتە سـادەیەی پـێبسـەلمێنن! (زۆرجـار دەوترێـت 379 پەڕی نووسـی بـۆ سـەلماندنی 2 = 1 + 1). بەشـی یەکەمـی پەرتـوکەکەم خوێنـدۆتەوە بەڵام بەڕاسـتی تێگەیشـتن لێـی زۆر سـەختە. هەرسێ بەرگی پەرتوکەکەش نزیکەی $125 پێدا.

بەلام لە سالی 1070دا، خیام لە تەمەنی 22 سالی پەرتوکێکی لە بارەی جەبر نووسیی کە لێکۆلینەوەیەکی ورد بوو لە مەڕ شیکاری هاوکێشەی پلە سێ.

بیرکاریزانی مەزن "کاردانۆ" و کارەکانی لە بیرکاریدا کە لە سالی 1545دا بلاوبۆوە کە خالی وەچەرخان بوو لە تیۆری هاوکێشەکان و کارەکەی چەندین ئەنجامی نایابی لەخۆگرتبوو لە مەڕ شیکاری هاوکێشەی پلە سێ و هاوکێشەی پلە چوار- ئەو هاوکێشەی کە ڕادەی x^4 تێدا بێت. ئایا هاوکێشەی پلە دوو، سێ و چوار، هەموویان دەکرێت شیکار بکرێن بەهۆی یاسایەکەوە کە ئەم یاسایەش تەنیا کردارەکانی $\times, \div, -, +$ و $\sqrt[p]{\ }$ لە خۆگرتبێت؟ مەبەستیش لە $\sqrt[p]{\ }$ بریتییە لە ڕەگیpیەمین. بۆ نموونە هاوکێشەی پلە دووی $ax^2 + bx + c = 0$ دەکرێت شیکار بکرێت بەهۆی ئەم یاسایەوە:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

ئەگەر بتەوێت هاوکێشەی $x^2 - 3x + 2 = 0$ شیکار بکەی، هەموو ئەو کەرەستەیەی پێوستە، بریتییە لە $a = 1, b = -3, c = 2$ پاشان لە یاساکەی دابنێیتەوە.

یاسایەک هاوشێوەی ئەم یاسایە بۆ شیکاری پلە دوو، بۆ شیکاری هاوکێشەی پلە سێ و چوار بوونی نییە، بەلام بێگومان شیکارییان هەیە. ئەوەی بیرکاریزانەکانی سەرسامکردووە، ئەوەیە کە ناتوانن یاسایەک بدۆزنەوە کە بە شێوەیەکی گشتی شیاو بێت بۆ شیکاری هاوکێشەیەکی پلە پێنج، واتەx^5 تێدا بێت. ئاخۆ چ شتێک ئەوەندە تایبەتە لە مەڕ هاوکێشەی پلە پێنج؟

لە سالی 1826دا، بیرکاریزانێک بە ناوی "ئێلس ئەبیل" دەرکەوت و لە مەڕ شیکاری هاوکێشەی پلە پێنج، زانیاری و لێدوانی نوێی بەیانکرد، بەلام بەداخەوە کە ئەبیل ئەوەندە نەژیا و تەمەنی کورت بوو. ئێمە ئەزانین کە گشت سەلماندنەکان، بیرکاریزانەکان کەیف خۆش دەکات، لێ ئەبیل شتێکی سەلماند، کە لە ڕاستیدا بووە مایەی نیگەرانی گەلێ

بیرکاریزان، ئەویش سەلماندنێک کە پێت دەڵێت: ئەو شتە بوونی نییە! ئەبیل سەلماندی کە هیچ ڕێسایەکی گشتی بوونی نییە بۆ شیکاری هاوکێشەی پلە پێنج، ئەوەشی دووپاتکردەوە کە هەر هەوڵێکی جدی لەم ئەوارەیە، هەوڵێکی نەزۆکانەیە و ئەنجامی نابێت! ئەبیل و کارەکەی، ناوەڕێکراو بوو لە ناو بیرکاریزانەکان، بەلام هەوڵەکان کاتێکی زیاتری برد بۆ یەکلاکردنەوەی لە جیهانی فراوانی بیرکاریی، چونکە هەر شتێک کە تازە و نوێیە بە دونیای بیرکاری، ئەوا دەخرێتە ژێر پشکنین و وردبوونەوە، ئەمەش ڕەنگە کاتی زۆری بوێ. ئەو ئەنجامەی کە ئەبیل خستییە ڕوو، هەندێ لە بیرکاریزانەکان ڕەتییانکردەوە و بە هەڵەیان زانی، هەتا لە سەدەی نۆزدەهەمیش، خەڵکی لە پروپاگەندەی ئەوەبوون کە پێچەوانەی ئەو دەرئەنجامەی ئەبیلییان دۆزیوەتەوە، بەلام وەک ئەبیل وتی: هەموو هەوڵێک بۆ دۆزینەوەی یاسایەک بۆ ئەم مەبەستە، هەوڵێکی نەزۆکانەیە ئازیزم!

جەنگی جەبر

تیۆری هاوکێشە سێجاکان، لە سەردەمی ڕینیسانس بە تەواوی گەشەی کرد. بەلام بەداخەوە چیرۆکێکی تۆزێ قێزەونی لێکەوتەوە. 'شیپیۆن دیل فیرۆ' شیکاری بۆ چەندین هاوکێشەی جیاوازی پلە سێ دۆزییەوە، بەلام شێوازی گەیشتنی بەو ئەنجامانەی بە نهێنی هێشتبۆوە، بەلام دواتر کار گەیشتە ئەوەی ئەو نهێنییە بە یەکێک بە قوتابییەکانی بڵێت. 'تارتاگلینا' یەکێک بوو لە بیرکاریزانە مەزنەکان کە لە هەمبەر پرسی هاوکێشە سێجاکان، لەگەل قوتابییەی 'فیرۆ' کەوتە ململانێ، بەلام لەم جەنگی جەبرە 'تارتاگلینا' سەرکەتوو بوو. دواتر 'کاردانۆ' لە میلانەوە 'تارتاگلینا' رازی کرد بۆ ئەوەی باسی ئەو ڕێگایەی بۆ بکات کە پێی گەیشتۆتە ئەنجام، ئەویش سوێندی دا کە ئەم شتە بە نهێنی بهێڵێتەوە، بەلام نهێنییەکە دزەی پێکرا و ناکۆکی کەوتە نێوانیان، ئەویش کاتێ تارتاگلینا بینی وا کارەکەی ئەو لە کتێبەکەی کاردانۆ بە ناوی 'ئارس مەگنا' کە بە واتای 'هونەری گەورە' دێت، بلاوبۆتەوە.

جیهانی هاوچەرخ:

بەدرێژایی 500 ساڵ؛ جەبر کە مەبەستمان "زانستی هاوکێشەکان"ە، لە سەدەی نۆزدەهەم تازەگەریی و پێشکەوتنی بەخۆیەوە بینیی. خەڵکی درکیان بەوەکرد کە هێماکان لە هاوکێشە و بڕە جەبرییەکان، دەکرێت گوزارشت لە شتی تریش بکات بەدەر لە ژمارەکان.[1] ئەوە بوو کە دەکرێت هێما بۆ دەربڕینی "لێدوان یان دەربڕین"ی بیرکارییانە بەکاربێت، بەم چەشنەش دەکرێت جەبر پەیوەندی هەبێت بە لێکۆڵینەوە لە لۆژیک-ژیربێژی. ئەوەشیان دەرخست کە ئەم هێمایانە دەکرێت بۆ نواندنی ڕەهەندە بەرزەکانیش بەکاربهێندرێت، بۆ نموونە لە جەبری ڕیزکراوەکان. بەدەر لەمەش، کەسانێک کە پسپۆڕی بیرکاری نەبوون، لەو بڕوایە دابوون کە دەکرێت هێماکان گوزارشت لە هیچ شتێک نەکەن و نوێنەری هیچ شتێک نەبن، بەڵکو تەنیا هەر هێمایەک بن لە نێو یاسایەکی دیارکراو.

گرنگترین وەچەرخانی جەبر لە سەردەمی هاوچەرخدا، لە ساڵی 1843دا ڕوویدا، کاتێک پیاوێکی ئێرانی بە ناوی "ویلیام ڕۆوان هامیلتۆن" کە کواتێرنیۆنی دۆزییەوە. هامیلتۆن بەدوا ڕژێمێکی هێمایی دەگەڕا کە بتوانێت ژمارە ئاڵۆزە دوو ڕەهەندییەکان فراوان بکات بۆ ڕەهەندی بەرزتر. بۆ چەندین ساڵ خەریکی ڕژێمێکی سێ ڕەهەندی بوو، بەڵام لەم کارە چارەسەرێکی تەواو پەسەند و قایمی بەدەست نەهێنا.

هامیلتۆن هەموو بەیانییەک کە بۆ خواردنی نانی بەیانی لە هۆدەکەی دەهاتە خوارەوە بۆ ئەوەی لەگەڵ کوڕەکانی قاوەڵتی بکەن، کوڕەکانی لێیان دەپرسی: باوکە ئەتوانی چەند هێندمان بکەی؟" ئەویش بەرەو ڕوو وەڵامی دەدانەوە کە تەنیا ئەتوانێت کەم و زۆریان بکات!؟

بەڵام سەرکەوتن، بە شێوەیەکی چاوەڕواننەکراو بەدەرکەوت. گەڕان بەدوای ئەو ڕژێمەی هامیلتۆن مەبەستی بوو، بە کۆتاییەکی بێ بەرهەم کۆتایی هات و هەوڵەکەش هەوڵێکی نەزۆکانە بوو. ئەمەش وای لەو کرد

---

[1] بۆ نموونە ئەم هاوکێشەیە $2f'(x) - 2f(x) = 0$ شیکارەکەی نەخشەیە، نەوەک ژمارە! شیکارەکەشی بریتییە لە $f(x) = e^x$.

واز لە سێ ڕەھەندی بێنێت و بۆ ھێمایە چوار ڕەھەندییەکان خۆی تەرخان بکات. ئەم تروسکایی و نیگایە، لەکاتی پیاسەکردنی لەگەڵ ھاوسەری ئازیزی بە بیردا ھات. ھامیلتۆن بەو بیرۆکەیەی زۆر دڵشاد بوو و ھەستی دۆزینەوەیەکی تێدا چەکەرە کردبوو. لەو ڕۆژەوەی کە ئەم بیرۆکەیە لە نێو بیری ھامیلتۆن گەشەی کرد، ئەوا ساڵ لە دوای ساڵ کاری تێدا کرد و، تا دواجار دوو پەرتوکی گرینگی لە بارەیەوە بڵاوکردەوە.

یەکێ لە شتە سەیرەکانی ئەو ڕژێمە چوار ڕەھەندییەی ھامیلتۆن، ئەوە بوو کە کاتێ بەیەکەوە جارانەدەکرێت، ئەوا ڕێزبەندی ڕادەکان گرینگە و ڕوڵی ھەیە، ڕیزبەندی وەک بنچینەیەک بۆ کارەکەی بە گرینگ دادەندرێت، کە ئەمەش دژەیەکە یان خۆی پێچەوانەی لێکدانی ئاساییە لە زانستی ژمارەدا. لە ساڵی 1844دا زامانزان و بیرکاریزانی ئەڵمانی "ھێرمان گراسمان" ڕژێمێکی دیکەی جەبری بڵاوکردەوە کە کەمتر شێوەی درامایی ھەبوو. لە ئەمڕۆکەدا، ھەردوو ڕژێمی چوار ڕەھەندییەکەی ھامیلتۆن و ڕژێمەکەی گراسمان گەلێ جێبەجێکاری ھەیە لە ھەریەک لە ئەندازە، فیزیا و گرافیکی کۆمپیوتەر.

بابەتە پەتییەکە:

لە سەدەی بیستەمدا، وێنەی دیار و زاڵبوون بەسەر جەبردا، بەھۆی میتۆد-شێوازی بەڵگەنەویستییەوە بوو. ھەر ھەمان شێوازی بەڵگە نەویستی، نزیکەی سێ سەدە بەر لە زاین لە لایەن "ئیقلید" بەکارھات بۆ بنچینەکانی ئەندازە، بەڵام ئەم شێوازە بەسەر جەبردا جێبەجێ نەکرا ھەتاکو بەم دواییانە بیری لێکرایەوە و جەبر لەسەر چەند بەڵگەنەویستێک داتاشرایەوە. "ئیمی نۆیتر"کە ژنە بیرکاریزانێکی ئەڵمانی بوو، ڕۆڵ و گرینگی زۆری ھەبوو لە پێشخستنی جەبر، داکۆکیکارێکی سەرسەختی ڕژێمی بەڵگە نەویستی بوو بۆ جەبر. لەم جەبرەی ھاوچەرخ-نوێ، بیرۆکەکە بریتییە لە لێکۆڵینەوە لە پێکھاتەکان کاتێ نمونە تاکەکان

ملکەچـی ڕێسـا گشـتییە پەتییەکـان دەبێـت. ئەگەر هـاتوو چەنـد نمـونەیەک، هەمـان پێکهاتەیـان هەبێـت، بەڵام لە بیـرۆکە و ڕواڵەت جیـاواز بـن، ئەوا پێیـان دەوترێـت "هاوشـێوە". گرینگتـرین بەرچـاوترین پێکهـاتە جەبرییەکـان، بـریتییە لە تیـۆری گـرووپ، کە ئەم تیـۆرییەش بەهـۆی خشـتەیەک لە بەڵـگە نەویسـت پێناسـە کـراوە. ژمـارەی بەڵـگە نەویسـتەکانیش بە پێـی پێکهاتەکـان دەگۆڕێـت، بـۆ نمـونە ئەمـانە خـوارەوە ژمـارەی بەڵـگە نەویسـتەکانیان کەمتـرە بە بەراورد بە تیۆری گرووپ، ئەوانیش:

($Groupoids - semigroup - quasigroup$). پێکهـــــــــــــاتەش هەیە کە ژمارەی بەڵگە نەویستەکانی زیاترە، ئەوانیش:

($rings - skew\ fields - integral\ domains - fields$).

هەمـوو ئەوانە نـاوێکی تـازە و نـاوەڕۆکێکی تـازە بـوون کە لە سـەرەتاکانی سـەدەی بیسـتەم هـاتنە نـاو جیهـانی بیرکـارییەوە کە جەبـر گۆڕانکـاری بەسەردا کراو و زانستی جەبر بوو بە "جەبری هاوچەرخ".

کورتەی بیرۆکەکە

شیکار بکە بەپێی نەزانراوەکە

کارنامە

1950 پ.ز	250	825
بابلییەکان کاریان لە سەر هاوکێشە پلە دووەکان کرد.	'دیۆفانتوس'[1] لە ئەسکەندەرییە، پەرتوکی 'ئەرثماتیکا' کە بە واتای ژماردن یان زانستی ژمارە دێت بلاوکردەوە.	'خەوارزمی'[2] وشەی 'الجبر'ی داتاشی بۆ بیرکاری.
1591	1920s	1930
'فرانسوا فییت'[3] چەند دەستەواژەیەکی بیرکارییانەی نووسی کە 'زانراو' و 'نەزانراوی' لەخۆگرتبوو.	'ئیمی نۆثیر'[4] چەند توێژینەوەیەکی بلاو کردەوە لە مەڕ پێخستنی جەبری هاوچەرخ.	'پارتێل واردن'[5] کارە نایابەکەی سەبارەت بە جەبری هاوچەرخ بلاو کردەوە.

[1] *Diophantus*

[2] *Al – Khwarizmi*

[3] *Francois Viète*

[4] *Emmy Noether*

[5] *Bartel Van Waerden*

15 ئالگۆریتم

خەواریزمـی وشـەی 'جەبـر'ی بە ئـێمە بەخشـی، بەڵام هەر ئەو پەرتـوکەی بـوو کە لە سـەدەی نـۆیەم لە مەڕ ژمارەناسـی وشـەی 'ئـالگۆریتم'ی تێـدا هـات، ئیـدی ئەو وشـەیە لەو کـاتەوە تـا ئێسـتاش دەگەڕێتەوە بـۆ ئەو پیـاوە کـارزانە. وشـەی ئەلگـۆریتم، دیـارە 'ال' پێـوەیە، بەم شـێوەیەش گـوێزرایەوە بـۆ ئەورووپـا و لەکـاتی وەرگێڕانـی بـۆ زمـانی بیانییەکـان، بـوو بە *Algorithm* کە بەم شـێوەیەش حیـنجە دەکـری *'Al Gore Rhythm'* چەمکـی ئەلگـۆریتم، لە ڕووی نـاوەڕۆکەوە گرینگییەکـی زۆری بـۆ بیرکاریزانەکـان و زانایـانی بـواری کۆمپیـوتەر هەیە. بەڵام کامەیـان لەوی تـر لە پێشـە و یەکەمە؟ ئەگەر بتـوانین وەڵامـی ئەو پرسـیارە بەیـان بکەیـن، واتـای ئەوەیە دەمـانەوێ تێگەیشـتن فەراهەم بێنـین لە 'ئالگۆریتمی دابەشکاری ئیقلید'.

بەر لە هەمـوو شـتێک، ئـالگۆریتم، پرۆسـەیەکی دووبـارەکییە. بـریتییە لە خشـتەیەک زانیـاری ڕێکخـراو، ئامـانجیش بەکـاربردنی ئەو زانیارییـانەیە بـۆ کردنـی شـتێک یـان دەسـتکەوتێکی دیـاریکراو. دەتـوانین ئەو ڕاسـتییە ببینـین کە بـۆچی کۆمپیـوتەر پشـتی بە ئـالگۆریتم پـتەوە و کەیـف و حـاڵی لەگەڵـدا هەیە، ئەمەش لە بەر ئەوەی کۆمپیـوتەر زۆر چوسـت و چـالاکە لە جێبەجێکردنـی ئەو ئەرکەی کە بەهـۆی زانیارییەکـانەوە پێـی دەسـپێرین، بە شـێوەیەک هەرگیـز لەو زانیارییـانەی پێـی دەدەیـن، چاوقـایمی ناکـات و لێیـان لانـادات. لە لایەکـی دیـکە، هەنـدێ بیرکـاریزان پێیـان وایە ئـالگۆریتم شـتێکی بێـزارکەرە، ئەمەش لەبەر ئەوەی کە دووبـارەکی زۆری تێـدایە، دیاریشـە بیرکاریزانەکـان حەز بە شـتی دووبـارە نـاکەن. نووسـینی ئـالگۆریتم و پاشـان نووسـینەوەی بە زمـانی هێمـا (کـۆدی کۆمپیـوتەر) کە چەنـدین هێـل داگیـر دەکـات هاوشـێوەی نووسـینێکی ئاسـایی، ئەوا چەنـدین یاسـا و زانیـاری بیرکارییـانە لە خۆدەگرێـت، کە هەنـدێ جـار، بەهێـزی زانیارییەکـان

کـــاریگەری ئەبێـــت بەســـەر ئەو هێمایـــانەی کە بەهـــۆی ئـــالگۆریتمەکەوە دەینووســـین. ئەمەش هەنـــدێ کـات زۆر تـــاقەتپڕوکێنە، چـــونکە تووشـــبوون بە هەڵەی هێمـــایی (کـــۆد)، زۆر هیلاکـــت ئەکـــات. نووســـینی ئـــالگۆریتم، بەرەنگـــارییەکی بەرهەمهێنـــەرە. زۆر جـــار، بـــۆ راپەڕانـــدنی کارێـــک یـــاخود ئەرکێـــک، ئەوا چەنـــدین رێـــگە هەیە، بەڵام ئـــێمە هەمیشـــە هەوڵ دەدەیـــن باشـــترین هەڵبژێـــرین. هەنـــدێ ئـــالگۆریتم، رەنـــگە تەواو لەگەڵ ئامـــانجی کـارەکە نەگونجێـت، هەنـدێکیش بەو شـێوەیە چـالاک نیـیە بە بەراورد بەوانـی دیـکە، ئەمە مانـــای ئەوەیە کە چەنـــدین ئـــالگۆریتم هەیە بـــۆ کردنـــی کارێـــک، بەلام ئەو شـــتەی کە ئالگۆریتمەکـــان لێکجیـــا دەکـــاتەوە، بـــریتییە لە خێرایـــی ئـــالگوریتمەکە. هەنـــدێ لە ئالگۆریتمەکـــان، زۆر خێـــران، بەڵام ئەنجـــامی زۆر ورد نـــــاخەنەوە و بەلای هەڵەدا دەڕۆن، هەشـــــە بە پـــــێچەوانەوە، بـــــۆیە ئـــالگۆریتم وەک خـــواردن دروســـتکردن وایە. رەنـــگە بـــۆ دروســـتکردنی بریـــانی، چەنـــدین پێکهـــاتە و کەرەســـتەی جیـــاواز هەبێـــت لەگەڵ چەنـــدین شـێوازی جیـاواز (ئـالۆگۆریتم)، بەدڵنیـایی ئـێمە ئـالگۆریتمێکی بـێ هێزمـان بـۆ کردنـــی ئەو کـــارە ناوێـــت، ئـــێمە بریـــانییەکی بەتـــام و چێژمـــان حەز لێـــیە کە کەرەســـتەکانی گونجـــاو بـــێ و ئامـــادەکردنی کـــاتێکی زۆری نەوێـــت. ئـــێمە لە ئـــــالگۆریتم، زانیاریمـــــان هەیە و، فرمانمـــــان هەیە بەســـــەر زانیارییەکـــــان. زانیارییەکـــــان کەرەســـــتەی دروســـــتکردنی بریـــــانییەکەن، فرمـــــانەکەش چـــــۆنییەتی دروســـــتکردنی بریـــــانییەکەیە بە بەکارهێنـــــانی ئەو کەرەســـــتە و زانیارییـــانەی لەبەر دەســـتە. بـــۆ نمـــونە ئەگەر خشـــتەی کەرەســـتەکانی بریـــانی وەربگرین بە کورتکراوەیی:

- پەتاتەی وردکراو و برنج
- گۆشتی بەرخ
- کشمیش و باوی و شەعرییە
- خێ و بەهاراتی بریانی
- لە ئامـــادەکردن و تێکەڵکردنـــی هەمـــوو ئەمـــانە، 20 بـــۆ20 خـــولەک لێـــی گەڕێ دێم بکێشێت.

- پاشان لێ گەڕێ کابان بۆ نیو کاژێر پشوو بدات.

ئەوەی زۆر گرینگە ئاگاداری بین، هەنگاوە یەکبەدوای‌یەکەکانی ئالگۆریتمەکەیە، یەکبەدوای‌یەکێک بە شێوەیەکی ڕێک و مانا بەخش. تاکە شتێک کە لەم خشتەیە نادیارە، شتێکە کە لە ئالگۆریتمی بیرکارییانە بوونی هەیە، ئەویش ئەڵقەیە، کە مەبەست لێی دووبارە بوونەوەیە، کە پرۆسەکە دووبارە دەگەڕێتەوە سەرە خشتەکە بۆ دروستکردنی بریانییەکە. بۆ نموونە، چێشتلێنەرەکان لە خواردنگەکان، تا ئێوارە، چەند جارێک برنج لێ دەنێنەوە، بۆ نموونە ئەگەر سێ جار برنج لێ بنێتەوە، ئەوە ئەو ئالگۆریتمە سێ جار دووبارە دەکاتەوە. سێ ئەڵقەی دووبارە. بە جدی وەرمەگرن کە دوو ڕۆژ لەسەر یەک داوای بریانی لە ماڵەوە بکەن.

لە بیرکاریش، کەرەستەمان هەیە بە هەمان شێوە، بۆ نموونە ژمارەکان کەرەستەیەکن. ئالگۆریتمی دابەشکاری ئیقلید، ئالگۆریتمێکە کە بۆ دۆزینەوەی "گەورەترین کۆلکەی هاوبەشی" نێوان دوو ژمارە ڕۆنراوە. گەورەترین کۆلکەی هاوبەشی نێوان دوو ژمارە، بریتییە لە گەورەترین ژمارە کە توانای ئەوەی هەیە هەر دوو ژمارەکە دابەش بکات (دوو ژمارەکە بەسەر ئەو ژمارەیە دابەش بن). بۆ کەرەستەکان، ئێمە ژمارەکانی 18 و 84 وەک دوو کەرەستە وەردەگرین.

گەورەترین کۆلکەی هاوبەش:

لەم نموونەیەدا، gcd بریتییە لە گەورەترین ژمارە کە هەردوو ژمارەی 18 و 84 دابەشدەکات (هۆردو ژمارە بەسەریدا دابەش دەبن). دەبینین کە 2 هەردوو ژمارە دابەش دەکات و3ش بەهەمان شێوە. ئەگەر زیاتر ڕۆبچین، دەبینین کە ژمارە 6 بە هەمان شێوە هەردوو ژمارەکە دابەش دەکات. لێرە پرسیارەکە ئا ئەمەیە: ژمارەیەکی لەمە گەورەتر هەیە کە هەردوو ژمارەکە بەسەریدا دابەش بن؟ دەبینین کە نییە، بۆیە دوای ئەوەی کەزانیمان ژمارەیەکی گەورەتر لە 6 نییە کە هەردوو ژمارەکە

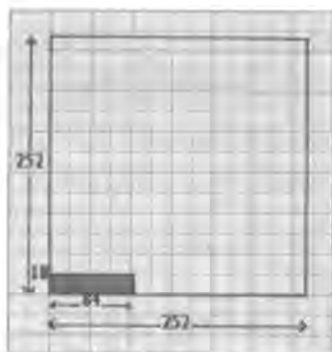
بەســـەریدا دابەش بـــن، ئەوا کەواتە گەورەتـــرین کـــۆلکەی هاوبەشـــی نێـــوان 18 و 84 بـــــــریتییە لە 6. دەشـــــــتوانین بەم شـــــــێوە بینووســــــــین: $gcd(18,84) = 6$.



تەختەیەکی لاکێشەیی لەگەڵ چوارگۆشەی 6 × 6 خانەیی

گەورەتـــرین کـــۆلکەی هـــاوبەش، دەتوانـــدرێت بەهـــۆی دیـــواری خشـــتەکی پیشـــان بـدرێت، کاتێـک ئەم خشـــتە لە چوارگۆشـــەی 6 بە 6 پێکهـــاتووە. ئەمەش کـاتێ درێـژێ خشـتەکە 84 بێـت و پـانی 18 بێـت، ئەوا دەتوانـدرێ ئەم درێـژی و پـانییە بەهـــــــۆی ئەو چوارگۆشـــــــە 6 بە 6شـــــــانە پیشـــــانبدرێت، هەر وەک لەم وێـــــنەی تەنیشـــــت دەردەکەوێت.

گەورەتـــرین کـــۆلکەی هـــاوبەش زۆر جـــار بە نێـــوێکی تـــر بانگـــدەکرێت و خەڵکـــی وەرکـــاری دێـــنن، ئەویـــش بە "گەورەتـــرین بەشـــکەری هـــاوبەش" یـــان "بەرزتـــرین کـــۆلکەی هـــاوبەش". لێـــرەدا چەمکێکـــی دیـــکە هەیە کە پەیوەنـــدی بە gcd یـــــیەوە هەیە، ئەویـــــش "بچـــــوکترین چەنـــــدجارەی هـــــاوبەش"ە. بـــــۆ نمـــــونە بچـوکترین چەنـدجارەی هاوبەشـی نێـوان 18 و 84 بـــــریتییە لە بچـــــوکترین ژمـــــارە کە دابەشـــی 18 و 84 دەبێـت. پەیوەنـدی نێـوان "گەورەتـــــــرین کـــــــۆلکەی هـــــــاوبەش" و "بچـــوکترین چەنـــدجارەی هـــاوبەش" کە لەو وێـــنەی تەنیشـــتیش تـــۆخکراوە، بـــریتییە لەو راســـــــتییەی کە گەورەتـــــــرین کـــــــۆلکەی هاوبەشـــی دوو ژمـــارەکە جـــارانی بچـــوکترین چەنـــــدجارەی هاوبەشـــــی دوو ژمـــــارەکە،



تەختەیەکی چوارگۆشەیی لەگەڵ لاکێشەی 18 × 84 خانەیی

یەکسانە بە لێکدانی دوو ژمارەکە خۆی. ئێستا دەزانین کە $lcm(18, 84) = 252$ و زانیمان کە $\gcd(18, 84) = 6$. ئێستا $6 \times 252 = 1512 = 18 \times 84$.

بە شێوەیەی ئەندازەییانە، lcm بریتییە لە درێژی لایەکی بچوکترین چوارگۆشە کە دەتواندرێت بکرێتە 18×84 خانەی لاکێشەیی، وەک لە وێنەکەی سەرەوە دیارە. ئەمەش بەهۆی ئەوەی کە $lcm(a, b) = ab/\gcd(a, b)$ ئێمەش جەخت لە دۆزینەوەی gcd دەکەینەوە.

دۆزینەی گەورەترین کۆلکەی هاوبەشی نێوان ئەو دوو ژمارەیە کە پێشتر هەستاوین بە دۆزینەوەی، ڕەنگە ئەمە کارێکی وا ئاسان نەبێت کە یەکسەر بە هزری وەلام بدەینەوە. بۆیە بۆ شتەکی لەم شێوە، لە سەرەتادا پێوستە هەموو کۆلکەکانی هەر یەک لە ژمارەکان بنووسین، پاشان سەیربکەین تا بزانین گەورەترین ژمارەی هاوبەشی نێوانیان کامەیە. ئەگەر هەر 18 و 84 وەربگرینەوە، ئەگەر بێت و ئەو ژمارانە شیتەڵ بکەین:

$$18 = 2 \times 3 \times 3 = 2 \times 6 \quad ; \quad 84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7 = 2 \times 6 \times 7$$

دەبینین کە 2 و 3 لە شیتەڵی هەردوو ژمارەدا هەیە، بۆیە $2 \times 3 = 6$ بریتییە لە گەورەترین کۆلکەی هاوبەش. پاشان ژمارە 3 بەهەمان شێوە کۆلکەیەکی هاوبەشە، بەلام گەورەترین نییە، لێ 7 کۆلکەی هاوبەش نییە، چونکە 18 بەسەر7 دابەش نابێت، بەلام ئاخۆ ئەم ڕێگایە بۆ دۆزینەوەی گەورەترین کۆلکەی هاوبەش بۆ دوو ژمارەی زۆر زل و قەبە ئاسانە؟ بۆ نمونە ئەگەر بتەوێت gcd ئەم دوو ژمارەیە بدۆزیتەوە:

$$\gcd(17\,640, 54\,054)$$

بۆیە ئێستا گەر هەمان ئەو شێوازەی سەرەوە بەکاربێنین، ئەوا دەبێت هەردوو ژمارەکە شیتەڵبکەین بۆ سادەترین شێوەی. بەلام دەبێت ڕێگەیەکی ئاسانتر هەبێ بۆ ئەم کارە.

ئالگۆریتمەکە:

بینیمـــــان کە ژمارەکـــــان چەنـــــد گەورەبـــــن، ئەوا کـــــارەکە بە شـــــێوەی شـــێتەڵکاری ئاســـان نابێـت، بـۆیە ڕێگەیەکـی باشـتر و ئاســانتر هەیە بـۆ ئەم مەبەســـتە. ئـــالگۆریتمەکەی ئیقلیـــد کە لە پەرتـــوکی ژمـــارە 7ی ئیقلیـــد لە لیـــدوانی ژمـــارە 2 دا هـــاتووە بـــۆ دۆزینـــەوەی gcd بـــۆ دوو ژمـــارە کە خۆبەش (سەرەتایی) نەبن.

ئـــالگۆریتمەکەی ئیقلیـــد لە مەڕ دۆزینـــەوەی گەورەتـــرین کـــۆلکەی هـــاوبەش، تـــا بڵێـی شـێوازێکی جـوان و پـڕ کـارامەییە و زۆریـش ئاسـانە بەهـۆی چەنـد هەنگـــاوێکی ســـادەی کـــرداری لێـــدەرکردن. ئێســـتاش بـــا ببینـــین کە ئەم ئالگۆریتمە چۆن کار دەکات:

ئێســـتا مەرامـــی ئـــێمە ئەوەیە کە ئەمە شـــیکار بکەیـــن $d = \gcd(18, 84)$. بەم شێوەیە گەورەترین کۆلکەی هاوبەش دەدۆزینەوە:

$$84 - 18 = 66$$
$$66 - 18 = 48$$
$$48 - 18 = 30$$
$$30 - 18 = 12$$
$$18 - 12 = 6$$
$$12 - 6 = 6$$
$$6 - 6 = 0$$

لەبەر ئەوەی لە $6 - 6$ گەیشـــــــــتین بە 0، ئەمەش واتـــــــــای ئەوەیە کە گەورەتـــرین کـــۆلکەی هاوبەشـــی نێـــوان 18 و 84 بـــریتییە لە 6. بیـــرۆکەکە ئەمەیە: جیـــاوازی نێـــوان دوو ژمـــارەکە دەدۆزیـــنەوە، پاشـــان، جیـــاوازییەکە دووبـــارە بەکـــاردێنینەوە بـــۆ دۆزیـــنەوەی جیـــاوازی نێـــوان ئەم و یەکێـــک لە دوو ژمـــــارەکە؛ ئەوەی کە بچـــــوکترینە. گەر ســـــەرنجی نووســـــینی ئەم ژمـــــارانەی ســـــەرەوە بـــــدەین، بە ئاســـــانی حـــــاڵی دەبـــــن.

کەواتە $d = \gcd(18, 84) = 6$.

هەنکانە ئەگەر بمانەوێ $d = \gcd(17640, 54054)$ بدۆزینەوە:

$$54054 - 17640 = 36414$$
$$36414 - 17640 = 18774$$

$$18774 - 17640 = 1134$$

بەردەوام بـوون بەو شـێوازی کەمکـردنەوەیە، دوای چەنـد هەنگـاوێکی تـر دەبینـین کە $126 - 126 = 0$ ئەمەش واتـا:

$$d = \gcd(17640, 54054) = 126$$

بەکارهێنانەکانی gcd:

گەورەتـرین کـۆلکەی هـاوبەش gcd دەکرێـت بەکاربهێنـدرێت بـۆ شـیکارکردنی هاوکێشـەکان، کـاتێ شـیکاری ئەم هاوکێشـانە دەبێـت لە کـۆمەڵەی ژمـارە تەواوەکـان بێـت. ئەم هاوکێشـانەش پێیـان دەوترێـت "هاوکێشـەکانی دیوفـانتن" کە کـۆمەڵە هاوکێشـەیەکە لە هاوکێشـەی ڕادەدارەکـان کە شـیکارەکانییان ژمـارەی تەواون، نەزانراوەکـانیش دوو یـان زیـاترن، کە بەنـاوی بیرکـاریزانی یۆنـانی "دیوفـانتن" کـراوە لە ئەسکەندەرییە.

بـا بە نمـونەیەک ئەمە ڕوونبکەیـنەوە. وا دانـێ کە دکتـۆرە سـارا هەمـوو سـاڵێک دەگەڕێـتەوە بـۆ نیشـتیمان تـا دایـک و بـاوکی ببینێـت. لە میـانەی گەڕانەوەشـی، کۆمەڵێـک شـتومەک هەڵـدەگرێت و لەگەڵ خـۆی دەیبـات بـۆ دایـک و بـاوک و خـزم و کەسـانی. دکتـۆرە ئەو جانتایـانەی پێیەتـی، کێشـەکەیان 18 یـان 84 کیلـۆ گـرام دەبێـت، بەڵام لە فڕۆکەخـانە، ئەو کەسـەی کێشـی جانتاکـان تۆمـار دەکـات، دەڵێـت کـۆی کێشـی جانتاکانـت 652 کیلـۆ گـرامە. بەڵام کـوڕە 9 سـاڵانەکەی دکتـۆرە، دەڵێـت: ئەسـتەمە ئەمە ڕاسـت بێـت! ناکرێـت کێشـی هەمـوو جانتاکـان 652 کیلـۆگرام بێـت، لەبەر ئەوەی گەورەتـرین کـۆلکەی هاوبەشـی نێـوان 18 و84 دەکـاتە 6، بەڵام 652 بەسـەر 6 دابەش نابێـت، بـۆیە مـن وای بـۆ دەچـم کە دەبێـت کێشی جانتاکان 642 کیلۆگرام بێت.

کـوڕەکەی دکتـۆرە وا بیـری کـردەوە: جانتاکـان ژمـارەی تەواون، بـۆیە شـیکاری ئەم هاوکێشـەیە $18x + 84y = c$ ژمـارەی تەواون. چـونکە هـیچ دوو ژمـارەی تەواو x وy نیـیە کە لەم هاوکێشـەی دابنێـنەوە ئەنجـام بکـاتە 652، لەبەر ئەوەش ناکرێـت $c = 652$، بەڵکـو دەبێـت بەهـای $c = 642$ و

ئەم ژمارەیە بەسەر 6 دابەش دەبێت. لێرەدا کورەکەی دکتۆرە، ئەسڵەن ئەهات بەهاکانی x و y بدۆزێتەوە، بەڵکو تەنیا بە زانینی گەورەترین کۆلکەی هاوبەشی هەردوو ژمارەکە، زانی ئەو کە ژمارەی پێیان وتراوە، هەڵەیە.

بیردۆزی ماوەی چینییەکان:

ئەگەر هاتوو گەورەترین کۆلکەی هاوبەشی نێوان دوو ژمارە تەنیا 1 بوو، ئەوا بەو دوو ژمارەیە دەوترێ 'ئاوەڵە خۆبەش'. لە ڕاستیدا مەرج نییە دوو ژمارەکە خۆبەش بن، بەڵکو تەنیا ئەوەیە کە بۆ یەکتر خۆبەش بن، بۆ نموونە $\gcd(6,35) = 1$ لە کاتێکدا نە 6 خۆبەشە نە 35 خۆبەشە. ئەم بیرۆکەیە لەوانەیە پێویستمان بێت لە مەڕ بیردۆزی ماوە. ئێستا با لە پرسیکی تر وردبینەوە: هەنار نازانێت کە چەند پێنووسی هەنە، بەڵام ئەوە دەزانێت کە کاتێک پێنووسەکان دوان دوان پێکەوە دادەنێت، لە کۆتایدا 1 پێنووس دەمێنێتەوە و کاتێ پێنج پێنج ڕیزیان دەکات، لە کۆتایدا 3 پێنووس دەمێنێتەوە. پرسیارەکە ئەمەیە: هەنار چەند پێنووسی هەنە؟ ئەوە دەزانین کە کاتێ ژمارەی پێنووسەکانی دابەشی 2 دەکەین، ماوە 1 دەمێنێتەوە، وە کاتێ دابەشی 5ی دەکەین، ماوەی 3 دەمێنێتەوە. ئەوەی یەکەم، پێمان دەڵێت کە ژمارەی پێنووسەکان، ژمارەیەکی جووت نییە، واتە تاکە. بە کەمێک کارکردن لەسەر ژمارەکان، دەکەینە ئەوەی کە 13 پاسەدانی هەردوو ئەو مەرجەی سەرەوە دەکات. 13 دابەشی 2 دەکاتە 6 و ماوە 1:

$$13 = 2 \times 6 + 1$$
$$13 = 5 \times 2 + 3$$

بەڵام ژمارەی تریش هەن کە پاسەدانی ئەو دوو مەرجەی سەرەوە دەکەن، ئەو زنجیرە ژمارانەش کە پاسەدانی مەرجەکان دەکەن، ئەمانەن:

$$13, 23, 33, 43, 53, 63, 73, \ldots$$

ئێستا با مەرجێکی دیکە زیاد بکەین، ژمارەکە 3 لێدەمێنێتەوە کاتێ بەسەر 7 دابەشی دەکەین، واتە ئێستا سێ مەرج بوونی هەیە. گەر لە ناو

ئەو زنجیـــرە ژمـــارەی ســـەرەوە بە دوای وەڵامەکە بگەڕێـــین، دەبینـــین کە ژمـــارە 73 ئەو ژمـــارەیە کە پاســـەدانی هەرســـێ مەرجەکە دەکـــات. بەڵام هەر ئەم ژمـــارەیە نـــا، بەڵکـــو ژمـــارە 143 بە هەمـــان شـــێوە ژمـــارەیەکە کە پاســـەدانی هەرســـێ مەرجەکە دەکـــات، بـــۆیە بە زیـــاد کردنـــی 70 بـــۆ ســـەر ئەم ژمـــارانە، ئەوا ئەوانـــیش پاســـەدانی مەرجەکـــان دەکەن. کەواتە ئەو زنجیـــرە ژمارەی کە پاسەدانی ئەو سێ مەرجە دەکەن، ئەمانەن:

$$73, 143, 213, 283, 353, \ldots$$

به دەربڕینـــی بیرکارییـــانە، بـــۆ ئەم پرســـە چارەســـەرێکمان دۆزیـــوەتەوە بە نـــاوی بیـــردۆزی مـــاوە-ی چینییەکـــان، کە دەڵێـــت: هەر دوو شـــیکارێکی جیـــاواز بـــۆ پرســـەکە، جیـــاوازی نێوانیـــان بـــریتییە لە $70 = 7 \times 5 \times 2$ واتە لێکـــدانی ئەو ژمـــارانەی کە هەنـــار پێنووســـەکانی بەســـەردا دابەش دەکـــات. ئەگەر هاتبـــا هەنـــار 150 بـــۆ 250 پێنووســـی هەبێـــت، ئەوا ژمـــارەی پێنووســـەکانی بەم دوو مەرجەوە، دەیکـــردە 243. چـــونکە 13 هەر جـــارەک بە زیـــاد کردنـــی 10 و چەنـــد جارەکـــانی 10، ئەوا هەر پاســـەدانی دوو مەرجەکە دەکـــات. ئەو بیـــردۆزەش، شـــتێکی بـــاش و نایـــاب بـــووە بە بەراورد بەوەی کە لە سەدەی سێیەم دۆزراوەتەوە.

کورتەی بیرۆکەکە

ڕەوتێک بەرەو پێگەیشتن

کارنامە

300پز	300	810
ئالگوریتمەکەی ئیقلید لە پەرتووکی ژمارە 7ی بنەماکان هاتییە.	'سون تزو'[1] بیردۆزی ماوەی چینییەکانی دۆزییەوە.	'خەواریزمی'[2] وشەی 'ئەلگۆریتمی' هێنایە ناو بیرکاری.
1202	1970s	
'فیبوناچی' لە مەڕ لیکچوویی توێژینەوەیەکی لە پەرتووکی 'ژمارەیی- Liber Abci' بلاوکردەوە.	'بیردۆزی ماوەی چینییەکان' لە مەڕ بابەتی هێمایی و بە نهێنیکردن بەکارهات.	

[1] *Sun Tz*: نووسەر و پلاندانەر و ژەنەڕاڵی چینی بووە. بە نووسینی پەرتووکی 'هونەری شەڕ' بە ناوبانگە کە بە یەکێ لە پەرتووکە کاریگەرەکانی جەنگی دادەنری.

[2] *Al – Khwarizmi*

16 ژیربێژی (لۆژیک)

قوتابییەک لە مامۆستاکەی دەپرسێت: لۆژیک چییە؟ مامۆستاکەی رووی تێدەکات و دەڵێت: گوێبگرە، نمونەیەکت پێدەڵێم :دوو پیاو بۆ لای من دێن، یەکێکیان پاک و خاوێن و ئەوەی دیکەش پیس و چڵکن. من پێشنیازیان بۆ دەکەم کە حەمامێک بکەن. ئێوە پێتان وایە کە کام لەم دوانە ئەو کارە ئەنجام دەدەن؟ هەردوو فێرخوازەکە بەیەکەوە وەڵامیاندایەوە: بەدڵنیاییەوە پیسەکە (چڵکنەکە). مامۆستاکە گوتی: نەخێر، خاوێنەکە، چونکە ئەو لەگەڵ خۆشوردن راهاتووە، پیسەکە بایەخی خۆشوردن نازانێت، کەواتە ئێستا کێ خۆی دەشوات؟ دەستبەجێ فێرخوازەکان گوتیان: خاوێنەکە! مامۆستا وەڵامی دایەوە: نەخێر، پیسەکە، چونکە ئەو پێویستی بە خۆشوردن هەیە و دیسان پرسی: باشە، ئێستا کام لە میوانەکانی من خۆی دەشوات؟ دەستەبەجێ فێرخوازەکان گوتیان: پیسەکە! مامۆستا گوتی: نەخێر، هەڵبەت هەردووکیان، پاکەکە لەگەڵ خۆشوردن راهاتووە و پیسەکەش پێویستی بە خۆشوردن هەیە، زۆر باشە ئێستا کێ خۆی دەشوات؟ قوتابییەکان بە سەرلێشێواویەوە وەڵامیان دایەوە: هەردووکیان! مامۆستاکە ئەمجارەیان روونکردنەوەیەک دەدات بە هەردووکیان: نەخێر هیچ کامیان! چونکە پیسەکە لەگەڵ خۆشوردن رانەهاتووە و پاکەکەش پێویستی پێویستی بە خۆشوردن نییە! فێرخوازەکان بە گلەییەوە گووتیان: بەڵی راستە بەڵام ئێمە چۆن بتوانین ئەوە لێکبدەینەوە؟ هەرجارێک ئێوە شتێک دەڵێن و هەمووجارێکیش راست دەردەچێت .مامۆستاکە لەوەڵامدا گووتی: باشە، ئێستا تێگەیشتن ئەوە واتای لۆژیکە! تایبەتمەندی لۆژیک وابەستەیە بە ئەوی کە دەتەوێت چ شتێک بسەلمێنی.[1]

---

[1] لە پەرتوکەکە نمونەیەکی دیکەی هێناوەتەوە، بەڵام من ئەوەیان بە چاکتر زانی.

دوو دەستەواژە و دەرئەنجامێک:

ئەوەی زۆر جار لە ڕۆژنامەکان بەرچاومان دەکەوێت، بەڕاستی ئاڵۆز و لە قورگیراو دەردەکەوێت، مەگەر بۆ هەندێکمان نەبێت. بۆیە با لە سەرەتادا لە هەندێ بەڵگەی سادە و سانا وردبینەوە، ئەویش بە گەڕانەوەمان بۆ فەیلەسوفانی یۆنان، وەک ئەرستۆ کە بە مامۆستا و دامەزرێنەری زانستی لۆژیک دادەندرێت. ئەو زانستەی ئەو بە ناوی لۆژیک دایمەزراند، پایەکانی لەسەر شێوە جیاوازەکانی پێوەری ڕەهایی دامەزرابوو. شێوازی بەڵگەکانیشی لەسەر بنچینەی سێ دەستەواژە ڕۆنا، دوانیان ئەو دوو دەستەواژەیەیە کە دەستەواژەی سێیەمی لێ دەکەوێتەوە، کە دەستەواژەی سێیەم پێی دەوترێت "دەرئەنجام". نمونەیەک وەک:

هەموو مریشکەکان پەلەوەرن

هەموو پەلەوەرەکانیش گیاندارن

کەواتە: هەموو مریشکەکان گیاندارن

ئەو دوو نووسینەی سەر هێڵەکە، دەستەواژەن، ئەو نووسینەی ژێر هێڵەکەش، دەرئەنجامە. لەم نمونەیەدا، دەرئەنجام بە ناچاری و دڵنیایی ڕوودەدات. هەر یەک لە وشەکانی مریشک، پەلەوەر و گیاندار، پێکەوە مانایەک بە یەکتر دەبەخشن و هیچیان دابڕاوی ئەوی دیکەیان نییە. ئەمەش واتای ئەوەیە ئەو یەکانەی بەکاریان دێنین، دەبێت واتا بەیەکتر ببەخشن و شتێک بێت ژیری ئێمە وەریبگرێت. هەمان پێوەر ئەگەر لە بەکارهێنانی چەند وشەیەکی جیاواز ببینین:

دیوار مشکی هەیە

مشکیش گوێی هەیە

کەواتە: دیوار گوێی هەیە

لەم بـــارەدا، هەریەک لە دوو دەســـــتەواژەکە بە تەنیـــا، کێشـــەی نیـــیە، بەڵام پێکەبســـتنەوەیان، نـــالۆژیکییە و ژێـــری ئـــێمە قەبـــوڵی ناکـــات و پێـــی هەڵەیە، بـــۆیە ئەوەشـــی لەم دوو دەســـــتەواژەیە دەکەوێـــتە، دەرئەنجـــامێکی هەڵەیە، کەچـــی ئەم نمـــوونەیە لەگەڵ نمـــوونەی پێشـــوو، هەمـــان شـــێوە و بیچمـــی هەیە، بەڵام ئەوە پێکهاتەکـــان و کەرەســـــتەکانە کە وادەکـــات پێـــوەرەی ئـــاوەز بە دروســـتی دابنێـــت یـــاخود نـــا. بـــۆیە ئەســـتەمە بتـــوانی هـــیچ نمـــوونەیەکی لەم شـــــێوەیە بـــدۆزییەوە As، Bs و Cs کە دوو دەســـــتەواژەکە ڕاســـــت بێـــت بەڵام دەرئەنجـــام هەڵە بێـــت. ئەمە ئەو شـــــتەیە کە وادەکـــات بەڵـــگەیەک بە ڕاست و دروست بێتە ئاوەز و ئەژمار.

هەندێ Asەکان Bsن

هەندێ Bsەکان Csن

کەواتە: هەندێ Asەکان Csن

ئایـــا ئەمەی ســـــەرەوە بڕیـــارێکی دروســـــتە یـــان نـــا؟ ئـــاخۆ ئەمە بەســـــەر هەمـــوو بارێـــک As، Bs، و Cs جێبەجێـــدەبێت، یـــانیش ئەوەتـــا نمـــوونەیەک هەیە کە ئەم شـــــتە بە درۆدەخـــــاتەوە و دەخـــــاتە چـــارچێوەی هەڵەوە؟ بـــۆ نمـــوونە دەســـــتەواژەکان ڕاســـــت بـــن، بەڵام ئەنجـــام هەڵە بێـــت؟ ئەی چـــی دەربـــارەی ئەمە ئەگەر A مریشـــک بێـــت، B شـــتێکی ســـپی بێـــت و، C مێزێـــک بێت؟ ئایا ئەم نمونەیەی خوارەوە بەجێیە؟

هەندێ لە مریشکەکان سپین

هەندێ لە شتە سپییەکان مێزن

کەواتە: هەندێ لە مریشکەکان مێزن

لەو نمـــــوونەیەدا، بە دەردەکەوێـــــت کە هەنـــــدێ لە پێوەرەکـــــان نـــــاگونجێن لەگەڵ یەکتـــــری، لەمەوەش ئەنجـــــامی هەڵەی لـــــێ دەبێـــــتەوە، لەکاتێکـــــدا دەســـــــتەواژەی یەکەم و دووەم هەر یەکەیـــــان بە تەنیـــــا بـــــێ کێشـــــەن. لە ســـــەدەکانی ناوەڕاســـــت، چەنـــدین جـــۆری جیـــاوازی پێـــوەر داهێنـــدران بـــۆ ئەوەی یـــارمەتی یادگەمـــانی پـــێ بـــدەین لە مەڕ بە بیرهـــاتنەوە. ئەم شـــێوازە

بۆ شیکردنەوەی بەڵگەکان، زیاتر لە 2000 ساڵ زیاتر بەکارهات و لە زانکۆکان و ناوەندە ئەکادیمییەکانی ئەوکاتیش، بایەخ و گرینگییەکی تایبەتی پێ دەدرا. لۆژیکی ئەرستۆ-تیۆرییەکەی لە مەڕ پێوەری عەقلی، هەتاکو سەدەی نۆزدەهەم وادەبیندرا کە زانستێکی بێ کەموکوڕی بێت.

لۆژیکی گوزارەیی:

یەکێکی تر لە جۆرەکانی لۆژیک، بریتییە لە لۆژیکی گوازرەیی، کە ئەم لۆژیکە پتر لە پێوان قوڵدەبێتەوە و مامەڵە لەگەڵ دەستەواژەکان یان رستە سادەکان دەکاتن و لەوانەوە شتێکی یەکگیر دروست دەبێت. بۆ شیکردنەوەی هەندێ لە بابەتەکانی ڕۆژنامەکان، ئەوا خوێنەر پێوستی بەوە هەیە کە پێشینەیەکی لەسەر لۆژیکی گوزارەیی هەبێت، کە هەندێ جار ئەم لۆژیکە بە "لۆژیکی جەبر" ناو دەبرێت، کە لەم بزافەدا هێما و نیشانەمان پێدەدرێت لە مەڕ کەرەستە و پێکهاتەکان، هەر لەبەر ئەمەش بوو کە "جۆرج بولی" درکی بەوە کرد کە ئەمە دەتواندرێت وەک جۆرە جەبرێکی نوێ مامەڵەی لەگەڵدا بکرێت. لە دەوروبەری ساڵی 1840دا، لۆژیک بەهۆی چەند بیرکاریزانێک پێشکەوتنێکی گرینگی بەخۆیەوە بینی، لەوانە "بولی و دیمۆرگان".

ئێستا گەر بە خەستی بچینە ناو بابەتەکە. با سەرنجی دەستەواژەی a بدەین کاتێک a بریتییە لە "لاکاس خێرایە" ئەم دەستەواژەیە دەکرێت ڕاست بێت یان هەڵە بێت. ئێستا ئەگەر وا بیربکەینەوە کە لاکاس ناوی سەگێکە، ئەوا ئەو دەستەواژەیە ڕاستە (T). لێ ئەگەر مەبەست لە لاکاس منداڵێک بێت کە ئەو ناتوانێت خێرا ڕابکات، ئەوا ئەم دەستەواژەیە هەڵەیە (F). جا بۆیە ڕاستی و نا ڕاستی دەستەواژەکە پشت دەبەستێت بە پیشاندانی شتەکە-شتێک بێت ڕوون بێت و لێلی تێدا نەبێت.

ئەگەر دەستەواژەیەکی ترمان هەبێت بە ناوی b کە بریتییە لە 'ئێثیل پشیلەیە' ئێستا ئێمە دەتوانین ئەم دوو دەستەواژەیە، ئەمەی ئێستا و ئەوەی سەرەوە؛ a و b بەیەکەوە ببەستینەوە بە چەندین ڕێگا. یەکێک لە پێکبەستنەوەکان کە بەم شێوە دەنوسرێت $a \vee b$. ئەم هێمای پێکبەستنەوەیە $\vee$ بە واتای 'یان' دێت و بەندی 'جیاکاری' پێدەوترێت، بەڵام بەکاربردنی لە لۆژیک بە نێوی 'یان' تۆزێک کالترە وەک لە بەکاربردنی لە زماندا. لە لۆژیکدا، $a \vee b$ ڕاستە ئەگەر بێت و یەکێک لە دەستەواژەکان a یان b ڕاست بێت، یانیش ئەگەر هەردووکیان ڕاست بێت، ئەوا $a \vee b$ هەر ڕاستە. $a \vee b$ هەڵە دەبێت ئەگەر بێت و a و b هەردووکیان هەڵە بێت. ئەگەر بە زمانی ئاسایی بینووسین: 'لاکاس خێرایە یان 'ئێثیل پشیلەیە'. ئەو چەند بارێک بەهۆی ئەو بەندی جیاکارییە ($\vee$) دروست دەبێت، دەتوانین بەهۆی خشتەی بەهاکان ئەمە بیخەینە ڕوو. ئێستا چەند نمونەیەک بۆ زیاتر تێگەیشتن لەمە، دەخەینە ڕوو، سەرنج بدە:

a	b	$a \vee b$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

خشتەی بەهاکان بەهۆی 'یان'

باوکێک بە کوڕەکەی دەڵێت: کوڕم بخوێنە. کوڕەکەشی دەڵێت:

بیرکاری <u>یان</u> فیزیا دەخوێنم

باوکیشی دەڵێت: زۆر باشە. دوایی دێتەوە لای کوڕەکەی بۆ ئەوەی بزانێت، چی کردییە. ئایا مەرجە کوڕەکەی هەردوو بابەتی خوێندێت بۆ ئەوەی دڵی باوکی ڕازیبکات؟ هەڵبەتە نەخێر. ئەگەر بیرکاری بخوێنێت و فیزیا نەخوێنێت، باوکی کێشەی لەگەڵدا نابێت، یانیش فیزیا بخوێنێت و بیرکاری نەخوێنێت، هەر کێشەی نابێت، یانیش ئەگەر هەردووکیانی خوێندبێت، دیسان باوکی کێشەی نابێت، کەواتە لە یەک دۆخدا باوکی کێشەی لەگەڵدا دەبێت، ئەگەر هیچکامیانی نەخوێندبێت. بۆیە لە خشتەکەش سەیر بکە یەک بار هەڵە دەبێت ئەگەر a و b هەردووکیان هەڵەبن.

a	b	a ∧ b
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

خشتەی بەهاکان بەهۆی 'و'

بە شـــێوەیەکی دیـــکە، دەتـــوانین ئەو دوو دەســـتەواژەیەی ســـەرەوە بەهـــۆی بەنـــدی پەیوەســـت (∧) کە بە واتـــای ' و ' دێـــت بەســـتینەوە. هەمـــان ئەو نمـــونەیەی ســـەرەوە بـــکە بە 'بیرکـــاری و فیزیـــا دەخـــوێنم'، ئەوا دەبێـــت دەرئەنجامەکـــان وەک ئەو خشـــتەی ســـەرەوە، ســـێ هەڵە و یەک راســـتی لێبکەوێـــتەوە. وەک چـــۆن لە

a	$\sim a$
T	F
F	T

خشتەی 'نا'کردن

ریزمـــان نەرێ کردنمـــان هەیە، بە هەمـــان شـــێوە لە لۆژیـک دەکرێـت دەسـتەواژەیەک (نەرێ-نـا) بکەیـن، بـۆ نمـــونە ئەگەر دەســـتەواژەی a نەرێ بکەیـــن، ئەوا بەم شـــێوەیە $a \sim$ دەنووســـرێت و دەســـتەواژەکە دەبێـت بە: لاکـاس خێـرا نیـیە. ئەگەر a راســـت بێـــت، بە نەرێ کردنـــی دەبێـــتە هەڵە، وە بە پـــێچەوانەوەش. جەبـــری لۆژیـــک، ئاســـانتر و رۆشـــنتر دەبێـــت ئەگەر بێـــت و چەنـــد دەســـتەواژەیەک وەربگـرین و پـێکەوە بیانەبەسـتینەوە، بـۆ نمـونە ئەگەر سـێ دەســـــتەواژە وەربگـــــرین b, a و c کە بەم شـــــێوە دەبەســـــترێنەوە: $a \wedge (b \vee c)$ کە لە یەککاتـــدا بەنـــدە لـــۆژیکییە جیاوازەکـــانیش دەکرێـــت بخرێتە سەریان.

$$a \wedge (b \vee c) \equiv (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$$

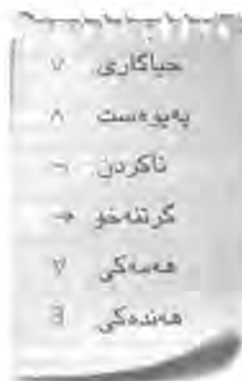
لێـــرەدا هێمـــای (≡) بەواتـــای 'هاوتـــا' دێـــت لە نێـــوان ئەو دوو دەربـــڕینە لـــۆژیکییە کە هەردوو لایەکە هەمـــان 'خشـــتەی بەهـــا' یـــان هەیە، تەنیـــا ئەوە نەبێـت کە لە رووکـــار جیـــاواز دەردەکەون، دەنـــا لە نـــاوەڕۆک، وەک یەکتـــرن. لە نێـــوان جەبـــری لـــۆژیکی و جەبـــری ئاســـایی، هـــاوتەریبی هەیە، چـــونکە بەنـــــدە لۆژیکییکـــــانی وەک ∨ و ∧ لە جەبـــــری لۆژیـــــک و، کردارەکـــــانی × و + لە جەبـــــــــــری ئاســـــــــــایدا هەیە. کە دەزانـــــــــــین $x \times (y+z) = (x+y) \times (x+z)$. بەڵام ناشـــبێت ئەوە لە یـــاد بکەیـــن کە هـــاوتەریبی بە واتـــای یەکبـــوون نـــایەت، بەڵکـــو چەنـــد رووی جیـــاوازی لە ناوەڕۆکدا هەیە.

هاوبەنـــــدە لۆژیکییەکـــــانی دیـــــکە، لەوەیە لە هاوبەنـــــدە لـــــۆژیکییە ســـەرەتاییەکانەوە پێناســـە بکرێـــت. یەکێـــک لەو هاوبەنـــدانە پێـــی دەوتـــرێ هاوبەنـــدی "گرتنەخـــۆ". ئەگەر دوو دەســـتەواژە بەهـــۆی ئەم هاوبەنـــدەوە بەیەکببەســـتینەوە، بەم شـــێوە دەبێـــت $a \to b$ کە ئەمە هاوتـــایە لەگەڵ $\sim a \vee b$ کە خشتەی بەهاکانیشی پیشاندراوە.

a	b	$a \to b$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

خشتەی بەهاکان بەهۆی "گرتنەخۆ"

لۆژیکەکانی دیکە:



"گـۆتلاب فـریگە" و ئێرنسـت سـترۆدێر" پێـوەری بـڕ دیاریکەرییـان بـۆ لـۆژیکی پێشـنیاری داهێنـا، بەم هـۆیەوەش "لـۆژیکی پلە یەکـی بنەیـان" سـەرپێ خسـت. ئەوانـیش بەکارهێنـانی دەسـتەواژەی "∀" کە بە واتـای "هەمەکـی" دێـت و دەسـتەواژەی "∃" کە بەمانای "هەندەکی" دێت.

یەکێکـی تـر لە گەشەسـەندنەکانی لۆژیـک، بـریتییە لە بیـــرۆکەی "لـــۆژیکی فـــوزی" کە ئەمەیـــان لە لـــۆژیکێکی زۆر ئـــاڵۆز دەچێـــت، بەڵام لە ڕاســـتیدا ئەم لـــۆژیکە لە مەڕ فراوانکردنـــی لـــۆژیکی کـــۆنە، هەر ئەو لـــۆژیکە بـــاوەی بەر لە لـــۆژیکی هـــاوچەرخ بەکاردەهێنـــدرا وەک پێوەرێـــک بـــۆ ڕاســـتی و دروســـتی شـــتەکان. لـۆژیکی کـۆن، لەســـەر کـۆمەڵە ڕۆنـرا بـوو. بـۆیە ئەگەر لە قەوارەی لـۆژیکی کـۆن قســـە بکەیـن، ئەوا ئێســـتا دەبێـت کـۆمەڵەیەک لە مریشـکمان هەبێـت، کـۆمەڵەی پشـیلەکان، کـۆمەڵەی باڵنـدەکان، کـۆمەڵەی شـتە قاوەییەکـان. لەم بـارەدا، ئێمە دڵنیـاین کە چ شـتێک لە کـۆمەڵەکەدا هەیە و چ شـتێک نـاکەوێتە نـاو کـۆمەڵەکە. "تیـۆری کـۆمەڵەی فـوزی" مـامەڵە لەگەڵ ئەو ناڕێکییـانە

دەکات کە پێناسەی کۆمەڵەیەک دەکەن، وەک هەبوونی کۆمەڵەیەک لە سەگ، بەڵام سەگی قەڵەو. ئەو پێوەرە چییە بۆ ئەوەی سەگێک بخرێتە نێو ئەو کۆمەڵەیە؟ لە کۆمەڵەی فوزی، ئەندامەکانی ناو کۆمەڵەکەش، پلەبەندییان بۆ دەکرێت؛ سنور و ڕێسای ئەوانەی لە کۆمەڵەکە دەمێننەوە و ئەوانەشی کە دەبێت دەربهێندرێت. بیرکاریش ڕێگەمان پێدەدات بۆ ئەوەی ورد بین سەبارەت بە ناڕوونییەکان. بۆیە لۆژیک زۆر لەو دەنگۆیە دورە کە بە بابەتێکی زۆر وشکی دەزانن. بەم جۆرە، لۆژیک لە سەردەمی ئەرستۆ چەکەرەی کرد و تا ئێستاش بەردەوامە. لە سەردەمی هاوچەرخدا پانتاییەکی زۆر بە پیت و کارایە بۆ توێژەران و توێژینەوە و چەندین بەکاربردنی دیکە.

کورتەی بیرۆکەکە

ڕوونی و بێ گرێیی هۆکارەکان

کارنامە

335پ.ز 'ئەرستۆ' لۆژیکی بە شێوەیەکی فەرمی خستە ڕوو، لۆژیکێک بەهۆی پێوانەکردن.

1847 'بوولی'[1] شیکردنەوەی لۆژیکی بیرکارییانەی بڵاوکردەوە.

1910 'ڕاسل و وایتهید'[2] هەوڵیاندا بیرکاری کورت و پوخت بکەنەوە بۆ لۆژیک.

1965 'لوطفتی زادە'[3] لۆژیکی فوزی گەشە پێدا.

1987

---

[1] *Boole*

[2] *Russel and Whitehead*

[3] *Lofti Zadeh*

17 سەلماندن

بیرکاریزانەکـان تێدەکۆشـن و هەوڵـدەدەن تـا پاسـاوێکی ژیـرانە بـۆ ئەو بانگەشـەیە بێنەوە کە بەڕاسـتی دەزانـن، ئەو پاسـاو هێنانەوەیەش لە ڕێگەی سـەلماندنەوەیە. بەهێزتـرین گەڕان و پشـکنینیش بـۆ سـەلماندنی شـتێک، هێزێکـی بـزوێنەرە کە لەلایەن بیرکـاریزانە پەتییەکـانەوە سـەرچاوە دەگرێـت و زیـاتر ئەرک و ڕەنجـی ئەوانە. ئەو کـارەش لە زنجیـرەیەک دەرخسـتن و هەڵنجێنـانی ڕاسـت و دروسـت پێکهـاتووە، پێکهاتەکـانیش ئەو شـتانەن کە زانـراون یـان گریمـانکراون؛ کە ئەمەش بیرکاریزانەکـان دەبـات بـۆ سـنوری دەرئەنجـامی کارەکەیـان و لەوێـوە ڕاسـتی و دروسـتی شـتەکە یەکلادەکرێتەوە و جێگیـر دەبێت، دواتـر دەبێتە یەکێک لە پایەکـانی بیرکـاری یان پێوستییەکی بیرکارییانە لەو پانتاییە فراوانەدا.

سـەلماندنەکان بە ڕواڵەت وا دەردەکەون کە بە ئاسـانی دەسـتمان پێیـان گەیشـتووە یـان بە ئاسـانی ڕۆنـراون، لـێ ئەمە زۆربەی کـات وانیـیە. زۆربەی سـەلماندنەکان، هێـز و توانـا و تـاقیکردنەوەی زۆری بـردووە تـا لە کۆتـایی دەسـتمان بەوەگەیشـتووە کە گەڕەکمـان بـووە. بـۆ ئەم مەبەسـتە، بیرکاریزانـان زۆر جـار هەمـوو کـون کەلەبەرەکـان دەپشـکنن و پەردە لەسـەر هەمـوو شـتەکان وەلا دەنـێن بـۆ ئەوەی شـتێک بەشـتێک بـکەن، لەم ڕێگـایەش تـا دەگەنە شـتە ڕاسـتەکە، تووشـی چەنـدین سـەختی و ناخۆشـی دەبـنەوە، لـێ هەنـدیجاریش شـتی دیـکەی لێـوە فێـردەبن. هەوڵ و تێکۆشـان بـۆ ئەم مەبەسـتەش، پانتـاییەکی فـراوان لە ژیـانی بیرکاریزانەکـان داگیـر دەکـات، بەتـایبەت ئەوانەی کە ئەرکیـان تەنیـا تـوێژینەوەیە. سـەلماندنی سـەرکەوتوو و پـێگە قـایم، مـۆر و نیشـانەی بیرکـاریزانەکەیە لە مەڕ ڕاسـتی و درۆیـی کـارەکەی کە کردوویەتـی، یـانیش جیـاکردنەوەی شـتێکی یەکلاکـراوە لە گریمـانەیەک، یـان بیرۆکەیەکـی پرشـنگدار یـانیش یەکەمـین

پێشبینی کە دەبێت بە ئەمانەتەوە کارەکەی بکات. نۆرە و سەیرکردنی سەلماندنەکان، یان چۆنایەتییان، زۆر ورد و قایمە، بگرە هەندێ جاریش زۆر جوان و سەرنج ڕاکێش دەردەکەون، بەڵام گرینگتر لەوە، سەلماندنەکان سیفەتی دووربینییان هەیە. سەلماندنی باش ئەو سەلماندنەیە کە'وامان لێ دەکات زیرتر بین'. ئەگەریش سەلماندنێک بەو ڕادەیە جوان نەبێت و، ئەوەندەش زیریمان زیاد نەکات، ئەوا لەوە باشترە کە هیچ سەلماندنێک بوونی نەبێت. بەرەو پێشچوون لەسەر بنەچەی ڕاستییەکی نەسەلمێندراو، مەترسییەک هەڵدەگرێت کە لەوانەیە تیۆرییەک بینا بکەن لەسەر هاوتایەکی ئەو شتە یەکلانەکراوانە کە ئەمەش مەترسی رووخانی زۆرە، چونکە وەک ئەوە وایە لەسەر لمماڵێکت پێکوەنابێت! بەلام پێویستە ئەمەش بزانین کە سەلماندنەکان تا هەتایە هەر بە سەلمێندراوی دەمێنەوە. شتێک کە لە بیرکاریدا سەلمێندرا، ئیدی دەرگای گفتوگۆی بۆ هەمیشە بەسەردا دادەخرێت. هەندێ لە سەلمێندراوەکان، کلیلن بۆ بابەتی دیکە، بۆیە زۆرجار سەلمێندراوە گرینگەکان ئەوانەی پەیوەندییان بە بابەتی دیکەوە هەیە، بژاردەکرێت و دەخرێنە سەر ڕەفەیەکی تایبەت و بەرچاو، چونکە ئەمانە دەبنە هۆی پێشکەوتن و گەشەپێدەری بابەتی دیکە.[1]

سەلماندن چییە؟

کاتی ئەنجامێکی بیرکارییانە دەخوێنیتەوە یان گوێ بیستی دەبیت، باوەڕی پێ دەکەی؟ بە ڕاستی ئەزانیت؟ ئەو شتە چییە کەوات لێ دەکات باوەڕت پێی هەبێ یان بەڕاستی بزانیت؟ یەکێ لە وەلامەکان ڕەنگە ئەو 'بەڵگە هێنانەوە لۆژیکی'یە بێت کە لە هزردا بابەتەکە دەپشکێندرێت و ئیمەش هەزمی دەکەین، ئەمەش وادەکات پێوەی سەرسام بین و بەڵگەکە بەلای خۆمانەوە بە دروست بزانین. ئەمەش ڕەنگە هەر ئەو شتە بێت کە پێی دەوترێت 'سەلماندن'. سەلماندنیش لە شێوە ئاساییەکەی، بە

[1] وەک ئەو بیردۆزانەی کە دەخرێنە نێو پەرتوکەکانی خوێندنگە.

تێکەڵەیەکـــی نێـــوان لۆژیـــک، زمـــان-زمـــانی قســـەکردن و لـــۆژیکی پـــتەو دەبینـــدرێت. بە پشـــت بەســـتن بە چـــۆنییەتی ســـەلماندنەکە، یـــان زۆر پێـــی سەرســـام دەبیـــت و شـــک و گومانـــت دەرەوێـــتەوە و قایلـــت دەکـــات، یـــانیش لە تـــۆزی گومـــان ڕاتناماڵێـــت و بە گومـــان دەبیـــت. لە بیرکاریـــدا، چەنـــدین شـــێوازی ســـەلماندن هەیە. کە هەنـــدێکیان بـــۆ ســـەلماندنی ڕاســـتییەکی بیرکارییـــانە دەســـت نـــادەن. بـــۆیە بـــۆ ســـەلماندنی هەر ڕاســـتییەک، ئەوا سەرپشـــک نـــین لە ســـەلماندنی ئەو ڕاســـتییە بە هەر ڕێگـــایەک کە بمـــانەوێ. بەڵکـــو ئەوە جـــۆری ڕاســـتییەکەیە کە دەخـــوازێ بە چ ڕێگـــایەک بە گژیـــدا بچـــین. هەنـــدێک لەو ڕێگایـــانە ئەمـــانەن: شـــێوازی ڕاســـتەوخۆ، شـــێوازی نـــا ڕاســـتەوخۆ و شـــێوزای دەرئەنجـــامی بیرکارییـــانە و هەنـــدێ شـــێوازی دیـــکەش کە هەمانە.

دژە نمونە:

دژە نمـــونە، نمـــونەیەکە کە تیـــۆرییەک یـــان بیـــرۆکەیەک پوچەڵـــدەکاتەوە. جـــارێ وا هەیە کە بیـــرۆکەیەک زۆر بـــێ گـــرێ و گـــۆڵە، بەڵام تەنیـــا و تەنیـــا یەک بـــار (نمـــونەیەک) هەیە کە بیـــرۆکەکە بە درۆ دەخـــاتەوە. ئەو نمـــونەیەش پێـــی دەوتێـــرێ "دژە نمـــونە". ئەگەر بێـــت و دەســـتەواژەیەکی بیرکارییـــانە تـــۆزی گومـــانی لەســـەر بێـــت لە مەڕ ڕاســـتی و ناڕاســـتی، ئەوا بە نمـــونە دەستەواژەکە دەخەینە ژێر پشکنین.

دەســـتەواژە: هەر ژمـــارەیەک جـــارانی خـــۆی بکرێـــت، ئەنجـــامەکەی ژمارەیەکی جووتە.

ئەم دەســـتەواژەیە یـــان ڕاســـتە، یـــان ڕاســـت نیـــیە. ئێســـتا بـــاوەڕت وایە کە ڕاســـتە یـــان نـــا؟ بەر لەوەی پازبـــدەین بـــۆ وەڵامەکە، باهەنـــدێ ژمـــارە تـــاقیبکەینەوە. ئەگەر ژمـــارەیەک وەربگیرێـــت، بـــا بڵێـــین 6، ئێســـتا $6 \times 6 = 36$ دیـــارە کە ئەنجـــامەکەی جـــووت دەرچـــوو. بەڵام لەم ڕێـــگەیە قەد پەلە مەکە، چـــونکە لە هەمـــوو هەورێـــک بـــاران نیـــیە. ئەو بانگەشـــەی ســـەرەوە، دەڵێـــت: هەمـــوو ژمـــارەیە! ئـــێ ژمارەکـــانیش بـــێ کۆتـــان، خـــۆ

ناشــکرێ بێــین یەک یەک ژمارەکــان تــاقیبکەینەوە، بەڵام گــرینگە لە هەر پــۆلێکی جیــاواز، ژمــارەیەک تــاقیبکەینەوە. ئەو ژمــارەی ســەرەوە، لە کــۆمەڵەی ژمــارە جووتەکــان بــوو، ئێســتا بــا ژمــارەیەک وەربگــرین کە لە کــۆمەڵەی ژمــارە تاکەکــان بێــت. بــا بڵێــین 5، ئێســتا $5 \times 5 = 25$ دیــارە کە ئەنجــامەکەی جــووت نیــیە، ئەمەش واتە ئەو دەســتەواژە بیرکــارییەی ســەرەوە، هەڵەیە و بــۆ هەمــوو ژمــارەیەک ڕاســت نیــیە. لێــرە بە 5 دەوترێــت دژە نمــونە. یــان ئەگەر دەســتەواژەیەکمان هەبێــت بەم شــێوەیە: هەمــوو مریشــکێک ســپییە. لێــرە بــابەتەکە ئەوە نیــیە بچــین بەدوای مریشــکە سپییەکان بگەڕێــین، نــا چــاوەکەم، بــابەتەکە ئەوەیە مریشــکێک بــدۆزیتەوە کە ســپی نەبێــت. یەکــێ لە شــتە خــۆش و بە چێژەکــانی بیرکــاری، دۆزیــنەوەی دژە نمــونەیەکە لە مەڕ دەســتەواژەیەک یــان بانگەشــەیەکی بیرکارییــانە، ئەوا بەهــۆی ئەو دژە نمــونەیە، دەقێــک لە لێــواری بــوونی بە بیــردۆز، بە ئەرزدا دەکەوێت و پوچەڵ دەبێتەوە.

ئەگەر هەرچەنــدی هەوڵمــان دا، بەڵام نمونەیەکمــان نەدۆزیــیەوە کە دەســتەواژەکەمان بە هەڵە بخــاتەوە، ئەوا ئەوکــات وای بــۆ دەچــین کە دەســتەواژەکە ڕاســت بێــت. لەم بارەشــدا، ئەوا بیرکاریزانەکــان هەریەکە لە شــوێنی خــۆی تێدەکۆشــێت بــۆ ئەوەی ڕاســتی دەســتەواژەکە بســەلمێنێت. ڕونــانی ســەلماندن و ســادەترین شــێواز، ســەلماندنە بەهــۆی "شــێوازی ڕاستەوخۆ".

سەلماندن بە شێوازی ڕاستەوخۆ:

ســەلماندن بە شــێوازی ڕاســتەوخۆ، لەو شــتەی کە هەیە و زانــراوە، وردە وردە دەخشــێین بــۆ زنجیــرەیەک بەڵــگەی لۆژیکییــانە، یــان لەو شــتەی کە پێشــتر بە ڕاســت زانــراوە و یەکلابــۆتەوە. ئەگەر بەو زنجیــرە بەڵــگە لــۆژیکییە، دەرئەنجــام ئەوەی پێــداین کە مەبەســتمان بــوو، ئەوا ئیــدی ئەو دەســتەواژەیەی کە زنجیــرە بەڵــگە لــۆژیکییەی لە پشــتێن بەســترا، دەبێــتە بیــردۆز (ســەلمێندراو). ئــێمە لەســەرەوە بینیمــان کە لێکــدانی هەمــوو

ژمـــارەیەک لەگەڵ خـــۆی، ژمـــارەیەکی جـــووتی لێنـــاکەوێتەوە، بـــۆیە ئەمەش واتـــای ئەوە بـــوو کە ئەم دەســـتەواژەیە بەدرۆخـــراوەتەوە و ســـەلماندنێک لە گـــۆڕێ نییـــە بـــۆی. بەڵام ئـــێمە ئەتـــوانین شـــتێک لەو دەســـتەواژەیە بکەیـــن، واتە گەر تـــۆزێ ســـەر و کلکـــی ببـــڕین. ئـــێمە زانیمـــان کە ژمـــارە تاکەکـــان لە ڕێســـاکە لادەدەن، بەڵام ژمـــارە جووتەکـــان پەیـــڕەوی دەکەن، بـــۆیە ئـــێمە لەم بـــارەدا دەتـــوانین ژمـــارە تاکەکـــان ئـــازاد بکەیـــن و دەســـت بە ژمـــارە جووتەکـــانەوە بگـــرین، بـــۆیە مـــادام نیـــازی ســـەلماندنمان هەیە، ئەوا ئەو دەســـتەواژەیە نـــاودەنێین "گریمـــانە"، ئەگەر ئەم گریمـــانەیە ســـەلمێندرا، دەبێـــتە "بیردۆز".

گریمـــانە: هەمـــوو ژمـــارەیەکی جـــووت، لێکـــدانی خـــۆی دەکـــاتەوە ژمـــارەیەکی جـــووت. ئێســـتا ئەگەر بێـــین چەنـــد ژمـــارەیەک تـــاقیبکەینەوە، دەبینـــین گشـــتیان دەســـتەواژەکە ســـاغ دەکەنەوە. ئەمەش واتـــای ئەوەیە کە نـــاتوانین دژە نمـــونەیەک بـــدۆزینەوە. لێـــرە لەســـەرمانە کە بیـــر لەوە بکەیـــنەوە ئەگەر ئەمە ڕاســـت بێـــت، چـــۆن بیســـەلمێنین؟ چـــۆن دەســـت بە ســـەلماندنی ئەم دەســـتەواژەیە بکەیـــن؟ ســـەرەتا مـــادام ئەمـــانەوێ دەســـتەواژەکە بســـەلمێنین، ئەبێـــت بەگشـــتی ژمـــارەیەکی جـــووت وەرگـــرین، بـــۆیە **گریمـــان n ژمـــارەیەکی جـــووتە. ئایـــا $n \times n = n^2$ ژمـــارەیەکی جـــووتە؟** بـــۆ ئەوەی لە ســـەلماندنەکە حـــاڵی بـــین، ســـەرەتا بە یەکەوە بە چەنـــد نمـــونەیەک بیـــرۆکەی ســـەلماندنەکە ڕوونـــدەکەینەوە. ئێســـــتا وا دانـــــێ $n = 12$ بـــــۆیە دەزانـــــین کە هەمـــــوو ژمـــارەیەکی جـــووت، بە ئەنجـــامی لێکـــدانی 2 و ژمـــارەیەکی تـــر دەنووســـرێت، بـــۆیە $n = 12 = 2 \times 6$ بـــۆیە بە شـــێوەیەکی گشـــتی، دەڵێـــین هەمـــوو ژمـــــارەیەکی جـــــووت بەم شـــــێوە دەنووســـــرێت $n = 2 \times k$ کاتێـــک k ژمارەیەکی تەواوە. ئێستا با بگەڕێینەوە سەر سەلماندنەکە، بۆیە:

$$n \times n = 2 \times k \times 2 \times k$$
$$n^2 = 2 \times 2 \times k \times k$$
$$n^2 = 2 \times 2k^2 \text{ کاتێک } k \text{ ژمارەیەکی تەواوە}$$

ئێستا بۆمـان دەرچـوو ژمـارەیەکی جـووت جـارانی خـۆی لەسـەر شـێوەی $2 \times 2k^2$ دەنووسـرێت (هەر ژمـارەیەک جـارانی 2، دەبێـتە جـووت)، بـۆیە

بە پێی پێناسەی ژمارەی جووتە، n^2 ژمارەیەکی جووتە. لە کۆتایدا $n \times n$ جووتە. ■ سەلماندنەکە کۆتایی هات (ئیقلید لە پەرتوکەکەی وای دەنووسی لە کۆتایدا). دواتر بیرکاریزانەکان دەیانووسی (QED) بەو واتایەی کە سەلماندنەکە بە کۆتا هات. ئەم کورتکراوەیە 'QED' لە لاتینی وەرگیراوە '*quod erat demonstrandum*'. لە ئێستا دا، بیرکاریزانەکان چوارگۆشەیەکی لایەکسانی ناو پڕ ■ یان ناو بۆش بەکاردێنن لە کاتی بەکۆتایی هاتنی سەلماندنێک. ئەم هێمایە پێی دەوترێ 'هۆلمۆش' کە دەگەڕێتەوە بۆ نێوی 'هۆلمۆش پال' کە ئەو یەکەمجار ئەمەی لە کۆتایی سەلماندنەکاندا بەکارهێنا.

شێوازی ناڕاستەوخۆ:

لەم شێوازەدا، وا دادەنێین کە دەرئەنجامی دەستەواژەکە هەڵەیە، پاشان بە چەند هەنگاوێکی لۆژیکییانە، دەگەینە دژەیەک لەگەڵ ئەو گریمانەیەی کردوومانە. ئێستا با هەمان دەستەواژەی پێشوو (هەموو ژمارەیەکی جووت بە لێکدانی خۆی، ئەنجامەکەی جووتە) بەم شێوازە بسەلمێنین.

گریمانەکە دەڵێت: ئەگەر n جووت بێت, ئەوا $n \times n$ جووتە. ئێستا ئێمە وا **گریمان دەکەین کە $n \times n$ تاکە!** ئەو بڕەش $n \times n$ دەتوانین بەم شێوەیە بنووسین: $n \times n = \underbrace{n + n + n + \cdots + n}_{n \text{ جار}}$ واتە n ڕادە لە n.

دەزانین کە n جووتە، سەرجەمی هەرچەند ژمارەی جووتیش، هەر جووتە، کەواتە $n \times n$ جووتە، ئەمەش دژەیەکە لەگەڵ گریمانەکەی کە کردمان و وتمان $n \times n$ تاکە. $n \times n$ جووتە. ■

سەلماندنی ئەم دەستەواژەیەی سەرەوە بەم شێوازە، خۆش و ئاسان دەردەکەوێت، بەڵام ئەمە بۆ هەموو دەستەواژەیەک وا ئاسان نییە. ئەم ڕێگایەش بە 'ڕێگای دژەیەک ناسراوە'و بەلای یۆنانییەکانەوە گەلێ نازدار بووە. لە فێرگەکانی یۆنان-ئەسینا، لە لایەن ئەرستۆ و ئەفلاتوون، ئەو

ڕێگـــایەی دەیـــانگرتە بەر بـــۆ ســـەلماندنی شـــتێک دژ بە نەیارەکانییـــان، هەر ئەم شـــێوازە بـــووە. یەکـێ لە کـۆنترین ســەلماندنەکان بەو شـێوازە، بـریتییە لە ســەلماندنی "نـــاڕێژەیی بـــوونی ڕەگـــی‌دووجـــای 2" کـــاتێ بە ڕێـــگەی دژەکەی ســـەلمێندرا "گریمـــان ڕەگـــی‌دووجـــای دوو ژمـــارەیەکی ڕێـــژەییە" کە لە میـــانەی ئەم گریمـــــانەیەوە، ڕووبەڕووی دژەیەک دەبیـــــنەوە لەگەڵ ئەو گریمـــــانەی کردوومـــانە، ئەمەش دەری دەخـــات کە ڕەگـــی‌دووجـــای دوو، نـــاڕێژەییە. هـــیچ دەســـــتەواژەیەکی بیرکارییـــانە، بـــژاردەی ناوەنـــدی نیـــیە لە نێـــوان ڕاســـت و ناڕاستی. یان ئەوەتە ڕاستە، یان ئەوەتە هەڵەیە.

شێوازی سەلماندنی بەهۆی دەرئەنجامی بیرکارییانە:

دەرئەنجـــامی بیرکارییـــانە یـــان تێخوێنـــدنی بیرکارییانەشـــی پـــێ دەوتـــرێ، ڕێگـــایەکە بـــۆ ســـاغکردنەوەی یاســـایەکی گشـــتی کە لە هەنـــدەکییەوە (بەش) دادەکشـــێ بـــۆ هەمەکـــی (گشـــت). ئەم شـــێوازی ســـەلماندنە، دەدرێـــتە پـــاڵ "ئاوگێســـتوس دی مۆرگـــان" لە ســـاڵی 1830دا کە نـــزیکەی ســـەدان ســـاڵە زانـــراوە و ئەوەنـــدە کـــۆن نیـــیە. ئەو شـــێوازە، شـــێوازێکی تـــایبەتە و نـــابێ تیکەڵـــــی بکەیـــــن لەگەڵ دەرئەنجـــــامی زانســـــتی، چـــــونکە لە زانســـــتە سروشـــتییەکان، جیـــاوازییەک لە بەکـــاربرنی هەمـــان نـــاو هەیە بە بەراورد بە بیرکـــــاری. دەرئەنجـــــامی بیرکارییـــــانە بەکاردێـــــت بـــــۆ ســـــەلماندنی ئەو دەســـتەواژانەی کە ژمـــارە تەواوەکـــان دەگـــرنە خۆیـــان، بەتـــایبەت لە تیـــۆری وێـــنە، تیـــۆری ژمارەکـــان و بە گشـــتی لە زانســـتی کۆمپیـــوتەر. ئێســـتا ئەگەر نمـــونەیەک وەربگـــرین و بمانەوێـــت چەنـــد ژمـــارەیەکی ســـەرەتای کـــۆمەڵەی ژمـــــــارە تاکەکـــــــان کـــــــۆبکەینەوە، وەک $1 + 3 + 5 = 9$ یـــــــان $1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25$. لەوەی یەکەم ســـــێ ژمـــــارە دەبینـــــین $9 = 3 \times 3$ لە دەربڕینـــــی دووەم 5 ژمـــــارەی تاکمـــــان هەیە $25 = 5 \times 5$. ئەمەش واتـــا ئەگەر n ژمـــارەی تـــاکی ســـەرەتای کـــۆمەڵەی ژمـــارە تاکەکـــان کـــــۆبکەینەوە، ئەوە ســـــەرجەمیان دەکـــــاتە n^2. ئێســـــتا ئەگەر هەر وا بە هەڕەمەکـــی ژمـــارەیەک هەڵبژێـــرین، بـــۆ نمـــونە $n = 7$ ئەمە واتـــا 7 ژمـــارەی

ساک: $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13$ ئەنجامەکەش دەست بەجێ دەکاتە $7^2 = 49$. بەڵام ئاخۆ ئەم ڕێگایە بۆ هەموو ژمارەیەک n ڕاستە؟ چۆن دەتوانین دڵنیا بین؟ ڕەنگە ئێستا وا بیربکەیتەوە کە لە کێشە داین، چونکە تا کۆتا ژمارەمان هەیە و خۆ ناشکرێت بێین هەمووی یەک بە یەک تاقیبکەینەوە. ئەمەش ئەو شوێنەیە کە دەرئەنجامی بیرکارییانە دێت و کۆمەکیمان دەکات. بە شێوەیەکی نا ڕاستەوخۆ، ئەم شێوازە وەک شێوازی یاری دۆمینە وایە. کاتێ یەک پولی دێتە خوارێ، ئەوا پولی دیکەی بەدوا دادێت و دەنووسێت بە پولەکەی ترەوە، هەموو ئەو شتەی لێرە پێوستە، تەنیا هەنگاوی یەکەمە، ئەویش هێنانە خوارەوەی پولێکە.

ئەوا دەرئەنجامی بیرکارییانەش، هەمان شێوەیە. دەستەواژەی P_n بریتییە لەسەرجەمی n ژمارەی تاک، کە دەکاتە n^2. ئەم شێوازە، لە ئەنجامی بەشەکی-هەندەکی شۆڕدەبێتە بۆ ڕێسایەکی گشتی. وەک ئەگەر هەمانبێت P_1 ئەوا زۆر بە ڕوونی دیارە کە ڕاستە، چونکە $1 = 1^2$، پاشان ئەگەر هەمانبێ P_2 ئەوا دەبینین کە بۆ ئەمەش ڕاستە $1 + 3 = 4 = 2^2$، بۆ P_3 دەکاتە $1 + 3 + 5 = 9 = 3^3$ وە بۆ ژمارەکانی دیکەش بەهەمان شێوە. تا لێرە ئەنجامی ئەو چەند هەنگاوە، پشتی پێ دەبەستین بۆ گوزارشتکردن لە ڕێسا گشتییەکە. بەشێکی بیرکاریزانەکان لەگەڵ ئەم شێوازە کۆک نین، چونکە پێیان وایە ئەم سیفەتە " لە هەندەکییەوە بۆ هەمەکی " لە زانستە سروشتییەکان ڕاستە، لە کاتێکدا لە زانستەکی پەتی وەک بیرکاری، هەندەکی نابێتە بنەمایەک بۆ ڕاستی هەمەکی.[1]

---

[1] لە زانستێکی سروشتی وەک فیزیا، دەستگرتن بە هەندەکییەوە بۆ گەیشتن بە ڕێسایەکی هەمەکی، هیچ کێشەیەکی لەسەرنییە، بۆنموونە: ئاسن بە گەرمی دەکشێ، فافۆن بە گەرمی دەکێشێ،.... کەوایە هەموو تەنەکان بە گەرمی دەکشێن.

سەختی و دژوارییەکان لەگەڵ سەلماندن:

سەلماندن هەروا شتەکی سانا و ساکار نییە، سەلماندنی هەندێک دەستەواژە، کورت و پوخت دەردەکەوێت، لێ سەلماندنی هەندێ دەستەواژەش، زۆر سەخت و دژوار دەردەکەوێت، کە واشە. سەلماندنی وا هەیە شێوازەکەی زۆر نامۆیە و قەبارەکەشی چەند پەڕێک دەبێت، بگرە بۆ هەزاران پەڕ. ئەو شێوازە ئاسانەی دەخرێتە بەرباس، چەند دەستەواژەیەکن کە لە پەرتوکەکانی خوێندن هەنە. هەندێک لە سەلماندنیش هەیە، کار و توێژینەوەی توێژەرانە، ئی وا هەیە چەندین ساڵ خەریکی سەلماندنێک دەبێت، ئی واش هەیە لە کۆتایدا هەوڵەکەی شکست دێنێت، ئیواش هەیە چەند کەسێک نەبێت لەسەر ئەو گۆی زەوییە، لێی حاڵی نابن، بۆیە ئەم کارە، پڕ لە نەهامەتی و قورت و قورپاوە بۆ بیرکاریزانەکان. لەگەڵ ئەوەشدا، هەندێ کێشەی بنچینەیی هەیە. گرووپێکی بچوک لە بیرکاریزانەکان، لەگەڵ شێوازی دژەیەک کۆک نینە؛ کە شێوازێکی سەلماندنی ناڕاستەوخۆیە کە شێوازێکە لە مەڕ "هەبوون" بەکاردێت. ئەگەر گریمانەیەک سەبارەت بەوەی کە شیکارێک بۆ پرسێک بوونی نییە، ئەوا دەمانبات بۆ دژەیەک، ئەی ئەمە بەس نییە بۆ سەلماندنی ئەوەی کە شیکارێک بوونی نییە؟ دژیش لەم شێوازەی سەلماندنە، بانگەشەیە کە لۆژیک تەنیا فێڵە و بەس. پێشمان ناڵێت کە چۆن بەڕاستی نمونەیەکی زیندوو دروست بکەین. ئەو بیرکاریزانانەی ئەو بیر و باوەڕەیان هەیە، پێیان دەوترێ "بونیادخوازەکان" کە هەوڵ دەدەن دەستەواژەکان بە شێوازی ڕاستەوخۆ بسەلمێن و خۆیان هەنگاوە لۆژیکییەکان بۆ سەلمێنەکردن بونیاد بنێن، دەشڵێن سەلماندن هەرەس دێنێت بە پێدانی واتایەکی ژمارەیی. جگە لەمەش، گاڵتەیان بە بیرکاریزانە کلاسیکییەکان دێت، ئەوانەی کە پشتیان بە شێوازی نا ڕاستەوخۆ قایمە و بە چەکێکی بەهێز و کاریگەری ئەزانن لەو پانتاییەی کە بە کارگەی سەلماندنی ناودەبرێ. وەڵامی بیرکاریزانەکانی دیکەش بۆ ئەم گرووپە بیرکاریزانە، ئەوەیە کە یاخیبوون و دژایەتی کردنی ئەم جۆری

سەلماندنە، سەختی و گرانی دێنێتە ڕێگەیان و ڕێگر دەبێت لەبەردەم تواناکانیان. شێوازی نا ڕاستەوخۆ، گەلێ ئەنجامی گرینگی دەستبەر کردووە و شتێکی وەک تابلۆ بە ئێمە بەخشیوە[1]، ئەمەش بەسە کە بەهۆیەوە بە بێبایەخی نەزانین.

کورتەی بیرۆکەکە

مۆرکرا و بڕایەوە

کارنامە

300 پ.ز

"ئیقلیدس" لە پەرتووکی "بنەماکان" نموونەیەکی دەستەبەر کرد لە مەڕ سەلماندنی بیرکارییانە.

1637

"دیکارت" مۆدێلێکی ورد و پتەوی پەرەپێدا لە گوتارەکانیدا سەبارەت بە "میتود"ی بیرکارییانە.

1838

"دیمۆرگان"[2] شێوازی "دەرئەنجامی بیرکارییانەی" داهێنا.

1967

"بیشۆپ"[3] ئەنجامێکی بیرکارییانەی سەلماند بەهۆی شێوازی بنیادنان.

1976

---

[1] کاتێک شتێک دەسەلمێنم یان لە سەلماندنێک حالی دەبم، وەک ئەوە وایە سەیری تابلۆیەکی زۆر جوان بکەم، بەهۆیەوە گەشدەبمەوە.

[2] *De Morgan*

[3] *Bishop*

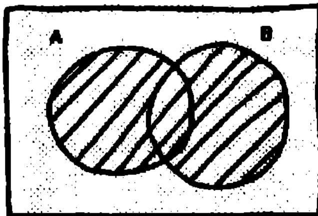
18 کۆمەڵەکان

'نیکۆلا بورباکی' نازناوێ بوو بۆ 'کۆمەڵەی هەڵبژاردەی خۆیی' لە فێرگە ئەکادیمییە فەرەنسییەکان کە ویستوویانە دووبارە بیرکاری لە سەرەتاوە بە شێوەیەکی دروست دابڕێژێتەوە. بانگەشە بەهێزەکەیان ئەمە بوو؛ کە دەبێت هەموو شتێک دووبارە لەسەر بنچینەی تیۆری کۆمەڵەکان بیناد بندرێتەوە. ڕێگا و شێوازی بەڵگەنەویستی، کرۆکی باسەکە بوو، دوایش ئەم شێوازە شوێنی خۆی لە ناو قەوارەیەکی زۆر ورد و ڕێک بەهۆی 'پێناسە، بیردۆز و سەلماندنەوە، گرت. هەموو ئەمانە دەگەڕێتەوە بۆ بیرکاری هاوچەرخ و گۆڕانکاییەکانی لە سالانی 1960 بەولاوە.

بیرکاریزانی بلیمەت 'جۆرج کانتۆر' تیۆری کۆمەڵەی بنیاد نا لە ژێر تیشکی داخوازییەکان بۆ ئەوەی کە 'تیۆری ژمارە ڕاستییەکان' وەک بنچینەیەک پێگەکەی بناسێنێت. لەگەڵ ئەم کارەی کانتۆر، چەندین ڕەخنە و مشت و مڕ لە مەیدانی بیرکاریدا هاتە ئاراوە، بەلام تیۆری کۆمەڵە وەک یەکێک لە لقە هەرە سەرەکییەکانی بیرکاری، پێگەی خۆی گرت و جێگربوو، هەموو ئەوانەش لە سەدەی بیستەم ڕۆشنبوونەوە.

کۆمەڵەکان چین؟

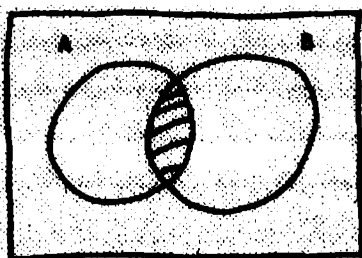
کۆمەڵە لە ڕووی مانـاوە واتـا کۆبوونەوەی شتانێک پێکەوە. بۆ نمونە کۆمەڵەی مامۆستایان، کۆمەڵەی ئەندازیاران. بەلام کۆبوونەوەی شتانێکی لێکچوو بەس نییە بۆ ئەوەی بە کۆمەڵەیەکی بیرکارییانە ناوی بەرین، بەلام ئەمە بیرۆکە سەرەکییەکەیە.



یەککگرتنی A و B

بە شـــتەکانی نـــاو کـــۆمەڵە دەوترێـــت 'دانە یـــان ئەنـــدام'ی کـــۆمەڵەکە. کۆمەڵەکـــان بە پیتـــی گەورە A هێمـــا دەکرێـــت، دانەکـــانی ناویشـــی بە پیتـــی بچـــوک a هێمـــا دەکرێـــت. ئەگەر a دانەیەک بێـــت لە کـــۆمەڵەی A، ئەوا دەنووســـــین $a \in A$ وەک ئەوەی کـــــانتۆر کـــــردی. ئەگەر نمـــــونەیەک وەربگـــرین $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ دەتـــوانین بنووســـین $1 \in A$، هەروەهـــا ئەمەش $6 \notin A$ واتە 6 دانەیەک نییە لە دانەکانی ناو کۆمەڵەی A.

کۆمەڵەکـــــان دەتوانـــــدرێت بە دوو ڕێگـــای جیـــاواز و گرینـــگ بەیەکتـــر ببەســـــــــتریننەوە. ئەگەر A و B دوو کـــۆمەڵە بـــن، ئەوا ئەو کـــۆمەڵەی کە دانەکـــانی A و B لە خۆدەگرێـــت، پێـــی دەوتـــرێ 'یەکگرتنـــی دوو کـــۆمەڵە' کە بە بیرکارییـــانە و بە هێمـــا، بەم شـــێوەیە دەنووســـرێت $A \cup B$ یەکگرتنـــی دوو



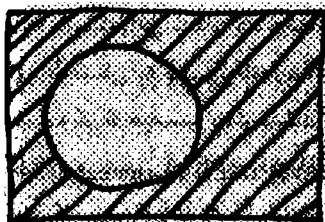
یەکتربڕینی A و B

کـــۆمەڵە دەتوانـــدرێت بە ئەنـــدازەییانە-وێـــنە نیشـــان بـــدرێت، بە شـــێوازێک کە پێـــی دەوتـــرێ 'هێڵکـــاری ڤـــن' کە بە نـــاوی بیرکـــاریزان و لـــۆژیکزان 'جـــۆن ڤـــن' کـــراوە. بەڵام ئاشـــکرایە کە 'ئـــۆیلەر' زووتـــر بەر لە ڤـــن ئەم هێڵکـــارییەی بەکارهێناوە، بۆیە هەندێ کات دەوترێ 'هێڵکاری ڤن-ئۆیلەر'.

دانە هاوبەشـــەکان، ئەو دانـــانەی کە لە A و B دا هەن، کـــۆمەڵەیەکی نـــوێ دروســـت دەکەن و پێـــی دەوتـــرێ 'یەکتربڕینـــی دوو کـــۆمەڵە' کە بە هێمـــایی بیرکارییانە بەو شێوەیە دەنووسرێت $A \cap B$

ئەگەر $B = \{1, 3, 5, 7, 11, 12\}$ و $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ئەوا یەکگرتنـــــــی ئەو کـــــــۆمەڵەیە بـــــــریتییە لە: $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 11, 12\}$ و یەکتربڕینی ئەو دوو کۆمەڵەیەش دەکاتە $A \cap B = \{1, 3, 5\}$.

ئەگەر 'تێکـڕای جیهانمـــان' هەبێـت و A بەشـــێک بێـت لێـی، ئەوا دەتـوانین لەســـەر کـــۆمەڵەی A کـــۆمەڵەیەکی نـــوێ پێناســـە بکەیـــن، ئەویـــش 'تەواوکەری


تەواوکەری A

A کە بە A^C هێمـــا دەکرێـــت. تەواوکەری A بـــریتییە لە هەمـــوو ئەو دانـــانەی کە نـــاکەونە نـــاو A و بەشـــێکن لە تێکـــڕای جیهان.

لە تیـــۆری کـــۆمەڵەدا، هێماکـــانی $\cap$ و $\cup$ بەرامـبەر و هاوتـان لەگەڵ هەردوو هێمـای جەبـری + و ×. هاوکـات لەگەڵ کـرداری 'تەواوکەر' کە بە A^C دەنووســرێت' شــتێکی نــوێ دێــتە کــایەوە بە نــاوی 'جەبـری کـۆمەڵە'. بیرکـاریزان و لـۆژیکزان 'دیمۆرگـان' ئەوەی شـرۆڤە کـرد کە چـۆن هەرســێ کـردارەکە بەیەکەوە کـاردەکەن. لە جیهـانی هـاوچەرخی بیرکاریدا، یاساکانی دیمۆرگان ئەمانەن:

$$(A \cup B)^C = A^C \cap B^C$$
$$(A \cap B)^C = A^C \cup B^C$$

پارادۆکسەکان[1]:

هەتـــا ئێســـتا، هـــیچ کێشـــەیەک نیـــیە لە مـــامەڵەکردن لەگەڵ کـــۆمەڵە کۆتادارەکـــان، لەبەر ئەوەی دەتـــوانین ئەو کـــۆمەڵانە؛ دانەکـــانی نـــاوی ڕیـــز بکەیـــن هەر وەک لە کـــۆمەڵەی $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ دەبینـــین، بەڵام لە

[1] بـا بە نمـونەیەک ڕوونیبکەیـنەوە کە 'پـارادۆکس چیـیە. ئەگەر هـاتوو مـرۆڤ تـوانی گەشـــت بـــۆ ڕابـــردوو بکـــات، ئەوا پارادۆکســـێک دێـــتە کـــایەوە کە ناســـراوە بە 'پارادۆکســی بــاپیرە' کە بەم شــێوەیەیە: وادابنــێ کە دەتــوانی بچــیەوە ڕابــردوو بــۆ ئەوکــاتەی کە بــاپیرەت منــداڵ بــووە، ئەگەر تــۆ بــاپیرەت بکــوژی لە تەمەنــی منــداڵی خۆیـدا، کەوایە بـاپیرەت چانسـی ئەوەی نابێـت کە ژن بێنێـت، لەوەوە باوکـت لەدایـک نابێـت بێگومــان لە وەشــەوە تــۆ نابێــت لەدایــک بیــت، ئەوجــارە تــۆ چانســی ئەوەت نابێـت کە بـاپیرەت بکـوژی... کە نەشـتوانی بیکـوژی بـاپیرەت ژن دێنێـت و باوکـت و تـۆش لەدایـک دەبـن، کە تـۆ لەدایـک بـووی دەتـوانی بگەڕێـیەوە و بـاپیرەت بکـوژی... دووبـارە ئەتـۆ لەدایـک نـابی کە ئەوەش وادەکـات نەتـوانی بـاپیرەت بکـوژی، لەوەوە ئەتـۆ لەدایـک دەبـیەوە و دەتـوانی بـاپیرەت بکـوژی. ئیـدی دۆخەکە بەم شـێوەیە بەردەوام دەبێت، لەنێوان توانینی ئەوەی کە دەتوانی بیکوژی یان نا، دەمێنینەوە.

جیهـانی کـانتور و بیرکردنەوەکـانی، مـامەڵەکردن لەگەڵ کـۆمەڵە ناکۆتاکـان، پڕ لە شتی سەیر و سەمەرە و ئالنگارییە.

کـانتور کـۆمەڵە پێناسـە دەکـات بەوەی کە بـریتییە لە کـۆمەڵەی شـتانێک لەگەڵ هەبـوونی سـیفەتێکی تـایبەت لە دانەکـانی. بیـر لەم کـۆمەڵەیە بـکەرەوە $\{10, 11, 12, 13, 14, \dots\}$ کـــۆمەڵەی ئەو ژمـــارە تەواوانەی کە لە 10 و گەورەتـــر لە 10 پێکاهـــاتووە. لەبەر ئەوەی کـــۆمەڵەکە ناکۆتـــایە، ئەوا نـاتوانین هەمـــوو دانەکـــانی نـــاوی بنووســـین، بەڵام لەبەر ئەوەی شـــتێکی هـاوبەش لە نێـوان هەمـــوو دانەکـــان هەیە، بە واتـــایەکی دیـــکە، لەبەر ئەوەی توانـای ئەوەمـان هەیە بـزانین دانەی دوای 14 یـان 345 چـیە، ئەوا بەهـۆی ئەم سیفەتەوە، دەتوانین ئەم کۆمەڵەیە بەم شێوەیە بنووسین:

$$A = \left\{x : x \in \mathbb{N} \text{ و } x \geq 10\right\}$$

واتە: کـۆمەڵەی A، ئەو دانـــانەن x بەو مەرجەی دانەکـــانی نـــاوی، xەکـــان ئەو ژمـــارانەن کە سروشـــتین؛ ژمـــارە 10 و لە 10 گەورەتـــری تێـــدایە. ئەم هێمایەی سەرەوە " : " واتە: بەو مەرجەی-*Such that*[1].

لە تیـــۆری کـــۆمەڵە ســـەرەتاییەکان، دەکرێـــت کۆمەڵەیەکمـــان هەبێـــت کە شتەکانی ناوی، شتانێکی ئەبستراکت[2] بن، وەک:

$$A = \{x : x \text{ بریتییە لە هەستەکان}\}$$

لەم بـــارەدا، کـــۆمەڵەی A خۆشـــی دەبێـــتە کـــۆمەڵەیەکی ئەبســـتراکت. ســـا بـــۆیە لەم بـــارەدا ئاســـاییە گەر بگوترێـــت $A \in A$ لـــۆژیکزان و بیرکـــاریزانی بەریتـــانی "بێرترانـــد ڕاســـڵ" لە تیـــۆری کۆمەڵەکـــان چەکەرەی بەم بیـــرۆکەیە کـــرد، ئەویـــش کـــۆمەڵەیەک S کە هەمـــوو ئەودانـــانەی تێـــدایە کە ئەو دانـــانە لە نـــاو خۆیانـــدا نـــین، بەشـــێک نـــین لە خۆیـــان؟! کە بە زمـــانی هێمـــایی، بەم شێوەیە دەنووسرێت:

---

[1] ئەم دوو هێمـــایە : و | (جـــووت خـــاڵ و ســـتوونە هێـــڵ) لە تیـــۆری کۆمەڵەکـــان بە واتای "بەو مەرجەی" دێن.

[2] ئەبســـتراکت واتە شـــتێک کە بەر هەســـتەکانی (پێـــنج هەســـتەوەرەکە) مـــرۆڤ ناکەوێت. بۆ نموونە 2 چییە؟ کا وەرن π بۆ بێنن با لە ئامێزی بگرم؟!

$$S = \{x: x \notin x\}$$

پاشـــان ڕاســـڵ پرســـیارێک ئاراســـتە دەکـــات: ئایـــا $S \in S$ یـــان نـــا؟ ئەگەر وەڵامەکە "بەڵـــێ"یە، ئەوا S دەبێـــت پاســـەدانی ئەو پێناســـەیەی S بکـــاتە کە شوناســـی Sە، بـــۆیە $S \notin S$. لە لایەکـــی دیـــکەوە ئەگەر وەڵامەکە "نەخێـــر" بـــێ و $S \notin S$ ئەوا S پاســـەدانی ئەو پەیوەنـــدییە پێناســـەکراوەی S دەکـــات $S = \{x: x \notin x\}$ و بـــۆیە $S \in S$ پرســـیارەکانی ڕاســـڵ بەو دەســـتەواژەیە کۆتایی هات "بنچینەی پارادۆکسەکەی ڕاسڵ".

$$S \in S \ iff \ S \notin S$$

هاوشـــێوەی "پارادۆکســـی سەرتاشـــەکە"یە، ئەو پارادۆکســـەی کە دەڵێـــت: هەمـــوو خەڵکی گونـــدی یـــان دەبێـــت خۆیـــان ســـەری خۆیـــان بتاشـــن، یـــان دەبـــێ سەرتاشـــی گونـــدەکە ســـەریان بتاشـــێت. ئەو پرســـیارەی لێـــرەوە ســـەر ئـــاو دەکەوێـــت: دەبێـــت سەرتاشـــەکە خـــۆی ســـەری خـــۆی بتاشـــێت؟ ئەگەر ســـەری خـــۆی نەتاشـــێت، ئەوا دەبێـــت بیتاشـــێت، ئەگەر بیەوێـــت ســـەری خـــۆی بتاشـــێت، ئەوا نابێـــت بیتاشـــێت! کێشـــەکە لێـــرە ئەوەیە کە سەرتاشـــەکە خـــۆی یەکێکە لە خەڵکی گوندی.

جـــا بـــۆیە باشـــترە خۆمـــان لە پارادۆکســـی لەم شـــێوەیە بە دووربگـــرین، بـــۆیەش ئەبێـــت ڕاســـت و ڕەوان بـــین، کە ئەم پارادۆکســـانە، ئامـــاژەیە بـــۆ هەبـــوونی کەموکـــوڕی لە تیـــۆری کۆمەڵەکـــان، کێشـــە و گرفتـــی لەم شـــێوەش پێـــی دەوتـــرێ "نـــاکۆکی لـــۆژیکی یـــان دژوێـــژی". کەوتـــنەوەی نـــاکۆکی لەم شـــێوەیە لە ڕژێمێـــک، جێگـــای قەبـــووڵ نییە. بێرتراند ڕاسـڵ تیـۆرییەکی ڕۆنـا بە نێـوی تیـۆری جۆرەکـان و تەنیـا $a \in A$ ئەگەر a دانەیەک بێـت لە خـوار A بێـــت، بـــۆیە خۆمـــان بەدوور دەگـــرین لە دەســـتەواژەی لەم شـــێوەیە:

$$S \in S$$

ڕێگـــایەکی دیـــکە بـــۆ دوورکەوتـــنەوە لە نـــاکۆکی لەم شـــێوەیە، ئەوەیە کە تیـــۆری کـــۆمەڵە دووبـــارە بە یاســـا و ڕێســـا بکـــرێتەوە بە شـــێوازێکی تـــازە و بە لەبەرچـــاوگرتنی ئەو ناکۆکییـــانەی کە تـــا ئێســـتا ڕووبەڕووی تیـــۆرەکە بـــــۆتەوە. لەم دووبـــــارە ڕۆنـــــانەوەیە، پێوســـــت ناکـــــات لە مەڕ چیەتـــــی کۆمەڵەکـــان خۆیـــان نـــیگەران بـــین، بەڵام ئەو ڕژێـــمە بەڵگەنەویســـتییەی کە

فرمانڕەوایی کۆمەڵەکان دەکات و هەڵسوکەوتیان لەگەڵدا دەکات، شتێکی تییدا دەگۆڕێت. یۆنانییەکان هەوڵیان بۆ شتێکی لەم چەشنە دا لە مەڕ کێشەی هاوشێوەکانی وەک ئەمە، بەڵام بە پێویستیان نەزانی کە شرۆڤە و لێکدانەوەی بۆ بکەن، لێ هەوڵیان دا کە چۆن لەگەڵ ئەمانە مامەڵە بکەن و چارەسەری دەست بەجێی بۆ بدۆزنەوە.

لە بابەتی تیۆری کۆمەڵەکان، ئەم کێشە و گرفتانەی سەرەوە کە باسکران، سەرچاوەی هیلهامی کارەکانی "زێرمیلۆ و فرانکلین" بوو لە مەڕ بەڵگەنەویستەکانی تیۆری کۆمەڵە. کە هەوڵ و تەقەلایەک بوو بۆ دارشتنەوەی تیۆری کۆمەڵە کە بە شێوەیەک خاڵی بێت لە خستنەوەی پارادۆکس و ناکۆکییەکان.

بیردۆزەکەی کۆرت گۆدێل:

لۆژیکزان و بیرکاریزانی ئوستڕالی "کۆرت گۆدێل" لە گۆڕنەری خەون و هەوڵی چەندین ساڵەی بیرکاریزان و لۆژیکزانەکان. گۆدێل هەموو ئەو مشت و مڕەی کە بەهۆی پارادۆکس و ناکۆکییەکان بەرۆکی تیۆری کۆمەڵەی گرتبوو، کۆتایی پێ هێنان. لە ساڵی 1931دا، سەلماندی کە لە سادەترین ڕژێمی بەڵگەنەویستی، دەستەواژەیەک (یان چەند دەستەواژەیەک) هەیە کە ڕاستی و ناڕاستییان ناتواندرێت لە ناو ڕژێمەکە بەکلابکرێتەوە. بە شێوەیەکی نافەرمی، لە هەر ڕژێمێک دەستەواژەیەک هەیە کە بەڵگەنەویستەکانی ئەو ڕژێمە دەسەڵاتیان بەسەردا ناشکێ و دەستیان ناگاتێ. ئەم دەستەواژانەش، دەستەواژەیەکی بڕیارلێنەدراون و بەکلانەکراوەن. لەبەر ئەم هۆکارەش، بیردۆزی گۆدێل بە "بیردۆزی ناتەواویتیی گۆدێل" ناسراوە. ئەم ئەنجامەی کە گۆدێل خستییەوە، هەوڵ و کارەکانی "زێرمیلۆ-فرانکلین" و هەموو ڕژێم و هەوڵەکانی دیکەی بە نەزۆک کرد.

دانەژمێری ژمارەکان:

لە کۆمەڵە کۆتاداران، ژماردنی دانەکانی ناو کۆمەڵەکە کارێکی ئاسانە، بۆ نموونە $A = \{1, 2, 5, 8, 10\}$ کە کۆمەڵەیەکی کۆتادارە و تەنیا 5 دانەی هەیە یان دەتوانین بڵێین کە ژمارەی دانەکانی کۆمەڵەی A بریتییە لە 5. بە بیرکارییانە بەم شێوەیە دەنووسرێت $card(A) = 5$. بە شێوەیەکی ئاسانتر دەتوانین بڵێین 'قەبارەی کۆمەڵە' کە لێرە مەبەست لە قەبارە ژمارەی شتەکانی ناو کۆمەڵەکەیە.

بە پێی کارەکەی کانتۆر لە مەڕ تیۆری کۆمەڵەکان، هەردوو کۆمەڵەی ژمارە ڕێژەییەکان $\mathbb{Q}$ و کۆمەڵەی ژمارە ڕاستییەکان $\mathbb{R}$ زۆر لێکجیاوازن. کۆمەڵەی ژمارە ڕێژەییەکان دەتواندرێت لە خشتەیەک دانەکانی ناوی ڕیزبکەین بەبێ ئەوەی هیچ ژمارەیەکمان لە بیر بچێت، واتە توانای ئەوەمان هەیە دانەکانی ڕیزبکەین، بەڵام کۆمەڵەی ژمارە ڕاستییەکان ناتواندرێن دانەکانی ناوی ڕیزبکەین. لە کاتێکدا کە هەردوو کۆمەڵەک ناکۆتان، بەجۆرێک کە کۆمەڵەی $\mathbb{R}$ پلە و پایەی بەرزترە لە کۆمەڵەی $\mathbb{Q}$. بیرکاریزانەکان قەبارەی ئەم کۆمەڵە ناکۆتانە بەم شێوەیە دەنووسن $card(\mathbb{Q}) = \aleph_0$، هێمای 'هیبریو $\aleph_0$' کە پیتی ئەلفی زمانی عیبرییە، وە قەبارەی کۆمەڵەی ژمارە ڕاستییەکان $card(\mathbb{R}) = c$ جا بۆیە ئەمەش واتای ئەوەیە کە $\aleph_0 < c$ (دانەکانی ناو کۆمەڵەی ژمارە ڕاستییەکان، ژمارەیان زیاترە لە دانەکانی ناو کۆمەڵەی ژمارە ڕێژەییەکان).

گریمانەی بەردەوامی:

لەساڵی 1878دا، بیرۆکەیەکی سەیر و سەرنجڕاکێش لە لایەن 'جۆرج کانتۆر' سەرئاوکەوت، ئەویش 'گریمانەی بەردەوامی' کە دەڵێت لە ئاستەکانی ناکۆتا، لە دوای ئاستی ناکۆتایی ژمارە ڕێژەییەکان، ئاستی ژمارە ڕاستییەکان دێ. بە جۆرێکی تر: هیچ کۆمەڵەیەکی ناکۆتا بوونی نییە کە قەبارەکەی لە نێوان قەبارەی ژمارە ڕاستییەکان و ژمارە ڕێژەییەکان بێت (c و $\aleph_0$). کانتۆر لە هەوڵێکی چڕ و ورددا بوو بۆ ئەم

ـابەتە، باوەڕیشی وابوو کە ڕاست بێت، بەڵام لەگەڵ ئەوەشدا، نەیتوانی ـیسەلمێنێت. بۆ بە درۆخستنەوەی ئەم گریمانەیە (پوچەڵکردنەوەی) بەسە ـە کۆمەڵەیەک S بدۆزینەوە کە بەشە کۆمەڵە بێت لە $\mathbb{R}$ بەو مەرجەی کە $\aleph_0 < card(S) < c$، بەڵام کانتۆر نەیتوانی ئەوەش بکات. ج سەلماندنی، ج بە درۆخستنەوەی لە قۆرنجی کانتۆر و کەسانی هاودەمی ئەوسای نەبوو.

ئەم پرسەی سەرەوە، بەیەکێک لە پرسە هەرە گرینگەکان هاتە ئەژمار، هەر بۆیە بیرکاریزانی ئەڵمانی 'دەیڤید هیڵبێرت' لە کۆنگرەی نێودەوڵەتی بۆ بیرکاری کە لە پاریس لە ساڵی 1900دا ئەنجامدرا، ئەم پرسەی خستە ناو خشتەی کۆمەڵێک پرسی یەکلانەکراوەی دیکە کە ژمارەیان 23 دانە دەبوو، بەو ئومێدەی کە لە سەدەی داهاتوو ئەم پرسانە بەر هەر لایەکدا بێت، وەڵام بدرێنەوە.

'گۆدێل' لە مەڕ ئەم کێشەیە، زۆر دڵنیا بوو لەوەی کە ئەم گریمانەیە هەلە بێت، بەڵام ئەویش لەمەر ئەم لێدوانەی، سەلماندنی نەبوو. لە ساڵی 1938دا، گۆدێل سەلماندی کە گریمانەکە دەگونجی لەگەڵ بەلگەنەویستەکانی 'زیرمیلۆ-فارنکلین' بۆ تیۆری کۆمەڵەکان، بەڵام چارەگە سەدەیەک دواتر 'پول کۆهین' تەختی 'گۆدێل و لۆژیکزانەکانی' هەژاند بە سەلماندنی ئەوەی کە ئەم گریمانەیە ناتواندرێت ڕاستی و ناڕاستی دەربخرێت و یەکلابکرێتەوە بە پشت بەستن بەم ڕژێمی بەڵگەنەویستییەی 'زیرمیلۆ-فارنکلین'. ئەو کارەشی، ئەو مانایەی بەخشی کە ئەریکردنی گریمانەکە و بەڵگەنەویستەکان، لە بنەڕەتدا یەک ڕەنگن. بە یەکبەستنەوەی لەگەڵ کارەکەی 'گۆدێل' لە 1938دا، 'کۆهین' پیشانی دا کە 'گریمانەی بەردەوامی' سەربەستە (ئازادە) لە هەرچی بەڵگەنەویستە لە تیۆری کۆمەڵەکان! بەو واتایەی کە هیچ بەڵگەنەویستێکی تیۆری کۆمەڵەکان، لە قۆرنجی 'گریمانەی بەردەوامی' نییە.

هاوشێوەی ئەمە، پرسی 'گریمانە هاوتەریبەکان'ە لە ئەندازەدا، کە ئەم گریمانە هاوتەریبانە، سەربەخۆن لە سێیەری بەڵگەنەویستەکانی ئیقلید.

هەر ئەم سەربەخۆبوون و لادانە لە بەڵگەنەویستەکانی ئیقلیدـ، وای کرد کە جۆرێکی تازەی ئەندازە بێتە بوون و، پانتاییەکی تر لە دەشتی بیرکاری شین بکات، ئەویش "ئەندازە نائیقلیدییەکان" بوون، کە هاوکار و یارمەتیدەرێکی باش بوون بۆ تێگەیشتن و لێکدانەوەی هەندێ دیاردەی سروشتی و فیزیکی، وەک بینیمان کە ئاینشتاین چۆن چۆنی بەهۆی ئەندازە نائیقلیدییەکانەوە تیۆرییەکەی خۆی پشت ئەستور کرد. بەهەمان چەشن، گریمانەی بەردەوامی دەکرێت پەسەند بکرێت و دەشکرێ ڕەتبکرێتەوە بەبێ ئەوەی بەڵگەنەویستەکانی تیۆری کۆمەڵە سەغڵەت و زراوپرشێن بکەین. دوای کارەکەی "کۆهن" بوارێکی تایبەت و فراوان دروستکرا بۆ کەمەندکێشکردنی بیر و فکری بیرکاریزانەکانی نەوەی داهاتوو، ئەوانەی کە گومان لەو ڕێگا و هونەرە دەکەن کە کۆهین بەکاری هێناوە بۆ سەلماندنی سەربەخۆیی "گریمانەی بەردەوامی" لە بەڵگەنەویستەکانی تیۆری کۆمەڵە.

کورتەی بیرۆکەکە

زۆربەیان وەک یەک مامەڵەیان کرد

کارنامە

1872 "کانتۆر"[1] هەنگاوێکی زور بوێرانەی نا و، وەلامێکی خێرای دەستبەر کرد لە مەڕ بنیاتنانی تیۆری کۆمەڵە.

1881 "ڤن"[2] هێلکاری ڤنی بۆ نواندنی پەیوەندی و کردارەکان لە نێوان کۆمەڵەکان بە بیرکاریزانان ئاشنا کرد.

1931 "گۆدیل"[3] سەلماندنی کە لە هەموو ڕژێمێکی بەڵگەنەویستی، هەندێ دەستەواژە هەن کە یەکلانەکرێنەوە کە ڕاستن یان نا.

1939 نازناوی "بورباکی"[4] یەکەمجار لە لایەن بیرکاریزانە فەڕەنسییەکان بەکارهات.

1964 "کۆهین"[5] سەربەخۆیی "گریمانەی بەردەوامی" سەلماندن.

---

[1] *Cantor*
[2] *Venn*
[3] *Gödel*
[4] *Bourbaki*
[5] *Cohen*

19 کالکیلەس

کالکیلەس ڕێگایەکە بۆ هەژمارکردن، بۆیە بیرکاریزانەکان گەلێ جاران لە هەمبەر "کالکیلەسی لۆژیک و کالکیلەسی ئەگەر" یان هەر شتەکی دیکە لە پاڵ ناوی کالکیلەس، دەدوێن. بەڵام هەموو لە سەر ئەوە کۆکن کە تەنیا یەک کالکیلەس هەیە و تەواو، کە ڕووت و سادەیە و بە پیتی گەورەی ئینگلیزی وشەکە دەهۆننەوە *Calculus*[1].

کالکیلەس بریتییە لە شادەماری هەموو بیرکاری و هەموو لق و پۆپەکانی دیکەی بیرکاری دەیخەنە خزمەتی خۆیان، بەجۆرێ بۆتە کەرەستەیەکی دانسقە بۆ هەمی زانستکاران، ئەندازیاران و ئابوریناسەکان. گەلێ بوار بەبێ بوونی کالکیلەس، بوونێکی نەدەبوو، سا بۆیە پانتایەکی زۆر لە جێبەجێکارییەکانی لە زانستەکانی دیکەدا ڕەنگی ڕشتووە. لە ڕەهەندی مێژووییەوە، کالکیلەس دەگەڕێتەوە بۆ دۆزینەوەکانی هەردوو ئەستێرەی بلیمەت "نیوتن و لایبنیتز" کە ئەم جووتە پێشەنگی ئەم دۆزینەوە مەزنە بوون لە سەدەی حەڤدەهەمدا. بەڵام ئەوەی زۆر سەیر و عەنتیکەیە، ئەوەیە کە "نیوتن و لایبنیتز" پێکەوە ئەوەندە تەبا نەبوون، کە دەگوترێت هەر یەکەیان بەجیا کالکیلەسیان دۆزییەوە، بەرام دیترا هەمان ئەنجامیان دەستگیر کردبیە، ئەوە نەبێ تەنیا ئەو ڕێگا و دەرەتانەی پێدا هاتوونە، جودا بووە! کە ئەمەش شتێکی سەیر بوو.

لەو کاتەوە کالکیلەس بوو بە بابەتێکی گەلێ گەورە و بە گران. تەشەنەکردنی بە نێو زانستەکانی دیکە، وای کرد کە قوتابییان بەر لە چوونیان بۆ نێو زانکۆ، ئاشنای کالکیلەس بن و فێری بن. لە ئێستادا،

---

[1] وشەی کالکیلەس لە زمانی یۆنانییەوە وەرگیراوە کە بە واتای زیخ و وردە بەرد دێت. ئەو ناوە یادگاری سەردەمێکە کە یۆنانییەکان وردە بەردیان بۆ تێگەیشتن لە چەمکەکانی جەبر و ئەندازە بەکاردەهێنا.

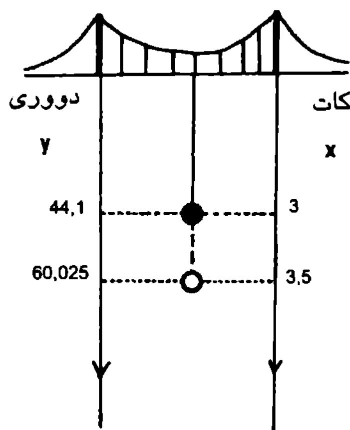
پەرتوکەکـانی پرۆگـرام، ئەوەنـدە ئەسـتوور بـووە، کە بە هەزار و دوان لە لیبـوونەوە نـایەن و شـتی زۆر زیـاتر لە خـۆ دەگـرن، بەلام لە هەمـوو ئەو شـتانەی کە دەکەوێـتە نێـو قەوارەی کـالکیلەس، بـریتییە لە بـابەتی "جیاکـاری و تەواوکـاری" کە دوو لـوتکەی سـەرەکی شـاخی کالکیلەسـنو لە لایەن "نیـوتن و لایبنیتـز" سـەرئاو کەوت. ئەم دوو وشـەیەش، لە لایەن لایبنیتـز رونـران کە جیاکـاری واتە: جیـاوازیکردن؛ جیـاوازی-گـۆڕان یـان پارچەکردن. تەواوکاری واتە: سەرجەمی پارچەکان یان پێکەوەبوونییان.

لە زمـانی هـونەردا، جیاکـاری دەربـارەی پێـوانەکردنی "گـۆڕان"ە و تەواوکـاری بـریتییە لە پێـوانەکردنی "ڕووبەر". بەلام گەر گەوهەری نێـو ئەو قرەپەسـتانەی نێـو کـالکیلەس دینـارێکی دوو ڕووی کـانزایی بێـت، ئەوا "جیاکـاری و تەواوکـاری"، ڕووەکـانی ئەو دینـارەن، کە هەر یەکەیـان پـێچەوانە (هەڵـگەڕاوە)ی ئەوی دیـکەیە. بـۆیە هەنکـانە ئەوە بـزانە کە کـالکیلەس یەک بـابەتە وەک دینارێـک، بەلام دەبێـت لە هەردوو دیـوەکەی بزانیت و بەباشی لێی حالی بیت.

داتاشراو:

زانایـان زۆر شـەیدا و خولیـای "تـاقیکردنەوەی هـزری"ین، بە تـایبەت "ئاینشـتاین" کە یەکـێ بـووە لەمـانە. وا خەیـاڵ بـکە کە لەسـەر پردێـک وەسـتاوین، ژێـر پـردەکەش دۆڵـێکە، پاشـان ئەگەر لەسـەر پـردەکەوە بەردێـک بەڕەلا بکەیـن بـۆ نێـو دۆڵەکە، چـی ڕوودەدات؟ یەکـێ لە خـاڵە باشـەکانی تـاقیکردنەوەی هـزری، ئەوەیە کە پێوسـت ناکـات ئـێمە لەو شـوێنە بـین کە خەیـالی دەکەیـن. هەروەهـا دەتـوانین شـتگەلێکی ئەسـتەم بکەیـن وەک: وەسـتاندنی بەردەکە لە ناوەڕاسـتی هەڵـدانەکە یـان هەر مەودایەکـی دیـکە، یـانیش سـەیرکردنی بەردەکە بە شـێوەیەک کە کەوتـنە خـوارەوەکەی هێـواش بکەیـنەوە (وەک چـۆن هەنـدێ دیمەنـی فیـدیۆیی هێـواش دەکەیـنەوە) لە مەودایەکی دیاریکراو یان کاتێکی دیاریکراو.

بەپێـــی تیـــۆرییەکەی نیـــوتن لە مەڕ 'کێشـــکردن'، بەردەکە دەکەوێـــتە خـوارەوە. لەمەشـدا هـیچ شـتێکی سـەرنجڕاکێش و لە ناکـاو بـوونی نیـیە، چـونکە بەردەکە بەهـۆی هێـزی کێشـکردنی زەوی، کـێش دەبێـت و خێرایـی کەوتنەخوارەوەشـــی خێراتـــر و خێراتـــر دەبێـــت، لێـــرەش شـــتێکمان بە دەسـتەوەیە کە کـاتگرە بـۆ گـرتنەوەی کـاتی خـایەنراوی؛ کەوتـنە خـوارەوەی بەردەکە. یەکێکـی تـر لە باشـییەکانی تـاقیکردنەوەی هـزری، پەراوێزخسـتن و ئیهمـــالکردنی هۆکـــارە ئالۆزکەرەکـــانە لە مەڕ تـــاقیکردنەوەکە، وەک هۆکاری 'بەرگری هەوا'.



خێرایـــی بەردەکە چەنـــدێکە لە سـاتێکی دیـاریکراودا؟ کـاتێ کە دەڵێـین کاتگرەکەمـــان لە ســـاتی هەنـــووکەیی کەوتنەخـــوارەوەی بەردەکە 3 چـــرکەی تۆمـــــارکردییە، ئەوا لەو ســـــاتەدا خێرایـــی بەردەکە چەنـــدە؟ چـــۆن دەتـــوانین خێـــراییەکەی لەم ســـاتە بـــدۆزینەوە؟ بەدڵنیـــایی دەتـــوانین کە ناوەنـــــدە خێرایـــی بپێـــوین بەڵام کێشـــەکەی ئـــێمە 'پێـــوانی خێرایـــی بەردەکەیە لە ســـاتێکی هەنـــووکەیی'. مـــادام ئەمە تـــاقیکردنەوەیەکی هـــزرییە، بـــۆ بەردەکە نەوەســـتێنین لە شـــوێنێکی نێـــو هەوا-بۆشـــایی و پاشـــان لێـــی گەڕێـــن بەردەکە بە دوورییەکـــی کەم بەربێـــتەوە بەگـــوێرەی بەشـــێکی زیـــاتری چـــرکەیەک؟ ئەگەر بێـــت و ئەو دووریـــیە زێـــدەکییە بەســـەر کـــاتە زێـــدەکە دابەش بکەیـــن، ئەوا ناوەنـــدە خێرایمـــان دەســـت دەکەوێـــت لە ماوەکـــاتێکی دیـــاریکراو. تـــاکو مـــاوەی کـــاتەکە بچـــوک و بچـــوکتر بکەیـــنەوە، ئەوا ناوەنـــدە خێرایـــی نزیکتـــر و نزکیتـــر دەبێـــتەوە لە خێرایـــی هەنـــووکەیی بەردەکە لەو شـــــوێنەی کە بەردەکەمـــــان وەســـــتاندووە. ئەم پرۆســـــەی لێکنزیکبوونەوەیە، ئەو بیرۆکە بنچینەیەیە کە لە پشت کاڵکێڵەسەوە هەیە.

لەم کارەدا ڕەنگە فریو بخۆین بەوەی کە ماوە کاتەکە ئەوەندە بچوک بکەینەوە، بکاتە سفر! بەڵام لەم تاقیکردنەوە هزرییە، بەردەکە بە هیچ شێوەیەک نەجوڵاوە. بەردەکە لەم بارەی ئێمە سەرنجماندا، نە دوورییەک دەبڕێت، نە کاتیش دەبا. ئەمەش ڕەنگە ناوەندە خێراییەکەی بکاتە 0/0 کە بیرکاریزانی ئێرانی 'بیشۆب بیرکیلی' بە شێوەیەکی ناودارانە فرۆزەی دەکات بە 'تارمایی مردنی چەندێتییەکان'. ئەم دەربڕینەش ناتواندرێت بخەملێندرێت- لە ڕاستیدا هیچ واتایەکی نییە. بەگرتنەبەری ئەم ڕێگایە، ئەوا بەرەو ناوچەی سەخت و دژواریی ژمارەیی ئاراستە دەبین.

چوون بەرەو قووڵایی، پێوستمان بە هێما دەبێت بۆ قسەکردن لە بارەیانەوە. وردترین ڕێسا لە مەڕ ئەو دوورییەی کە شتێک تێیدا بەردەبێتەوە y لەگەڵ ئەو کاتەی دەیبات x بڕیتییە لەم هاوکێشەی خوارەوە کە لەلایەن 'گالیلۆ' ڕۆنراوە:

$$y = 16 \times x^2$$

لە هاوکێشەکە 16 دەردەکەوێت، لەبەر ئەوەیە کە لەم پێوانەکارییەدا، پێ و چرکە وەک دوو یەکە هەڵبژێردراون. ئێستاکە ئەگەر بپرسین: بەردەکە لە 3 چرکەدا چەند پێی بڕییە؟ ئەوا لە هاوکێشەکە لە بڕی x دەنووسین 3 واتە $x = 3$ پاشان: پێ $y = 16 \times 3^2 = 144$. بەڵام چۆن دەتوانین خێرایی بەردەکە بدۆزینەوە کە؛ کاتێ کەوتنە خوارەوەکەی 3 چرکەی خایاندییە؟

با هەندێ قوڵتر بینەوە، ئەگەر $x = 3.5$ کە ئاماژەیە بۆ نیو چرکە زیاتر لە کاتی پێشوو کە 3 چرکە بوو، ئەوا با ببینین کە بەردەکە چەندە دووری دەبڕێت لە نێوان 3 بۆ 3.5 چرکە. لە باری 3.5 چرکە بەردەکە: پێ $y = 16 \times (3.5)^2 = 196$ دووری دەبڕێت. سا لە نێوان 3 و 3.5 چرکە، بەردەکە: پێ $196 - 144 = 52$ دووری بڕییە. لەبەر ئەوە خێرایی بڕیتییە لە دووری دابەشی کات، ئەوا ناوەندە خێرایی ئەو ماوەکاتەی کە ئێمە هەمانە بڕیتییە لە: پێ $\frac{52}{0.5} = 104$ لە هەر چرکەیەک. ئەمەش ڕەنگە نزیک بێت بۆ خێرایی هەنووکەیی لە کاتی خیانراوی 3

چــرکە $x = 3$، بەلام ڕەنــگە تــۆی خــوێنەری بڵێــی کە: کــوا 0.5 چــرکە بچــوکە. بە دووبــارە کــردنەوەی ئەم پرۆســـەی ســـەرەوە بە بچــوکردنەوەی کــاتەکە، بــۆ نمــونە 0.05 چــرکە، ئەوا دەبینــین کە دووری بــڕدراو دەکــاتە پێ $148.84 - 144 = 4.84$ کە ئەمەش ناوەنـــــــــــدە خێرایـــــــــــــی پێ $\frac{4.84}{0.05} = 96.8$ دەداتـــێ لە هەر چـــرکەیەک. کە ئەمەش لە ڕاســـتیدا ڕەنـــگە نزیک بێت لە خێرایی هەنووکەیی بەردەکە لە 3 چرکەدا ($x = 3$).

ئێســـتا پێوســـتە کە مـــامەڵە لەگەڵ پرســـێکی ســـەختر و گشـــتی تـــر بکەیـــن. پرســـەکە ئەوەیە کە ناوەنـــدە خێرایـــی بەردەکە بـــدۆزینەوە لە نێـــوان x چـــرکە و $x + h$ چـــرکە. بـــۆیە کە ئێســـتا هێمـــا هـــاتە نـــاو باســـەکە، هاوکێشـــەکە پێشوو لە مەڕ دۆزینەوەی ناوەندە خێرایی، بەم شێوەیەی لێدێت:

$$\frac{16(x+h)^2 - 16x^2}{h} = \frac{16x^2 + 32xh + 16h^2 - 16x^2}{h}$$

$$= \frac{h(32x + 16h)}{h}$$

$$= 32x + 16h$$

ئـێمە تـا بکرێـت h زۆر بچـوک دەکەیـنەوە، بەجۆرێـک بچـوکی دەیکەیـنەوە، هەر ئەوەتەیە ناکـــاتە ســـفر، هەر ژمـــارەکیش زۆر زۆر بچـــوک بێـــت و لێکـــدانی ژمـــارەیەکی تـــر بکرێـــت، ئەوا ئەنجـــامەکەی ئەمـــیش زۆر بچـــوک دەردەچێـت، ئـێمە لە بیرکـاری دەڵێـین، h ئەوەنـدە بچـوک وەردەگـرین، وەک ئەوە وایە ســفر بێــت. بــۆیە کە h بەهــاکەی لە ســفر زۆر نزیــک بێــت، ئەوا $16h$یــش زۆر لە ســفر نزیــک دەبێــت، بــۆیە ئــاخر دەرئەنجــام کە بەدەســتمان دەگات، تەنیا $32x$ی دەمێنێتەوە، بەمەش دەگەینە $v = 32x$.

کاتێــک v بــریتییە لە تــاودانی هەنــووکەیی بەردەکە لە چرکەســاتی x بــۆ نمـــونە ئەگەر بمـــانەوێ تـــاودانی هەنـــووکەیی بەردەکە 1 چـــرکە دوای کەوتـــنە خـــوارەوەی $x = 1$ بـــزانین، ئەوا: پێ $v = 32(1) = 32$ لە هەر چرکەیەک. لە دوای 3 چرکەدا: پێ $v = 32(3) = 96$ لە هەر چرکەیە.

ئێســـــتا ئەگەر بەراوردکـــــارییەکی ڕووکـــــاری لە هاوکێشـــــەی گـــــالیلۆ $y = 16x^2$ لەگەڵ هاوکێشەی دۆزینەوەی تاودان $v = 16 \times 2x$

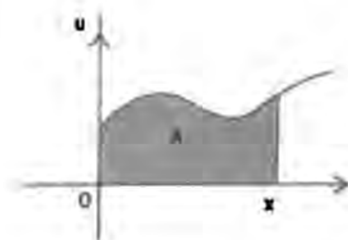
بکەین، دەبینین کە گۆڕانکاریی تەنیا لە شتێک ڕوویداوە، ئەویش x^2 ،ووە بە $2x$. کە ئەمەش کاریگەری داتاشراوەیە. بۆیە ئێستا داتاشراوەی $u = x^2$ بریتییە لە $u' = 2x$. لە ئێستادا، داتاشراوەی u بە u' یان بە $\frac{du}{dx}$ دەنووسین، کە ئەمەش لە ڕاستیدا لە لایەن "لایبنیتز" داهێندرا و بەکارهات.

u	du/dx
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
x^4	$4x^3$
x^5	$5x^4$
...	...
x^n	nx^{n-1}

کەوتنە خوارەوەی بەردەکە تەنیا نمونەیەک بوو، ئەگەر بیت و دەستەواژە و دەربڕینی دیکەشمان هەبێت، ئەوا دەتوانین هەژماری داتاشراوەکەی بکەین. لە دۆزینەوەی داتاشراوەی هەر جۆرە نەخشەیەک، ئەوا ڕێک و پێکییەک دەبیندرێت. بۆ نمونە داتاشراوەی $y = 2x^3$ دەکاتە ـوانەکە جارانی هاوکۆلکەی x و، دواتر توانەکە کەم یەک، ـەم شێوەیە: $y' = 3 \times 2x^{3-1} = 6x^2$. وەک لەم خشتەی سەرەوە دەردەکەوێت.

تەواوکاری:

یەکەمین سوود وەرگرتن لە تەواوکاری، دۆزینەوەی ڕووبەر بوو. دۆزینەوەی ڕووبەری ناوچەیەک لە ژێر هێڵێکی چەماوەیی کە پانتاییەک داگیر دەکات و دەیخاتە نێو سنورێک. دۆزینەوەی ڕووبەری ئەو ـاوچەیەش، وا ئاسان نییە وەک دۆزینەوەی ڕووبەری شێوە زانراوەکانی وەک بازنە و سێگۆشە و ئەوانەی کە دەیانزانین. بەڵکو بیرۆکەی ـەواوکاری ئا لێرە، دۆزینەوەی ڕووبەری شێوەیەکی نارێکە کە ڕاستەوخۆ ناتوانین بێین ڕووبەرەکەی بدۆزینەوە، بۆ ئەم مەبەستەش، دبین ئەو ناوچەی هەمانە دەیکەینە لاکێشەی زۆر بچوک بچوک، لە دوایدا ڕووبەری هەر یەک لەم لاکێشە بچوکانە دەدۆزینەوە، پاش ئەوە، ڕووبەری هەموو پارچەکان کۆدەکەینەوە و ڕووبەری گشت ناوچەکەمان ـەست دەکەوێت. هێمای تەواوکاری لە پیتی s هاتووە کە لە sum وەرگیراوە و بە واتای سەرجەم دێت، کە ئەمەش لە ڕۆنانەکانی لایبنیتزە،



ئەوە نەبێت کەمێک کەکە بە درێژتر نووسراوە و بووە بە $\int$. ڕووبەری هەر یەک لە پارچە لاکێشەکان بریتییە لە udx، بۆیە ڕووبەر A ی ژێر چەماوەکە لە 0 بۆ x دەکاتە :

$$A = \int_0^x u\,dx$$

کە u بریتییە لە چەماوەکە و نەخشەیەک دەنوێنێت. ئەگەر $u = x^2$ چەماوەکە بێت، ئەوا ئەو لاکێشانەی کە لە ژێر چەماوەی نەخشەی $u = x^2$ دروست دەکەین و ڕووبەری ناوچەکەمان دەداتێ. ئێمە بەجۆرێک ڕووبەری گشتی دەدۆزینەوە، کاتێ کە نزیک لە ناکۆتا لاکێشە لە ژێر چەماوەکە دروست دەکەین، بە واتایەکی دیکە، لاکێشەکان بەرزییەکەیان ژمارەیەک ئەوەندە بچوک نییە، بەڵام پانی لاکێشەکان ئەوەندە بچووکە، هەر ئەوەتە سفر نییە، تەنیا ئەوە نەبێت کە بە $limit$ لە سفر نزیکی دەکەینەوە، ئەمەش لەبەر ئەوەی تا لاکێشەی زیاتر وەربگرین، ئەوا ئەنجامەکان وردتر و باشتر دەبێت، ئێستا:

$$A = \frac{x^3}{3}$$

بۆ نەخشەکانی دیکەش، دەتوانین تەواوکارییان بۆ بدۆزینەوە، بەڵام ڕەنگە هەموو کات وا ئاسان نەبێت، یانیش ڕەنگە هەر نەتوانین تەواوکارییەکەی بدۆزینەوە. وەک چۆن لە دۆزینەوەی داتاشراوە، شێوازێکی ڕێک و پێک بەدیکرا، لێرەش بۆ هەندێ جۆری نەخشە، ڕێک و پێکییەک دەبیندرێت، تەواوکاری نەخشەی هێڵی دەکاتە: توانی x ەکە کۆی 1، دابەشی توانی نوێ. وەک لەم خشتەی خوارەوە دەردەکەوێت، بۆ نموونە:

$$A = \int 2x^3 dx = \frac{2x^{3+1}}{3+1} = \frac{2x^4}{4} + c$$

ئەنجامە درەوشاوە و جوانەکە:

ئەگەر بێت و داتاشراوەی $A = \frac{x^3}{3}$ وەربگرین، دەبینین uمان دەست بکەوێتەوە کە دەکاتە $u = \frac{3}{3}x^2 = x^2$. داتاشراوە پێچەوانەی تەواوکارییە. لێکۆڵینەوەش لە مەڕ ئەم سەرنج و تێبینی کردنە لە نێوان داتاشراوە و تەواوکاری، بیردۆزێکی سەرەکی لە کالکیلەس سەرئاو خست کە ناسراوە بە "بیردۆزی سەرەکی کالیکولەس" کە یەکێکە لە گرینگترین بیردۆزەکان لە هەموو بیرکاریدا.

u	$\int_0^x u\,dx$
x^2	$x^3/3$
x^3	$x^4/4$
x^4	$x^5/5$
x^5	$x^6/6$
...	
x^n	$x^{n+1}/(n+1)$

بەبێ بوونی کالکیلەس، مانگی دەستکرد لە ئاسمانەکان و خولگەکانی بۆشایی ئاسمان بوونی نەدەبوو، تەنانەت هیچ بیردۆزێکی ئابوری لە گۆڕێ نەدەبوو، بگرە کە زانستی ئاماریش گەلێ قورس و چەتوون دەبوو. بۆیە لە هەر شوێنی "گۆڕان" هەبوو، ئەوا بێ شک، کالیکولەسیش لەوێ دەبینین.

گورتەی بیرۆکەکە
بەرەو سنورەکە

کارنامە

450 پ.ز	1660-1670s	1734
"زینۆ"[1] بە پارادۆکسە پێکەنیناوییەکانی بیرۆکەی "نزیکبوونەوە"ی خستە ڕوو.	"نیوتن و لایبنیتز"[2] یەکەم هەنگاویان نا بۆ کالیکولەس.	"بیرکیلی"[3] لاوازییە سەرەکییەکانی تیۆرییەکەی چارەسەکرد.
1820	**1854**	**1902**
"کۆشی"[4] تیۆرییەکەی بە ڕێگایەکی زۆر ورد و ڕێک، پێگە قایم کرد.	"ڕیمان"[5] تەواوکاری ڕیمانی دۆزییەوە و بە ناوی خۆیەوە نرا.	"لیبیگ"[6] تیۆرییەکی جیاوازی داڕشت بۆ هەژمارکردنی تەواوکاری.

---

[1] *Zeno*

[2] *Newton and Leibniz*

[3] *Berkely*

[4] *Cauchy*

[5] *Riemann*

[6] *Lebesgue*

20 دروستکردن

سەلماندنی دەستەواژەیەکی نەرێنی، کارێکی سەخت و تاقەت پڕوکێنە، بەڵام هەندێ لە مەزنترین سەرکەوتنەکانی بیرکاری پێکدێنێت. مەبەست لە سەلماندنی دەستەواژەیەکی نەرێنی، سەلماندنی شتێکە لە بارەی نەبوون یان جێبەجێنەبوونی سیفەتێک یان شتێک بەسەریدا. وەک بازنە بکەینە چوارگۆشەیەک؛ کە ئەمە شتێکی ئەستەمە و بشفڕێتن هەر نابێت! بەڵام چۆن ئەمە بسەلمێنین؟

یونانییەکان لە کۆندا، چوار پرسی گرینگیان دارشت:

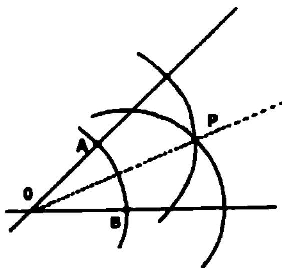
1. سێلەتکردنی گۆشە (گۆشەیەک بکەیتە سێ بەشی یەکسان).
2. دووهێندەکردنی شەشپاڵوو (لە شەشپاڵووەک، دوو شەشپاڵووی دیکە دروست بکەی کە قەبارەی دوو شەشپاڵووەکە بکاتەوە قەبارەی شەشپاڵووەکەی سەرەتا).
3. دووجاکردنی بازنە (دروستکردنی چوارگۆشەیەک کە هەمان ڕووبەری بازنەیەکی دیاریکراوی هەبێت).
4. دروستکردنی چەندلایەکان (دروستکردنی شێوە ڕێکەکان بە هەبوونی لای یەکسان و گۆشەی یەکسان).

بۆ جێبەجێکردنی ئەرکەکەیان لە هەمبەر سەلماندنی ئەم شتانە کە دیوێکی ئەندازەیی هەیە، تەنیا چەند کەرەستەیەک و شتێکی کەمیان بەکارهێنا:

- لێوارێکی ڕاست بۆ کێشانی هێڵی ڕاست و دروست.
- دوو پرگال بۆ دروستکردنی بازنەکان.

ئەگەر حەز دەکەی بە قەدی شاخێک هەڵگەڕێی بەبێ بوونی: گوریس، ئۆکسجین، مۆبایل و کەرەستە پێوستەکانی دیکە، ئەوا ئەم بابەتە بەڕاستی و بێگومان سەرنج ڕاکێشە! بەبێ بوونی کەرەستە پێوانەییە هاوچەرخەکان، هونەرە بیرکارییەکان وا پێوستی کردبیە سەلمێنەی بۆ بکرێت، هەمان ئەو پرسانە کە بەهۆی کەرەستەگەلێکی بیرکارییانە ساغکرانەوە، ئەوا لە سەردەمی نوێ و لەسەدەی نۆزدەهەم، بە شێوەیەکی تازە بەهۆی ئەو شێکردنەوانەی لە سەر بابەتە بیرکارییەکانەوە دەدران، جەبریش لەلایەک کە پانتاییەکی بەرفراوانی داگیر کردبوو، دووبارە ئەم پرسانە تاوتوێکرانەوە بە شێوەیەک دوور لە بەکارهێنانی هونەر و کەرەستە بیرکارییەکان.

دوولەتکردن و سێلەتکردنی گۆشە:



دوولەتکردنی گۆشەیەک

ڕێگایەک هەیە بۆ ئەوەی کە گۆشەیەک دابەشی بکەی بۆ دوو گۆشەی بچوکتر و یەکسان، یان بە واتایەکی دیکە، دوولەتی بکەی. لەو وێنەی تەنیشت، دەبینین کە خاڵی پرگاڵەکە بریتییە لە O، پاشان پرگاڵەکە دەکەینەوە- بە هەر نیوەتیرەیەک بێت کێشە نییە- پاشان پرگاڵەکە دەجوڵێنین تا هەردوو تیشکەکە دەبڕێت A و B. پرگاڵەکە بە هەمان نیوە تیرە لەسەر خاڵی A دادەنێین و بازنەیەک دەکێشین، پاشان بۆ خاڵی Bیش بە هەمان شێوە، دەبینین لە هەنگاوی دووەم و سێیەم، دوو نیوە بازنەکە لە شوێنێک بە یەکتر دەگەن، ئەو شوێنە ناو دەنێین P. پاشان بە کێشانی ڕاستەهێڵێک لە خاڵی O بۆ خاڵی P، ئەوا دوو شێوەی وەک یەکمان دەست دەکەوێت، ئەوانیش سێگۆشەی AOP و BOP کە تەواو یەکسانن و هەمان گۆشەشیان هەیە. تا لێرەدا ڕاستەهێڵی OP ئەو هێڵە لەتکەرەیە کە سێگۆشەی AOBی

كـردە دوو بەشـی یەكسـان، بە واتـایەكی دیـكە، دوو گۆشـەی یەكسـان. گۆشەیەک لەتكرا بۆ دوو گۆشەی یەكسان تەنیا بەهۆی دوو كەرەستە.

ئـاخۆ ئـێمە دەتـوانین هەمـان ئەم شـێوازەی سـەرەوە، یـان هەر رێگـایەكی دیـكە بەكـاربێنین بـۆ ئەوەی كە گۆشـەیەكی (گۆشـەیەكی هەرەمەكـی) دابەش بكەیـنە سـەر سـێ گۆشـەی بچـوكتری یەكسـان؟ ئەمە ئەو پرسـەیە كە ناسراوە بە "سێلەتكردنی گۆشە بە یەكسانی".

ئەگەر گۆشـەكەمان 90 پـلە بێـت، واتە گۆشـە وەسـتاو، ئەوە روونە كە ئەتوانین و هـیچ كێشـەیەک لەمەدا نییە، چونكە دەتـوانین سـێلەتـی بكەیـن بـۆ سـێ گۆشـەی بچـوكتر كە هەریەكەیـان 30 پـلە دەبێـت. بەڵام چـی ئەگەر گۆشـەكە 60 پلە بێـت؟ ئەم گۆشـەیە سـێ لەت ناكرێـت، لەلایەک كە ئەزانـین كە گۆشـەكە دابەشـی سـێی بكەیـن، سـێ 20ی لـێ دروسـت دەبێـت، هـیچ كێشـەیەک لەمەدا نیـیە، بەڵام كێشـەكە ئەوەیە نـاتوانین بەبەكارهێنـانی تەنیـا راسـتەهێڵ و پرگـال ئەم كـارە بكەیـن. بـۆیە لەمەوە دەگەیـنە پـوختەی بابەتەكە:

- دەتوانی هەموو گۆشەیەک دوولەت بكەی لە هەموو كاتێكدا.
- دەتـوانی هەنـدێ گۆشـە سـێلەت بـكەی لە هەمـوو كاتێكـدا، بەڵام هەندێ گۆشەش هەن كە ناتوانی سێلەتیان بكەی لە هیچ كاتێكدا.

پرسـێكی هاوشـێوەی سـەرەوە كە بە "كێشـەی دیلیـان" ناسـراوە، كێشـەیەكە لە مەڕ دەرهێنـانەوەی شەشـپاڵووەک لە دوو شەشـپاڵووی دیـكەی بچـوكتر. ئەم پرسـە دەگەڕێـتەوە بـۆ هـاوڵاتییەكی نـاوچەی دیلـۆس لە یۆنـان، كە ڕاوێـژی بە فـاڵچییەک كردبـوو تـاكو چـۆن فێـری ئەوە بێـت كە ئەم نەخۆشـی و درمەی كە هەبـووە لەو كـاتە، بەسـەریدا زاڵ بێـت. فـاڵچییەكە لە وەڵامـدا پێـی گوتبـوو: دوو شەشـپاڵوو دروسـت بكـات لە شەشـپاڵووەک؛ كە قەبـارەی دوو شەشـپاڵووەكە بكـاتەوە قەبارەی شەشپاڵووە گەورەكە.

وا خەیـاڵ بـكە كە دیلیـان بـۆ كردنـی ئەم كـارە، بە شەشـپاڵووەكی سـێ دووری دەسـت پێـدەكات، كە درێـژی هەرسـێ دووریـیەكەی، درێـژی،

پانی و بەرزی یەکسانە. با بڵێین کە درێژییان دەکاتە a. ئێستا دەمانەوێ شەشپاڵووەکی دیکەی گەورەتر دروست بکەین b کە قەبارەی ئەو شەشپاڵووە دەکاتە دوو ئەوەندەی ئەو شەشپاڵووە بچووکەی کە درێژی لایەکانی aیە. هەنکانە قەبارەی شەشپاڵووە بچووکەکە دەکاتە a^3 و قەبارەی شەشپاڵووە گەورەکە دەکاتە b^3، بە پێی مەبەستەکەمان $b^3 = 2a^3$ یان $b = \sqrt[3]{2} \times a$ کاتێک $\sqrt[3]{2}$ بریتییە لە لێکدانی ژمارەیەک سێ جار لەخۆی کە ئەنجامەکەی بکاتە 2 (ڕەگی سێجا). ئەگەر درێژی لایەکانی شەشپاڵووە ڕەسەنەکە بکاتە یەک $a = 1$، ئەوا درێژی لایەکانی شەشپاڵووە داواکراوەکە دەکاتە $\sqrt[3]{2}$، پاشان دیلیان دەبێت لەسەر هێڵێک $\sqrt[3]{2}$ بکێشێت و دیاریبکات. بەڵام بە داخەوە کە ئەم کارە ئەستەمە تەنیا بەبەکارهێنانی ڕاستەهێڵ و پرگال بکرێت! گرینگیش نییە کە تۆ چەندە زیرەک و لێهاتووی، بەڵام بشفری ناتوانی ئەم شەشپاڵووە بەو درێژی و بەرزییە و پانییەی کە هەیەتی، دروست بکەی.

دووجاکردنی بازنەیەک (ڕووبەری بازنەیەک لە ناو چوارگۆشەیەک جێ بکەیتەوە):

ئەم پرسە تۆزێ جیاوازترە لە پرسەکانی دیکە و ناوادارترە لە هەموو پرسەکانی دیکە لە نێو پرسی دروستکردن و دارشتنەکان: دروستکردنی چوارگۆشەیەک کە ڕووبەرەکەی یەکسان بێت بە ڕووبەری بازنەیەکی دیاریکراو.

دەستەواژەی "دووجاکردنی بازنە" بووە بە دەربڕینێک کە هەمیشە بۆ شتی ئەستەم بەکاردێت. بۆ نمونە ئەگەر بە یەکی بڵێیت:

دووجاکردنی بازنە

بــاوەڕم وایە ڕۆژێــک بە دەســـتەکانم بفــڕم! تــۆش لە وەڵامیــدا ئەتوانیــت بڵێی: کاتی بازنە دووجا بکرێت!

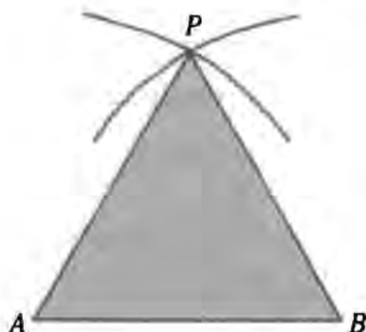
هاوکێشـــەی جەبـــری $x^2 - 2 = 0$ شــیکارێکی دیــاریکراوی هەیە کە بــریتییە لە $x = \pm\sqrt{2}$ کە ئەم شــیکارانەش شــیکارێکی نــاڕێژەین (واتە بە شــــێوەی کەرت نانووســــرێت)، بەڵام پیشــــاندانی ئەوەی کە بــــازنە ناتوانــدرێت بکــرێتە چوارگۆشـــە، وەک ئەوە وایە کە π ناتوانێــت ببێــتە شــیکار بــۆ هاوکێشــەیەکی جەبــری. ژمــارەی نــاڕێژەیی لەم شــێوەیە کە ئەم ســیفەتەی هەیە، پێــی دەوترێــت ژمــارەی نــاجەبری، ئەمەش لەبەر ئەوەی کە ڕێژەیــی یــان ڕەنگــی نــاڕێژەیی بــوون لەم ژمــارانە تــۆخترە وەک لە ژمــارە ڕێژەییەکــانی دیــکە، بــۆیە ڕەنگــی نــاڕێژەیی π تــۆخترە وەک لە ناڕێژەیی $\sqrt{2}$.

بیرکاریزانەکــان لە ســـەرەتادا باوەڕیـــان وا بـــوو کە π ژمـــارەیەکی جەبـــری نیـــیە، بەڵام ئەمە لە ســـەرەتادا وەک مەتەڵێـــک وابـــوو، کە ســـەلماندنی شــتێکی زۆر ســـەخت و گــران بــوو، بەڵام کــاتێ "فریدینانــد ڤــۆن لینــدمان" گۆڕانکــارییەکی لەو هــونەرە کــرد کە "چــارلس هێرمیــت" بە پێشــەنگی کــارەکە ناســرا بــوو، هێرمیــت ئەم هــونەرەی بەکارهێنــا بــۆ ســـەلماندنی هەنــدێ کێشـــەی قەبــارە بچــوکتر بە بەراورد بە کێشـــەی نــاجەبری بــوونی پــای. یەکــێ لەو شــتانەی کە ســەلماندی، بریتیــی بــوو لەوەی کە بنچینەی لۆگاریتمی سروشتی e ژمارەیەکی ناجەبرییە.

داوبەدوای ئەنجـــامەکەی لینـــدمان، ڕەنـــگە وا بیـــربکەینەوە کە پرکــردنەوەی پەڕێــک یــان دووان لەمەڕ بەزانــدن و زاڵبــوون بەســـەر کــۆکراوەی هەردوو وشــەی "بــازنە-چوارگۆشــە"، بــابەتەکە بێــت، بەڵام هەمــوو شــتەکە ئەمە نیــیە. هەتــاکو ئێســتاش بە شــێوەیەکی ناڕاســتەوخۆ و لابەلا لە بیرکاریــدا، دوودڵــن لە پەســـەندکردنی لــۆژیکی ســـەلماندن، بگرە هەندێکیان هەر گوێشی پێنادەن.

دروستکردنی چەندلایەکان:

ئەوە ئیقلیـد بـوو کە پرسـی دروسـتکردنی چەنـدلایەکی ڕێکـی هێنـایە بەربـاس. چەنـدلایەکان شـێوەیەکە کە لە چەنـدلایەکی هـاوجووت و یەکسـان دروسـت دەبێت، وەک چوارگۆشـە یـان پێنج گۆشـە کە درێـژی لایەکـانی یەکسـانن و ئەو گۆشـانەی کە هەر P پـێکەوە دروسـتی دەکەن، ئەوانـیش یەکسـانن.



ئیقلیـد لە کـارە بەنـرخەکەی لە پەرتـوکی ژمـارە 4ی 'بنەماکـان' پیشـانی داوە کە چـۆن چەنـدلایەکانی وەک، سـێ، چـوار، پێـنج و شـەش لا دروسـت دەکرێـت تەنیـا بەکارهێنـانی دوو کەرەسـتەی سـادە و سـەرەتایی (ڕاسـتە و پرگال).

چەنـدلایەک کە سـێ لای هەبێـت، ئەوا ئەو شـێوە ئەنـدازەییە کە پێـی دەوتـرێ 'سێگۆشـەی سـێ لایەکسـان' کە ئەمەش زۆر ئاسـانە بـۆ دروسـتکردن بەهـۆی چەنـد کەرەسـتەیەکی سـانا. ئێسـتا دوو خـاڵ دیـاری بـکە بە ناوەکـانی A و B کە مەودایەک لە نێـوان ئەو دووخـاڵە هەبێـت، پاشـان پرگـاڵەکە بە قەد مەودای نێـوان خـاڵی A و B بـکەوە، پاشـان نـوکی تیـژی پرگـاڵەکە بـخەرە سـەر خـاڵی A و بـازنەیەک بکێشـە، پاشـان نـوکی تیـژی پرگـاڵەکە بخـرە سـەر خـاڵی B و بـازنەیەکی تـر بکێشـە، دەبینـین کە دوو بـازنەکە لە دوو شـوێنێک یەکتـری دەبـڕن (ئەگەر دوو بـازنەی تەواو دروسـت بـکەی)، ئێسـتا یەکێـک لە یەکتربڕینەکـان (سـەرەوە یـان خـوارەوە) بە کەیفـی خـۆت نـاوی بنێ، بـا بلێـین P، پاشـان A و B بە خـاڵی P دەگەیەنـین و سێگۆشـەیەکی سـێ

لا یەکسانمان بۆ دروست دەبێت کە ئەمە سێ لایەکەی دەبێت: $AB, AP \& BP$.

ئەگەر پێت وایە هەبوونی راستەهێڵێک لە سەرەتادا وەک شتێک لە رابواردن وایە، ئەوا هەر تۆ ئەم بۆچوونەت نییە و بەتەنیا نیت، بەڵکو 'دان جۆرج مۆهر'یش هەمان بۆچوونی تۆی هەبووە. سێگۆشەی سێ لایەکسان تەنیا بە دۆزینەوەی خاڵێک P دروست دەبێت، ئالێرەش هەموو ئەوەی پێوستمانە، تەنیا پرگالێکە. ئالێرە ئەو هێڵە راستانەی کە باسی دەکەین، تەنیا بۆ بەیەکبەستنەوەی خاڵەکان بە کارهاتووە.

شازادەیەک لە دایکبوو

کارل گاوس بە کارەکەی خۆی کاتێ کە پیشانی دا دەکرێت 17لایەکی رێک دروستبکرێت، زۆر سەرسام بوو، لەو ساتەوە گاوس بریاریدا واز لە خوێندنی زمان بهێنێت و ببێتە بیرکاریزان، ئێستا وا دەبینین کە گاوس ناسراوە بە "شازادەی بیرکاریزانەکان".

'مۆهر' پیشانی دا کە هەر دروستکردنێک دەتواندرێت بێنتە بوون بەهۆی هەبوونی هێڵێکی راست و پرگالێک. بیرکاریزانی ئیتالی 'لۆرینزۆ ماسچرینۆ' 125 ساڵ دواتر هەمان ئەنجامی سەلماند.

پرسەکە بە شێوەیەکی گشتی، دروستکردنی چەندلایەکانە کاتێ p ژمارەی لایەکان بێت، کە p ژمارەیەکی سەرەتایی (خۆبەش) ە، ئەوا لەم بارەدا بابەتەکە زۆر گرینگ و تایبەت دەبێت. ئێمە زۆر بە ئاسانی سێ لامان دروست کرد (سێگۆشەی سێ لا یەکسان)، هەروەها ئیقلید 5 لاشی دروستکرد، بەڵام نەیتوانی 7 لایەکی رێکی لایەکسان دروست بکات. لێکۆڵینەوە و پشکنین لە مەڕ ئەم کێشەیە بەردەوام بوو، تا بیرکاریزانی ناودار 'گاوس' لە تەمەنی 17 ساڵی هاتە مەیدانەکە و ئەم پرسەی یەکلاکردەوە، بەڵام ئەنجامەکەی نەرێنی بوو، ئەوە بوو کە سەلماندی ناتواندرێت 7لای رێک، 11 لای

ڕێک یان 13لا دروست بکرێت و کارێکی ئەستەمە. بەڵام لە پاڵ ئەم کارەدا، گاوس سەلماندنێکی تری ئەرێنی خستە ڕوو، ئەویش ئەوە بوو کە دروستکردنی 17لایەک ڕێی تێدەچێت و دروست دەکرێت. لە دوایدا گاوس زیاتر بە نێو ئەم بابەتە قوڵ بۆوە و سەلماندی کە: دروستکردنی چەندلایەک کە p ژمارەی لایەکانە؛ دروست دەکرێت ئەگەر و تەنیا ئەگەر p لەسەر ئەم شێوازە بێت:

$$p = 2^{2^n} + 1$$

ژمارەیەک کە لە ڕێگەی ئەم یاسایەوە دروست دەبێت یان بەرهەم دێت، پێی دەوترێ "ژمارەکانی فیرمات". ئەگەر ئەم یاسایە کار پێ بکەین بۆ $n = 0, 1, 2, 3, 4$ ئەوا لە بەرامبەردا ئەم ژمارە سەرەتاییانەمان دەست دەکەوێت: $p = 3, 5, 17, 257, 65\,537$ کە ئەمانەش ژمارەیەکن؛ لەبار و شیاون بۆ دروستکردنی چەندلایەکان، واتە دروستکردنی چەندلایەک کە ئەمانە ژمارەی لایەکانی بێت، ئەستەم نییە و دەبێت. ئەگەر $n = 5$ ئەوا ژمارەی فیرماتەکە دەکاتە: $p = 2^{2^5} + 1 = 4{,}294{,}967{,}297$. فیرمات وای پێشبینی کردبوو کە هەموو ئەو ژمارەکان لەم یاسایەوە بەرهەم دێت، ژمارەی خۆبەشن، بەڵام بەداخەوە ئەو نموونەی سەرەوە خۆبەش نییە، بەم شێوەیەش پێشبینییەکەی فیرمات، هەر هێندەی بڵقی سەر ئاو خۆی گرت. ئەو ژمارەی سەرەوەش خۆبەش نییە چونکە: $4{,}294{,}967{,}297 = 641 \times 6{,}700{,}417$. ئەگەر $n = 6$ یان 7، ئەوا ژمارەی فیرماتی بەرهەمهاتوو زۆر گەورە دەردەچێت.

ئایا هیچ ژمارەیەکی تری فیرمان هەیە؟ تا ئێستا بەڕای زانایان و بیرمەندان، هیچ ژمارەیەکی دیکە بوونی نییە، بەڵام هیچ کەسیش دڵنیا نییە.

کورتەی بیرۆکەکە

ڕاستەیەک و جووتە پرگالێک بگرە دەست...

کارنامە

450 پ.ز

"ئەناکساگۆراس"[1] هەوڵی دا بازنە دووجا بکات، لەکاتێکدا لە زیندان بوو.

1672

"موهر"[2] پیشانی دا کە هەموو شێوە دروستکراوەکانی ئیقلید دەکرێت بە تاقە پرگالێک دروستبکرێن.

1801

"گاوس" لێکۆڵینەوەیەکی ژمارەیی بلاوکردەوە سەبارەت بە دروستکردنی 17لایەکی ڕێک تەنیا بە ڕاستەیەک و پرگالێک.

1837

"وانزل"[3] سەلماندی کە دابەشکردنی شەشپاڵووەک بۆ دوو شەشپاڵووی بچووک و سێلەتکردنی گۆشەیەک بۆ سێ بەشی یەکسان، ئەستەمە تەنیا بە ڕاستەیەک و پرگالێک بکرێت.

1882

"ليندمان"[4] سەلماندنی کە بازنە بە هیچ شێوەیەک دووجا ناکرێت.

---

[1] *Anaxogoras*

[2] *Mohr*

[3] *Wantzel*

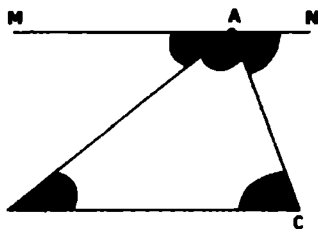
[4] *Lindeman*

21 سێگۆشەکان

ڕۆشـــنترین ڕاســـتی ســـەبارەت بە سێگۆشـــەکان ئەوەیە کە شـــێوەیەکی ئەنـــدازەییە، ســـێ لا و ســـێ گۆشـــەی هەیە ($Tri - angles$). زانســـتی سێگۆشـــەزانی، تیـــۆرییەکە بەکـــاری دێنـــین بـــۆ 'پێـــوانی سێگۆشـــەکان'، مەبەســـتیش لە پێـــوان، بـــریتییە لە پێـــوانی درێـــژی لایەکـــانی، گۆشـــەکانی و ئەو ڕووبەرەی کە دەکەوێـــتە نـــاو سێگۆشـــەکە- ئەو نـــاوچەیەی کە بە ســـێ لایەکەی دەوردراوە. لە نێـــو شـــێوە ئەنـــدازەییەکان، سێگۆشـــە ســـادەترین و ساناترین شێوەیە، لە هەمانکاتدا ئەوەنـدە پڕ بایەخە کە هەمیشـە بە نەمـری ئەمێنێتەوە و باس دەکرێت.

داستانی سێگۆشە:

لە مەڕ سێگۆشـــەکان، بەڵگەیەکـــی تونـــدوتۆڵ هەیە کە پیشـــانی دەدات: ســـەرجەمی هەرســـێ گۆشـــەکەی نـــاو سێگۆشـــە، دەکـــاتە 180 پـلە. لەم وێـنەی بەرامـــبەر، خاڵێکمـــان هەیە بە نێـــوی A، کە ســـەرێکە لە ســـەرەکانی هەر سێگۆشـــەیەک، پاشـــان دەتـــوانین ڕاســـتەهێڵێک بکێشـــن MAN کە تەریـــبە بە بنکەی سێگۆشەکە BC.



گۆشـــەی $A\hat{B}C$ کە پێـــی دەڵێـــین x یەکســـانە بە گۆشـــەی $B\hat{A}M$، ئەمەش لەبەر ئەوەی ئەم دوانە لابەلان. هەروەهـــا MN و BC ئەوانـیش تەریـبن بە یەکتـر. دوو گۆشـە جـووتەکەی دیـکەش یەکســـانن بە گۆشـــەی y. گۆشـــەی خـــاڵی A دەکـــاتە 180پـــلە (نیـــوەی 360 پـــلە) و $x + y + z$ بـــریتییە لە ســـەرجەمی گۆشەکانی ناوەوەی سێگۆشەکە.■

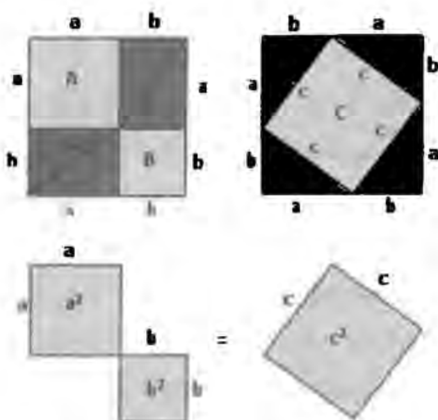
بەدڵنیاییەوە ئەو سێگۆشەی ئێمە باسی دەکەین، سێگۆشەیەکە کە لەسەر ڕوویەکی تەخت، وەک لەسەر ئەم کاغەزە، کێشراوە. دەتوانین سێگۆشە لەسەر ڕوویەکی چاماوەیی (وەک لەسەر تۆپێک) بکێشین، لەم بارەدا سەرجەمی گۆشەکانی ناوەوەی سێگۆشەکە ناکاتە 180 پلە، هەروەها دەشکرێت سێگۆشەیەک بکێشین کە دوو گۆشە وەستاوی هەبێت، بەڵام ئەمە لەسەر ڕوویەکی تەخت، شتەکی ئەستەمە و ناکرێت. ئەم جۆرە سێگۆشانە، تیۆرییەکی تر و چیرۆکێکی دیکەیە.

ئیقلید گەلێ بیردۆزی لە هەمبەر سێگۆشەکان سەلماند، هەمیشەش لە سەلماندنەکان دڵنیایی بەدی دەکرێت، چونکە سەلماندنەکان پشتی بە بەڵگەی لۆژیکی و هێزی بەستووە. بۆ نموونە پیشانی داوە کە: لە هەر سێگۆشەیەک، سەرجەمی دوولای سێگۆشەکە گەورەترە یان یەکسانە بە لایەکەی تری. ئەم بیردۆزەش ئەو شتەیە کە ئیمڕۆکە پێی دەڵێین 'لاسەنگەی سێگۆشەیی' کە بیردۆزێکی گرینگ و دیارە لە نێو بیرکاری پەتی.

بیردۆزی فیساگۆرس:

لە نێو هەموو بیردۆزەکانی سێگۆشە، بیردۆزی 'فیساگۆرس' جوانترین و مەزنترینە، یەکێکە لە سیما هەرە دیارەکانی بیرکاری هاوچەرخ لە ڕووی سوود لێ وەرگرتن. سەبارەت بە ناوەکەی، گومان هەیە کە ئەم بیردۆزە زۆر لە پێش فیساگۆرس بوونی هەبووە. ئەم بیردۆزە بە جەبرییانە زیاتر ناسراوە، کە ئەمە شێوە جەبرییەکەیەتی: $a^2 + b^2 = c^2$. بەڵام ئیقلید بە ئەندازەییانە ئەمەی خستۆتە ڕوو: لە سێگۆشەیەکی گۆشە وەستاو، دووجای ژێ، دەکاتە سەرجەمی دووجای بەنیشت و دووجای بەرامبەر.

ئیقلید لە پەرتووکی ژمارە 1ی بنەماکان، لە دەستەواژەی ژمارە 47، ڕاستی و بێ گرێ و گۆڵی ئەم بیردۆزە دەسەلمێنێت. ئەو سەلماندنەی ئەقلید، تا بڵێی جوان و ئاسان و ناوازەیە، کە بۆ قوتابییانی بازنەی



ناوەندی و ئامادەیی، هیچ گرانییەکی بۆ تێگەیشتن تێدا نییە. هەر سەبارەت بەم بیردۆزە، هەزاران سەلماندنی جیاواز بوونی هەیە بە شێواز و ڕێگای جیاواز. بەڵام سەلماندنەکەی ئیقلید بە ئازایەتی و توانایی هەڵدەسەنگێنین، چونکە ئەو 300 ساڵ بەر لە زایین ئەم کارەی کردەوە و ڕاستی و دروستی ئەم بیردۆزەی پێشکەش بە ئێمە کردووە.

لەم وێنەی سەرەوە سەلماندنێک خراوەتە ڕوو بە شێوەی ئەندازەیی، ئەم سەلماندنەش پێی دەوترێ "سەلماندن بەبێ وشە" واتە بەبێ ئەوەی بە وشە لێدوان لەمەڕ شتەکان بدەی. لێرە تەنیا بە وێنە شتەکان پیشاندەدرێت و ڕاستی و دروستی بیردۆزێک ساغدەکرێتەوە. لەم وێنەیەدا، چوارگۆشەیەک کە درێژی لایەکانی $a + b$ یە، بە دوو ڕێگای جیاواز دەتواندرێت دابەشبکرێت.

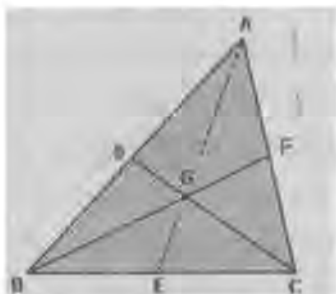
لەبەر ئەوەی چوار سێگۆشە تاریکەکە لە هەردوو چوارگۆشەکە هەیە، دەتوانین لایانبەرین، پاشان دەبینین کە هێشتا ڕووبەرەکەیان یەکسانە، ئەگەر سەیری ئەو ڕووبەرە بکەین کە لە شێوەکان ماوەتەوە، ئەوا ئەم شیوانەی خوارەوەمان دەداتێ.

$$a^2 + b^2 = c^2$$

هێڵی ئۆیلەر:

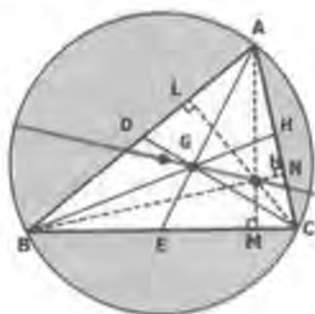
سەبارەت بە سێگۆشەکان، سەدان دەستەواژە لە گۆڕێیە. یەکەمیان: با بیر لە ناوەڕاستی هەر لایەک لە لایەکانی سێگۆشەیەک بکەینەوە. وادانێ کە ABC هەر سێگۆشەیەک بێت و ناوەڕاستی هەر یەک لە لایەکانی $D, E \& F$ بێت. ئێستا B بە F بگەیەنە، وە C بۆ D. پاشان هێڵی FB

و DC لەکوێ یەکتریان بڕی، نیشانەی بکە و ناوی بنێ، بۆ نموونە ناوی دەنێین G (سەیری وێنەی تەنیشت بکە)، ئێستا ئەگەر بێین A بە E بەیەکتر بگەیەنین، ئایا هێڵی AE بە G تێپەڕ دەبێت؟ لە ڕاستیدا، بەڵێ پێیدا تێدەپەڕێت. سا خاڵی G پێی دەوترێ 'ناوەندە چەق'ی سێگۆشەکە. ئەو خاڵە ناوەڕاستی کێشکردنی سێگۆشەکەیە.



ناوەندە چەق

لە ڕاستیدا سەدان 'چەق'ی جیاواز هەنە لە مەڕ سێگۆشەیەک. یەکێکی تر جۆرەکانی چەق، خاڵی Hە، کە ئەم خاڵە کاتێ دروست دەبێت ئەگەر بێت و هێڵ لە گۆشەکانەوە بۆ لای بەرامبەر گۆشەکان دروستی بکەین، ئەوا گۆشەی 90پلە دروست دەکات (وەک لەم وێنەی خوارەوە دیارە). ئەم چەقەش دەوترێ 'ستوونە چەق' کە لەم وێنەی خوارەوە پیشاندراوە (هێڵە پچڕپچڕەکان). یەکێکی تر لە چەقەکان، پێی دەوترێ 'چەقی دەرە بازنە'ی سێگۆشە. چەقی دەرە بازنە، چەقی بازنەیەکە O کە هەرسێ سەری سێگۆشەکە؛ دەکەوێتە سەر چێوەی بازنەکە. بە واتایەکی تر: دروستکردنی بازنەیەک بەو مەرجەی A, B, C بکەوێتە سەر چێوەکەی، ئەوا چەقی ئەو بازنەیە پێی دەوترێ 'چەقی دەرە بازنەی سێگۆشەکە'. وەک لە وێنەی تەنیشت نیشان دراوە.



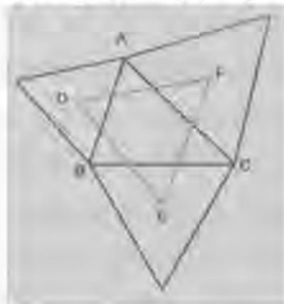
ڕاستەهێڵی ئۆیلەر

سابۆیە لەم سێگۆشەیە ABC کە چەقەکانی G, H & O بێت؛ یەک-لەدوای‌یەک، ناوەندە چەق، ئەستوونە چەق و چەقی دەرە بازنە، هەرسێکیان دەکەونە سەر هێڵێک، یان بە واتایەکی تر، دەتوانین هێڵێک

بکێشـــین کە هەرســـێکیانی بکەوێـــتە ســـەر، جـــا بەو هـــێڵە دەوتـــرێ "هێڵـــی ئـــۆیلەر". لە دۆخێـــک ئەگەر سێگۆشـــەکە؛ سێگۆشـــەیەکی ســـێ لا یەکســـان بێـت، ئەوا هەرســـێ چەقەکە دەکەونە ســـەر یەک-جـووت دەبـن، ســا بـێ هـیچ قۆرت و گرییەک، ئەو خاڵە دەبێتە چەقی سێگۆشەکە.

بیردۆزەکەی ناپلیۆن:

بـۆ هەر سێگۆشـەیەک ABC، دەتوانـدرێت سێگۆشـەیەکی سـێ لا یەکسـان دروســـتبکرێت بەهـــۆی هەر لایەکـــی سێگۆشـــە دراوەکە، وە لە ناوەنـــدە چەقەکەکـانی سـێ سێگۆشـەکە بە گـوێرەی لایەکـان، سێگۆشـەیەکی نـوێ DEF دروســـتدەبێت. بیـــردۆزی نـــاپلیۆن، پیشـــــانی دەدات کە هەر سێگۆشـــــەیەکت هەبێـــــت ABC، سێگۆشـــــەی DEF سێگۆشــەیەکی ســێ لا یەکســانە. واتە کــاتێ سێگۆشــەیەکت هەیە، ئەوە بەهــۆی لایەکــانی دەتــوانی ســێ سێگۆشــەی دیــکە دروســت بــکەی، پاشــان کە ئەو ســێ سێگۆشــەیەت دروســـت کـــرد، دێـــی ناوەنـــدە چەقـــی هەرســـێکیان دەدۆزیەوە، کە دۆزیـــتەوە، هەرســـێ ناوەنـــدە چەقەکە بەیەکتـــر دەگەیـنـی و سێگۆشـەیەکی سـێ لایەکسـان دروسـت دەبێـت. ئەم سێگۆشـەیە دەکەوێـــتە ســـەر سێگۆشـــە ڕەســـەنەکەی یەکەمجـــار کە هەمـــانبوو. وەک لە وێنەکەشدا دیارە.



بیردۆزی ناپلۆن

بیـــردۆزەکەی نـــاپلیۆن، هەم ســـەیر، هەم جـــوانە. توانـــاو کارامەییەکـــانی نـــاپلۆن لە بیرکـــاری و تێپەڕبـــوونی بە قوتابخـــانە، گومـــانی تێـــدا نیـــیە کە یارمەتیـدەر بـووە تـاکو بـۆ قوتابخـانەی سـەربازی ئاراسـتەی بکـات، دواتـر ئەوە بـــوو کە بە ڕابەرایەتـــی بیرکاریزانەکـــانی پـــاریس ناســـێندرا، ئەمەش لە کاتێکـدا کە ئەو قەیسـەر بـوو. بە نیگەرانییـەوە، هـیچ شـایەت و بەڵـگەیەک لە گـۆڕێ نیـیە کە زیـاتر تێیـد قـوڵبینەوە لە هەمـبەر ئەم بیـردۆزەی نـاپلیۆن.

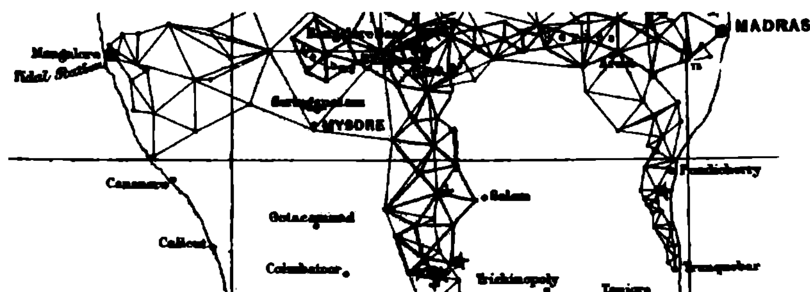
چـــونکە ئەمەش وەک چەشـــنێ لە بیـــردۆز و ئەنجـــامە بە دەســـتهاتووەکانی دیـکەی بیرکـاری، ڕەنـگە ئەمەش درابێـتە پـاڵ ئەو یـان بەهـۆی کـارکردنێکی کەم لەســـەر ئەنجـــامەکەی، نـــاپیلۆن بە نـــاوی خـــۆیەوە تـــاپۆی کردبێـــت، چـــونکێ گەلـــێ جـــاران بە دەســـتکاریکردنێکی کەمێکـــی شـــتێک، ئەوە گشـــت شـــتەکە بە مـــوڵکی خۆیـــان ئەزانـــن، جـــا بەهـــۆی دووبـــارە داتاشـــینەوە یـــان ســـەلماندن بێـــت. لە ڕاســـتیدا، بەر لە مردنـــی قەیســـەر، ئەم بیـــردۆزە بـــوونی هەبـــــووەوە و، لە لاپەرە 47ی پەرتـــــوکی 'Ladies' Diary' دەردەکەوێـــــت. ئەمەش یەکـــێکە لەو بیـــــردۆزانەی کە زوو زوو دووبـــــارە دارێشـــــتنی بـــــۆ دەکرێتەوە، یانیش فراوانتر دەکرێت.

ئەو زانیـــارییە یـــاخود ئەو زانـــراوانەی کە پێویســـتمانە بـــۆ شـــیکارکردنی سێگۆشـــــەیەک، پشـــــت بە زانینـــــی درێـــــژی لایەک و، دوو لە گۆشـــــەکانی دەبەســـتێت. پاشـــان بەهـــۆی ڕێـــژە سێگۆشـــەییەکانەوە، هەرشـــتێکی دیـــکە دەتوانین بدۆزینەوە یان هەژماربکەین.

لە ڕووپێـــوان یـــان ئەنـــدازەگرتنی ڕووبەری پانتـــاییەکی دەشـــتێک یـــان نـــاوچەیەک بـــۆ ئەوەی نەخشـــەیەکی بـــۆ دروســـتبکەین، ئەوا زۆر گـــرینگە کە ئەو شـــوێنە تەخـــت بێـــت. دروســـتکردنی کـــۆمەڵە سێگۆشـــەیەک کە بەیەکەوە نووســـاو بـــن وەک تۆڕێـــک، لە ڕاســـتەهێڵێکەوە (بـــنکە) دەســـت پـــێ دەکـــات AB، بەو مەرجەی درێژییەکەیـــان زانـــراو بێـــت، پاشـــان نیشـــانکردنی دووریـــیەک A (ئەو خـــاڵەیە کە سێگۆشـــەی یەکەم پێکـــدێنێت) پاشـــان پێـــوانی $A\hat{B}C$ و $A\hat{C}B$ بەهـــۆی گۆشـــە پێـــو. ئێســـتا کە سێگۆشـــەیەکمان هەیە و هەمـــوو شـــتێ لە بـــارەی ئەم سێگۆشـــەوە ABC دەزانـــین، پاشـــان درێـــژی هەر یەک لە لایەکـــان $AB, AC \& C$ دووبـــارە وەک بـــنکەیەک ســـەیر دەکەیـــنەوە، پاشـــان خـــاڵێکی تـــر لە پانتـــاییەکە نیشـــان دەکەیـــن، بـــۆ ئەوەی سێگۆشـــەکی تـــری لـــێ دروســـت بکەیـــن، واتە لایەکـــانی سێگۆشـــەی یەکەم، دەبـــنە بنچیـــنە بـــۆ دروســـتکردنی سێگۆشـــەیەکی تـــازە، پاشـــان دووبـــارە لایەکـــانی سێگۆشـــە تازەکـــان، دەبـــنە بنچیـــنە بـــۆ دروســـتکردنی سێگۆشـــەی دیـــکە... بەم شـــێوەیە تۆڕێـــک لە سێگۆشـــە دروســـت دەبێـــت کە هەمـــی پـــێکەوە بەســـتراونەتەوە. ســـوودی ئەم

ڕێگـــایە بــۆ دروســـــتکردنی نەخشـــە، ئەوەیە کاتێـــک ئەو نـــاوچەیە یـــان ئەو وڵاتە بەربەستی تێدابێت، وەک زەلکاو، لمی جوڵاو و ڕووبار.

هەمـــان بیـــرۆکە، ڕۆڵـــی ســـەرەکی گێـــڕا و بەکارهـــات بـــۆ ئەنـــدازەگرتنی نـــــاوەوەی هینـــــد، کە ئەمە پڕۆژەیەکـــــی مەزن بـــــوو بە نێـــــوی "گەورە ئەنـــدازەگرتنی سێگۆشـــەییانەی هینـــد" کە لە ســـاڵی 1800s دەســـتی پێکـــرد، کە نـــزیکەی 40 ســـاڵی خایانـــد. ئامـــانجیش لەم کـــارە ئەوە بـــوو نەخشـــەیەک داتاشـــن لە هێڵـــی درێـــژی جوگرافیـــای "کـــاپ کۆمـــارین" لە باشـــوور بـــۆ بـــاکوری "هیمالایـــا"، کە دووریەکەشـــی نـــزیکەی 1500 میـــل دەبـــوو. بـــۆ دڵنیـــابوونیش لە مەڕ وردی و ڕێکـــــی پێـــــوانەکە و گۆشـــــەکان، "جـــــۆری ئیفەرســـــت" لیژنەیەکـــی پێکهێنـــا بـــۆ بەدواداچـــوون لەم کـــارە، کە ئـــامێری باشـــی زەوی پێویـــان تەرخـــان کـــرد بـــۆ ئەم مەبەســـتە. ئەمەش کـــارێکی زۆر گرینـــگ بـــوو بـــۆ دەستخســـتنی پێـــوانە و گۆشـــەکان بـــێ کێشـــە و کەموکـــوڕی، چـــونکە وردی لە پێوانەکردنـــدا، چەقـــی بـــابەتەکە بـــوو و هەمـــوو ســـەرنجێک لەســـەر وردی و ڕێکـــی ئەم کـــارە بـــوو، دواتـــریش کـــارەکە بەبـــێ کەموکـــوڕی ئەنجـــامی دایەوە، چـــونکە ڕژێمـــی بـــابەتەکە، سێگۆشـــە بـــوو، کە ئەمەش ســـەرەکیترین کـــــردار بـــــوو. ئەم کـــــارەش بە شـــــێوەیەک بـــــوو، چ پێنـــــدەچوو مێشـــــکی ئادەمییەکان ئەمەی کردبێت.



کێشانی نەخشەیەک بەهۆی سێگۆشەوە

بو دۆزینەوەی ڕووبەری سێگۆشە A، چەندین یاسای هەن:

$$A = \sqrt{s \times (s-a) \times (s-b) \times (s-c)}$$

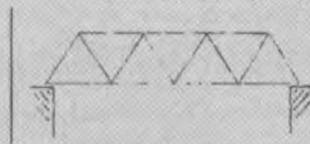
بەلام دیـــارترین یاســـا بـــۆ ئەم مەبەســـتە، یاســـاکەی "هیـــرۆن"ی ئەســکەندەرییە؛ کە دەتوانــدرێت بــۆ هەر سێگۆشــەیەک بەکاربهێنــدرێت بەبــێ ئەوەی گۆشــەکانی سێگۆشــەکەش بــزانین. کە s نیــوەی چێــوەی سێگۆشــەکە دەنوێنێــت، $a, b\&c$ درێــژی ســێ لایەکەی سێگۆشــەکەن. بــۆ نمــونە ئەگەر سێگۆشـــەیەکمان هەبێــت کە $a = 13, b = 14 \& c = 15$ ئەوا چێـــوەکەی دەکـــاتە: $13 + 14 + 15 = 42$ کە نیـــوە چێـــوەش دەکـــاتە $c = 21$. ســـا نیستا ڕووبەری ئەم سێگۆشە دەکاتە:

$$A = \sqrt{21 \times 8 \times 7 \times 6} = \sqrt{7056} = 84$$

سێگۆشـــە، شـــێوەیەکی ئێجگـــار بـــاوە، لای منـــدالان و تـــوێژەرانیش بە شـــێوەیەکی بەردەوام هەمـــوو ســـات و خـــولەک و ڕۆژێـــک ســـەروکاریان لەگەلیـانە. "لاســـەنگەی سێگۆشـــەیی" شـــتێکی جیـانەکراوەیە لە بیرکـاری پەتـی. سێگۆشـــەزانی، بنچینەیەکـــی ســـەرەکییە بـــۆ هەژماردنەکـــان-ڕێژەکـــان لە مەڕ سێگۆشـــەکان و نەخشـــە سێگۆشـــەییەکانی ســـاین، کۆســـاین و تـــان، کەرەســـتەیەکی گـــرینگن لە هەمـــبەر سێگۆشـــە و شـــرۆڤە و شـــیکاری سێگۆشـــەکان، لەگەل ئەمەش" کەرەســـتەیەکی گـــرینگە لە ژیـــانی ڕۆژانە و ئاســـانکاری زۆرمـــان دەخـــاتە بەر دەســـت ســـەبارەت بەو شـــتانەی یـــان ئەو شـــتە کەلەکەبـووانەی ڕۆژانە دێـتە پێشـمان و بەرۆکمـان دەگرێـت. سێگۆشـە، ســـەرنجێکی زۆری لەســـەرە و، کەس نیـــیە ئاشـــنایەتی لەگەل ئەم شـــێوەیە نەبێـــت، بەلام ئەوەی کە دەبێـــتە جێـــی سەرســـوڕمان، هـــاتنە بـــوونی شـــێوەیەکی وا ســـێ لایە وەک شـــێوەیەکی بنچینەیـــی بـــۆ زۆر شـــت. هەر بەڕاستی "سێگۆشە" فرە خاسە.

بنیاتنان بە سێگۆشەکان

سێگۆشە یەکێکە لەو شێوە بە سوودانەی کە لە دروستکردنی باڵەخانە و پردەکان کەلکی زۆری لێوەردەگیرێت. بەکارهێنان و بەهێزی، پشت بەو راستییە دەبەستێت کەوای کردییە لە رووپۆشکردن زۆر پێویست بێت. دەتوانیت لاکێشەیەک یان چوارگۆشەیە لە دەرەوەیان پاڵ بنێیت، بەلام سێگۆشە، لەوەیە نەتوانیت. ئەو بەستەکانەی (چارچێوە یان پایەی لە ئاسن دروستکراو) بۆ بنیاتنانی پرد یان چارچێوەی شتێک بەکاردەهێندرێت، گشتی بەهۆی سێگۆشەی بەیەکەوەلکێندراو دروستکراوە، وەک زۆر جار ئەمە لە سەقفی خانووەکان، یان دروستکردنی پردەکان دەبیندرێت. دیارترین بەکارهێنانی، لە دروستکردنی پردەکان بیندرا، چونکە هەر پایەکی دروستکراو لە بەیەکبەستنەوەی سێگۆشەکان، لە توانای دایە بەرگەی کێشی زۆر بگرێت بە بەراورد بە کێشەی خۆی. بۆیە لە ساڵی 1848دا، لە لایەن 'جەیمس وارن' نەخشەی یەکەمین پرد بەهۆی ئەم بیرۆکەیەوە دروستکرد و دوای دووساڵ لە وێستگەی پردی لەندەن بووە کردار. دواتر سەلمێندرا کە بەکارهێنانی سێگۆشەی سێ لایەکسان باشترێکە وەک لە بەکارهێنانی سێگۆشەی دوو لایەکسان.



پردی وارن گیردەر

کورتەی بیرۆکەکە

سێ لایەکەی چیرۆکێک

کارنامە

1850پ.ز	1335	1571
"بابلییەکان" بیردۆزی فیساگۆرسیان زانیووە.	"ریچاردی والینگفۆرد"[1] کە بیرکاریزانیکی ئینگلیز بوو، پەیماننامەیەکی تازەکەرەوەی نووسی لەسەر سێگۆشەزانی.	"فرانشوا فییت"[2] پەرتوکێکی بڵاو کردەوە لەسەر سێگۆشەزانی و خشتەی سێگۆشەیی.

1822	1873
"کارل فیلهم فون فویرباخ"[3] وەسفی "بازنەی نۆ خاڵ"ی سێگۆشەی کرد.	"بروکارد"[4] تیوێژینەوەیەکی تێر و تەسەلەی لەسەر سێگۆشە کرد.

[1] *Richard*

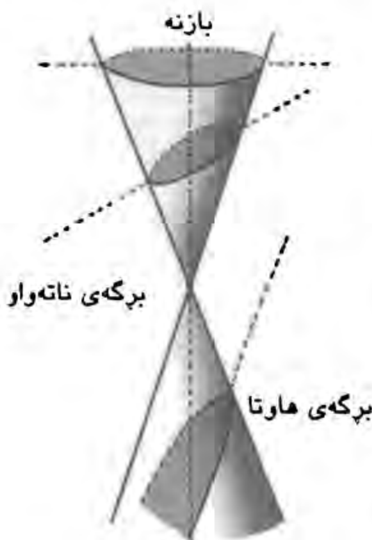
[2] *francois viete*

[3] *Karl Feuerbach*

[4] *Brocard*

22 چەماوەکان

کێشان و دروستکردنی چەماوە، شتەکی گەلێک ئاسانە. هونەرمەندان هەموو دەمێ سەر و کاریان لەگەڵ چەماوەکانە، لێ ئەندازیارانی تەلارسازیش گەلێ جاران باڵەخانەیەک بە جۆرێ دمنەخشێنن کە شێوەی لە مانگی نیوە پڕ دەکات، لە ناوەڕاستدا تۆزێ قۆقزە و درێژ بوونەوەی بۆ لێوارەکانی، وردە وردە تەنک و باریک دەبێتەوە. یاریزانانی یاری (بەیس بۆل) کاتێ تۆپەکە بۆ ئامانجەکە (گۆل) هەڵدەدەن، ئەوا بە شێوازی چەماوە هەڵدانەکە ئەنجام دەدەن، لە ئاکامدا، تۆپەکەش ڕێڕەوێکی چەماوەیی دەگرێتە بەر بۆ گۆلەکە. بەڵام ئەگەر بپرسین "ئەرێ چەماوە چیە؟" ڕەنگە وەڵامەکەی ئاسان نەبێت بۆ یاریزانێ یان وێنەکێشێک.

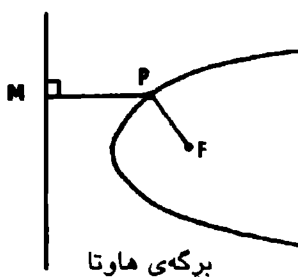


برگە قوچەکییەکان

بیرکاریزانەکان، بۆ چەندین سەدە خەریکی لێکۆڵینەوە بوون لە مەڕ هێڵە چەماوەییەکان، لێکۆڵینەوەش لە هەمبەر ئەو بابەتە، لە چەندین ڕەهەندی جیاوازەوە سەرنجی خراوەتە سەر. ئەم لێکۆڵینەوەیە لە یۆنان و لەگەڵ بیرکاریزانەکانی ئەوێ دەستی پێکرد، ئەوەی ئەوان پەردەیان لەسەر هەڵماڵی، ئەو چەماوانەن کە ئێستاکە پێیان دەوترێ "چەماوە کلاسیکییەکان".

چەماوە کلاسیکییەکان:

یەکەم کـــۆمەڵە لە چەمـــاوە کلاسـیکییەکان، ئەو چەمـــاوانەن کە پێیـــان دەڵێـــین "بـــڕگە قوچەکییەکـــان". چەماوەکـــانی نـــاو ئەم کـــۆمەڵەیە، ئەمـــانەن: بـــازنە، بـــڕگەی هاوتـــا، بـــڕگەی هێلکەیـــی-نـــاتەواو، بـــڕگەی زیـــاد. بـــڕگە قوچەکییەکـــان، بیـــرۆکەیەکە کە لە ئەنجـــامی پێکبەســـتنەوەی نـــوکی دوو قـــوچەک ســـەرئاو دەکەوێـــت، یـــان وێنـــای دوو کێکـــی دۆدرمە (مـــۆتە) کـــاتێ نـــوکە تیژەکەیـــان بە یەکتـــر دەبەســـتینەوە. ئەو ئەو چـــوار چەمـــاوەیە کە لەم قوچەکـــانە دروســـت دەبێـــت، لە ئەنجـــامی ڕووتەختـــێکەوەیە، کـــاتێ ڕووتەخـــتەکە قوچەکەکـــان دەبڕێـــت، ئەوا بـــڕگە قوچەکییەکـــان دروســـت دەبـــن. شـــێوازی جیـــاواز لە بڕینـــی قوچەکەکـــان بەهـــۆی ڕووتەختـــێکەوە، چـــوار جۆری جیاواز لە بڕگەی قوچەکی دروست دەکات.



بڕگەی هاوتا

بـــۆ ئەوەی باشـــتر لەمە تێـــبگەین، ئێســـتا وا دانـــێ لایتێکـــی-ڕوونـــاکییەکی دەســـتیمان هەیە کە ڕووەکەی بازنەییە:

- ئەگەر ڕوونـــــاکییە تەریـــــب بە دیوارێـــک ڕاگـــرین، دەبینـــین "بـــازنە" دروست دەبێت.
- ئەگەر تـــــۆزێ دەســــــتمان لار بکەیـــنەوە، دەبینـــین لەســـەر دیـــوارەکە شـــێوەیەکی هێلکەیـــی دروســـت دەبێت، بەم شێوەیەش دەوترێ "بڕگەی ناتەواو-هێلکەیی".
- ئەگەر لایـــتەکە بە لا تەنیشـــتی دیـــوارەکەوە بنووســـێنین، دەبینـــین شـــێوەی پیتـــی U دروســـت دەبێـــت، ئەم شـــێوەیە پێـــی دەوتـــرێ "بـــڕگەی هاوتا".


برگەی زیاد

تێبینی: لەم سێ بارەی سەرەوە، ڕووتەختەکە تەنیا یەک قوچەک دەبڕێت، لە ئەنجامی بڕینی هەردوو قوچەک بەهۆی ڕووتەختەکەوە، باری چوارەم پەیدا دەبێت، کە ئەویش:

• برگەی زیاد. ڕوونکردنەوەی برگەی زیاد کە ئاخۆ چۆن دروست دەبێت، نموونەی لایتەکە هەندێ ئالۆزە.

ئێستا وا دابنێ نوکی دوو کێکی دۆدرمەکەت بەیەکەوە نووساندییە، واش دانێ کە چەقۆیەکت لە دەستە، ئێستا هەوڵبدە بە یەک بڕین، هەردوو کێکەکە ببڕیت، لەم بڕینەدا، برگەی زیاد دروست دەبێت. وەک لە وێنەکانیش خراوەتە ڕوو.

خوێندن و لێکۆڵینەوە لە مەڕ برگە قوچەکییەکان، یان ئەوەتە بەهۆی چەمکی 'درێژی'یەوەیە، یان بەهۆی کۆمەڵە خاڵێکە کە چەند مەرجێکی دەگرێتە خۆی. لێکۆڵینەوە لە ڕێگەی ئەم کۆمەڵە خاڵە '*Locus*'، لە لایەن یۆنانییەکان ڕێگەیەکی خۆشویستراو بووە.

لەمەو پێش بە هۆی قوچەک و ڕووتەختێک، باسی دروستبوونی بازنەمان کرد بە شێوەیەکی ئەندازەیی-وێنە. ئەی باشە چۆن باسی بازنە بکەین بێ ئەوەی ناوی قوچەک و ڕووتەختێک بێنین- بە شێوەی جەبریانە؟ واتە بە شێوەی کۆمەڵە خاڵێک کە هەموویان لەژێر سێبەری مەرجێک کۆبوونەتەوە؟ ئێستا وا بێنە پێش چاوی خۆت کە بزنێکت هەیە، ئەو بزنەت بەهۆی پەتێکەوە لە ناو باغەکەت بەستوتەوە، پەتی بزنەکەش لە قرفانگەیەک بەستوتەوە لە ناوەڕاستی باغەکەت. ئێستا پرسیارەکە ئەوەیە: ئەگەر بێت و بزنەکە هەموو ئەو گیا و فریزەی تا پەتەکە دەیگاتی، بیخوات، ئەوا شێوەی ئەو ناوچەی کە بزنەکە خواردوویەتی چۆن دەردەچێت؟ ڕەنگەی بڵێی 'بازنە'، وەلامەکەش تەواوە. کەواتە بازنە: بریتییە لە کۆمەڵەی هەموو ئەو خاڵانەی کە دووریيان لە خاڵێکی جێگیر

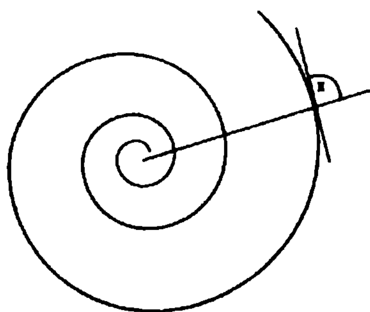
(چەق)، نەگـۆڕە. ئەگەر ئێسـتا هەر بـازنەیەک بکێشـی و لە هەر کـوێیەکی سـەر چێـوەی بـازنەکە خاڵێـک وەرگـرین، ئەوا خاڵەکـانی سـەر چێـوەی بـازنە، دووریيـان لەگەڵ چەقـی بـازنەکە یەکسـانە. لە بـڕگەی نـاتەواو، لە جیـاتی چەق دوو خاڵمـان دەبێـت کە پێـی دەوتـرێ "تیشـکۆ". بـڕگەی نـاتەواو کە شـێوەکەی هێلکەیـیە، ئەوا سـەرجەمی دووری هەرخـاڵێکی سـەر چێـوەی بـڕگە نـاتەواو بـۆ تیشـکۆکان، یەکسـانن. ئەگەر هەردوو تیشـکۆکە بـکەونە سـەر یەکتـر، ئەوا بـازنە دروسـت دەبێـت، کەواتە بـازنە بـارێکی تـایبەتە لە بـڕگەی نـاتەواو، چـونکە بـڕگەی نـاتەواو دەکرێـت بـازنە دەرچێـت، بەڵام پـێچەوانەکەی ڕاسـت نیـیە. لە ڕاسـتیدا، بـڕگەی نـاتەواو کلیلـی تێگەیشـتنی مرۆڤـایەتی بـوو بـۆ هەسـارەکان. لە سـاڵی 1606دا، گەردونناسـی ئەڵمـانی "کیـپلەر" ئەوەی ڕاگەیانـد کە هەسـارەکان لەسـەر خـولگەیەکی هێلکەیـی بە دەوری خـۆر دەسـوڕێنەوە، نەوەک بە شـێوەی بـازنەیی[1]، کە ئەمەش شۆڕشـێکی نـوێ بـوو بەسـەر تیـۆرییەکەی پـێش خـۆی کە دەوتـرا هەسارەکان لەسەر ڕێڕەوێکی بازنەییانە بە دەوری خۆر دەسوڕێنەوە.

ئەوەی کە تـاوێ نـاڕوونە، ئەو خـاڵەیە کە کـاتێ دەیبـزوێنین، ئەوا دووری ئەو خـاڵە لە خـاڵی تیشـکۆ F یەکسـانە بەو دوورییـەی لە هـێڵە دراوەکە (هـێڵە نەبزێـوی ئەسـتوون). لەم بـارەدا، بـڕگەی "هاوتـا" دروسـت دەبێـت. بـڕگەی هاوتـا، کۆمەڵێـک سـوودی پـڕ بـایەخ و نـاوازەی هەیە. ئەگەر بێـت و لە نـاو بـڕگەی هاوتـا، لە شـوێنی تیشـکۆ، لایتێـک دابنـێن، ئەوا ئەو تیشـکانەی لە لایـتەکەوە دەردەچـن، تەریـب دەبـن بە PM لە لایەکـی دیـکەوە، کـاتێ شـەپۆلی مـانگە دەسـتکردەکان بـۆ پەخشـی کەناڵەکـان بڵاودەبـنەوە، ئەوا بەهـۆی سـنی سـەتەلایتەکە کە شـێوەکەی بـڕگە هاوتـایە، شـەپۆلەکانی نەکەوێـتە سـەر، پاشـان ئەو شـەپۆلانە کـۆدەبنەوە و لە ڕێـگەی سـێ یـان چـوار ڕاگیـرکەر کە "لەمپـای" سـەتەلایتەکەیان ڕاگیـر کـردییە، بە لەمپـایەکەی دەگەیەنـن. شـەپۆلەکان لە لەمپـایەکە بەیەکـدەگەن، پاشـان بەرەو ئـامێری سـەحنەکە (جیهـازی سـەتەلایتەکە) ئاراسـتەی دەکـات و، کەناڵەکـان بە وێـنە

[1] لێرەوە پیرۆزی "بازنە" کۆتایی هات!

و دەنـــگ پەخـــش دەبـــن. پـــێگەی لەمپـــایەکە، شـــوێنی تیشـــکۆی بـــڕگە هاوتـــایەکەیە. کەواتە ئێســـتا لەوە تێگەیشـــتین کە مـــانگە دەســـتکردەکان لەســـەر ڕێڕەوێکـــی هێلکەیـــی-بـــڕگەی نـــاتەواو دەخـــولێنەوە، ئەو شـــەپۆلانەی کە ئەو مـــانگە دەســـتکردانە دەینێـــرن، بەهـــۆی بـــڕگەی هاوتـــاوە شـــەپۆلەکان وەردەگرێت.

لەســـەرەوە باســـی دروســـتکردنی بازنەمـــان کـــرد، وتمـــان بـــازنە بـــریتییە لە کـــۆمەڵەی هەمـــوو ئەو خـــالانەی کە دووریـــان لە خـــالێکی جێگیـــر، نەگـــۆڕە. ئێســـتا گەر دەســـتکارییەکی ئەو پێناســـەیە بکەیـــن و، بڵێـــین: کـــۆمەڵەی هەمـــوو ئەو خـــالانەی، کە *دووریـــان* لە خـــالێکی جێگیـــر، دەگۆڕێـــت و زیـــاد دەکـــات، لەم بـــارە شـــێوەیەک دروســـت دەبێـــت کە پێـــی دەوتـــرێ 'لـــولپێچی یـــان پـــێچ-خـــواردوو'. ئەگەر بێـــینەوە ســـەر نمـــونەی بـــزنەکە. وا دانـــێ پەتـــی ملـــــــی بـــــــزنەکە لەگەڵ هەر ســــــــوڕانەوەیەکی بـــــــزنەکە، پەتەکەش درێـــژ تـــر دەبێـــت، بەم شـــێوەیەش بـــزنەکە وردە وردە بە شێوەی لـول دەسـت بە خـواردنی بـاغەکە دەکـات، وەک لەم شـێوەی تەنیشـت نیشـاندراوە. فیسـاگۆرس



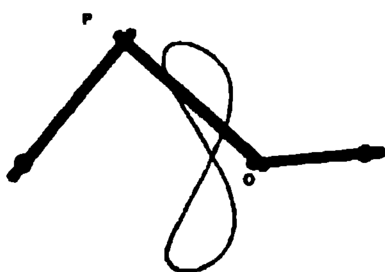
لولپێچی لۆگاریتمی

زۆر حەزی بەو شـــێوەیە دەکـــرد، وە 'فیبونـــاچی'ش بەهەمـــان شـــێوە کـــاتێکی زۆر بە لێکـــۆڵینەوە لەم شـــێوەیەی ســـەبارەت بە جـــۆر و چەشـــنەکانی، بـــردە ســـەر. هەروەهـــا بیرکـــاریزانی مەزن 'دیکـــارت' تـــوێژینەوە و نووســـینی لە بـــارەیەوە هەبـــووە. یەکـــێ لە جۆرەکـــانی شـــێوەی لـــولپێچی، بـــریتییە لە 'لـــولپێچی لۆگـــاریتمی' یـــان پێـــی دەوتـــرێ 'لـــولپێچی گۆشـــە یەکســـان'، چـــونکە ئەم لـــــولپێچییە ســـــیفەتی لە خۆچـــــوویی هەیە و هەر پێچێکـــــی هاوشـــــێوەی پێچی پێشوویەتی.

بیرکـــــاریزانی ســـــویزلیندی 'جـــــاکۆب برنـــــۆلی' کە ئەمـــــانە بە خێـــــزانەوە بیرکـــــاریزان بـــــوون، زۆر حەزی بە 'لـــــولپێچی لۆگـــــاریتمی' دەکـــــرد و بە

چـــاوێکی پیـــرۆز و پڕبـــایەخ لێـــی دەڕوانـــی و وەســـیەتی کردبـــوو لەســـەر کـــۆڕەکەی ئەم شـــێوە لـــولپێچییە لۆگـــاریتمەییە بنەخشـــێندرێ. "ئیمانوێـــلّ ســـویدنبۆرل" کە ناســـراوە بە "پیـــاوە ڕێنیســـانییەکە" لـــولپێچی لۆگـــاریتمی بە مەزنتـــرین و کـــاملّترین شـــێوە وەســـف کـــردووە. ئەمەی کە باســـکرا، لـــولپێچی بـــوو لە ئـــاهووتەیەکی[1] دوو ڕەهەنـــدی. بە هەمـــان شـــێوە، لە ســـێ ڕەهەنـــدیش شـــێوەی لەم چەشـــنەمان هەنە، ئەویـــش کـــاتێ بە دەوری لولەکێـــک شـــتێ لـــول دەدەیـــن، ئەوا شـــێوەیەک دروســـت دەبێـــت کە پێـــی دەوتـــرێ "هـــێلکە شـــەیتانۆکە" یـــان کـــاتێ بە دەوری قوچەکێـــک دەزوویـــک خـــڕبکەینەوە، ئەوا شـــێوەیەکی لـــووپێچی ســـێ ڕەهەنـــدیمان بـــۆ دروســـت دەبێـــت. کـــاتێ دوو لـــولپێچ پـــێکەوە گـــرێ بـــدرێت، ئەوا بنـــاغەی ئەنـــدازەییانەی DNA لە ڕووی شێوەوە پێکدێنن.

گەلـــێ شـــێوازی چەمـــاوەی کلاســـیکی هەیە، وەک "دڵە چەمـــاوە و چامـــاوەی قردێلەیـــی" وە شـــێوە هێلکەیـــیە هەمەچەشـــنەکان. یەکـــێ لە چەماوەکـــان کە پێـــی دەوتـــرێ "چەمـــاوەی زنجیرەیـــی" یەکـــێ بـــوو لە بابەتەکـــانی لێکـــۆڵینەوە لە ســـەدەی هەژدەهەم، ناساندنیشـــی بەو نێـــوە، بەهـــۆی ئەو زنجیـــرانەوە بـــوو کە لەســـەر پردەکـــان یـــان قەراغـــی پردەکـــان هەڵدەواســـرێ، یـــان گەلـــێ جـــاران لە گەراجـــی ســـەیارەدا دەیبینـــین. چەمـــاوەی "بـــڕگە هاوتـــا" ئەویـــش لە نێـــوان ســـتوونەکانی کارەبـــا، یـــان لەســـەر پردەکـــان دەبینـــدرێت. ئیـــدی ئەمـــانە ڕۆژانە گەلێ بەرچاوان دەکەون.



جوڵەی سێ تووڵی بەیەک پەیوەست

یەکـــێ لەو بابەتـــانەی کە لە ســـەدەی نـــۆزدەهەم بـــۆ تـــوێژینەوە تیشـــکی خـــرایە ســـەر، ئەو چەمـــاوانە بـــوون کە بەهـــۆی تـــوڵە میکانیکییەکـــان

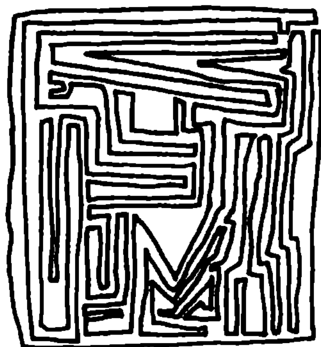
[1] "ئـــاهووتە" وشـــەیەکی کـــوردییە بەرامـــبەر بە "فضـــاء" لە عەرەبـــی و "*space*" لە ئینگلیزیی، بەکارمان هێناوە.

وەبەردەهـــاتن. ئەو جـــۆرە چەمـــاوە و هاوکێشـــەکانیان، درێـــژەی پرســـێکی شـــیکارنەکراو بـــوو کە لە لایەن ئەنـــدازیارێکی ســـکۆتلەندی بە نێـــوی "جەیمـــس وات" بە نزیکەیـــی شـــیکار کـــرا. جەیمـــس بە شـــێوەیەک نەخشـــەی بـــۆ تولەکـــان کێشـــا، کە کۆتاییەکـــانی بنووســـێت بە یەکەوە، لەمەوەش لە جـــولەی بـــازنەیی گـــوڕدرا بـــۆ جـــولەی هێڵـــی بە پێـــی ئەو نەخشـــەیە و پێکبەســـتنەوەیان. ئەگەرچـــی ئەمە لە ســـەدەی نـــۆزدەهەم چـــێ بـــوو، بەلام هەنگـــاوێکی گەورە و بە بایەخ بوو.

ســـادەترین شـــێوەی ئەو ئـــامێرە میکـــانیکییە، بـــریتییە لە "جـــولەی ســـێ تـــولی" کـــاتێ تولەکـــان بە یەکەوە بەســـتراونەتەوە، پاشـــان یەکـــێ لە کۆتاییەکـــانی تولەکـــان، بە شـــوێنێکی جێگیـــر قـــایمکراوە. ئەگەر تـــولی ناوەڕاســـت PQ بە هەر شـــێوازێ بجولێنـــدرێت، ئەوا چەمـــاوەیەک دروســـت دەبێـــت پـــلەکەی 6ە، کە پێی دەوترێ "چاماوەی پلە 6" (سەیری وێنەی پێشوو بکە).

چەماوە جەبرییەکان:

لە ســـەرەتا دا، هەر ئەنـــدازە هەبـــوو، کـــاتێکیش بازنەیەکمـــان دروســـت دەکـــرد، ئەوە هـــیچ شـــتێکی دیـــکە نەبـــوو بە بیرکارییـــانە گوزارشـــت لە بـــازنەکە بکـــات. بـــۆیە ئەنـــدازە بـــێ شـــوناس بـــوو. شـــێوە ئەنـــدازەییەکان، لە کـــارەکەی "دیکـــارت"ەوە بـــوونە خـــاوەن شـــوناس، مەبەســـتیش لە شـــوناس لێـــرە، بـــوونی هاوکێشـــەیەکە بـــۆ شـــێوەیەکی ئەنـــدازەیی. دیکـــارت بە دامەزرێـــنەری یـــان بە دۆزەرەوەی تەوەری پۆوتـــان-ڕووتەخـــت دادەنـــدرێت، بـــۆیە بە تەوەرەی پۆوتـــان دەوترێـــت "ڕووتەختـــی دیکـــارت"ی. کە دواتـــر ئەمە گەشـــەی ســـەند و بـــۆ بـــاری ســـێ ڕەهەنـــدی و زیـــاتریش، ئەوەنـــدەی کە ئـــێمە لە ئاســـتی ســـەرەتایی پێـــی ئاشـــناین، بـــریتییە لە تەوەرەکـــانی x, y & z دیکـــارت ئەوەی دەرخســـت کە شـــێوەیەکی ئەنـــدازەیی دەکرێـــت بە هاوکێشـــەیەکی جەبـــری گوزارشـــتی لـــێ بکەیـــن، بـــۆ نمـــونە هێلێـــک، کە بە هاوکێشـــەی هێلـــی دەتـــوانین قســـە لە بـــارەیەوە بکەیـــن، یـــان بـــازنەیەک کە نیـــوە تیـــرەکەی 1 بێـــت، هاوکێشـــەکەی بـــریتییە لە $x^2 + y^2 = 1$، بەم شـــێوەیە بـــۆ هەمـــوو بـــڕگە


چەماوەیەکی داخراوی (ساکار)ی جۆردن

قوچەکییەکانی دیکەش. بۆیە بەم شێوەیە و بەهۆی بە جەبرکردنی شێوە ئەندازەییەکان، لقێکی نوێی بیرکاری دروست بوو بە ناوی "ئەندازەی جەبری".

لە لێکۆڵینەوەیەکی گەورە، "نیوتن" چەماوەکانی پۆلێنکرد، ئەو پۆلێنکردنەش بەهۆی هاوکێشە جەبرییە پلە سێییەکانەوە بوو، یان چەماوە سێ جاکان. تەنیا بە بەراوردکردنی چوار جۆری سادەی برگە قوچەکییەکان، 78 جۆر دۆزرانەوە، ئەم 78 جۆرەش بەسەر 5 گرووپ دابەشکرا. ژمارەی ئەم جۆرانەش، هەروا بە نەگۆڕی نەمایەوە، بەڵکو بەردەوام بوو تا گەیشتە چەماوە پلە چوارەکان، ئەم پۆلێنکردنەش بە نێو چەماوەکان، هەرگیز نەگیرسایەوە.

لێکۆڵینەوە لە چەماوەکان وەک هاوکێشەیەکی جەبری، هەموو چیرۆکەکە نییە. گەلێ لە چەماوەکان، وەک: چەماوە زنجیرەییەکان، چەماوە غلۆرە بازنەییەکان و چەماوە لولپێچییەکان، ئاسان نین بۆ ئەوەی بە هاوکێشەیەکی جەبری گوزارشتیان لێ بکرێت.

پێناسەیەک:

بیرکاریزان "کامیل جۆردن" پێشنیاری تیۆرییەکی کرد بۆ چەماوەکان "تیۆری چەماوەکان"، بە شێوەیەک کە خەتوخاڵی تیۆرییەکە لەسەر پێناسەی چەماوەکان بینا بکرێت، پێناسەکانیش لە ڕووی خاڵە گوراوەکانەوە بێت.

ئا لێرەدا نموونەیەک دەخەینە ڕوو. ئەگەر وا دابنێین کە $x = t^2$ و $y = 2t$، پاشان بۆ نرخە جیاوازەکانی t، ئەوا چەندین خاڵی جیاوازمان

بە دەست دەکەوێت، کە ئەم خاڵانەش دەکرێت بە شێوەی جووتە ڕێکخراو (x,y) لەسەر ڕووتەختی پۆتان بنووسرێت. بۆ نموونە ئەگەر $t = 0$، ئەوا خاڵی $(0,0)$ مان دەبێت، ئەگەر $t = 1$، ئەوا خاڵی $(1,2)$ دەبێت، ئا بەم شێوەیە. پاشان ئەگەر ئەم خاڵانە لەسەر ڕووتەخت بە یەکتر بگەیەنین، ئەوا شێوەی برگە هاوتامان بۆ دەردەچێت. جۆردن ئەم بیرۆکەیەی سادەکردەوە بە بەیەکگەیاندنی خاڵەکان. بەلای جۆردنەوە، ئەمە پێناسەیەک بوو بۆ چەماوەکان.

چەماوەکانی جۆردن، دەکرێت ئاڵۆز و تێکەڵ بێت، بەتایبەت کاتێ وەک بازنەن، لێ ئەوەی باسی دەکەین، دەبێ چەماوەی 'ساکار' بن، واتە چەماوەیەک یەکتربڕینی خۆی تێدا نەبێت و چەماوەیەکی 'داخراو' بێت (سەرەتا و کۆتایی نەبێت). بەم هۆیەوە جۆردن بیردۆزێکی گرینگی ڕۆنا کە ئەمە دەقەکەیەتی: چەماوەیەکی ساکار و داخراو، پانتایی ناوەکی و دەرەکی هەیە. ڕوونی و ئاشکرایی ئەم بیردۆزە، تەنیا ڕواڵەتە، بە ڕواڵەتیش بڕیار بدەی، ئەوا بە دڵنیایی دەکەویتە فیڵ و هەڵەوە.

لە ساڵی 1890 لە ئیتالیا، 'پیانۆ' بووە هۆی خستنەوەی بیرۆکەیەک. پیانۆ پیشانی دا کە بە پێی پێناسەکەی جۆردن بۆ چەماوەکان، بیرۆکەی 'پڕکردن بە چوارگۆشە' ئەویش چەماوەیە. لە کارەکەیدا، توانی خاڵەکانی سەر چوارگۆشەیەک وا ڕێکبخات، کە هەموویان بتواندرێت بەیەکتر بگەیەندرێت، وە لە هەمانکاتدا، ئەم بیرۆکەیە لەگەڵ پێناسەکەی جۆردن دەگونجێ و تەبایە. ئەو بیرۆکەی پیانۆ پێی دەوترێ 'ئاهووتە-پڕکردنەوەی چەماوە' کە ئەمەش کەوتە ژێر باری پێناسەکەی جۆردن بۆ چەماوەکان. لەلایەکی دیکە، بەلای هەندێ کەس چوار گۆشە بە چەماوە هەژمار ناکرێت.

نموونەکان لە مەڕ ئاهووتە-پڕکردنەوەی چاماوە' و نموونە ئەستەم و ڕێتێنەچووەکانی دیکە، هۆکارێک بوو کە وای لە بیرکاریزانەکان کرد بۆ جارێکی تر بگەڕێنەوە سەر تەختە و گرتنی تەباشیرەکانیان و، جارێکی تر هزریان بخەنە گەڕ لە مەڕ بنچینەی تیۆری چەماوەکان. هەموو پرسیارەکە لە مەڕ پێشخستنی پێناسەکی باشتر بۆ چەماوەیەک،

بیگەیشت. لە دەستپێکی سەدەی بیستەم، ئەم ئەرکە سەبارەت بە پێناسەیەکی باشتر بۆ چەماوەکان، بیرکاریزانەکانی برد بەرەو لقێکی نوێی بیرکاری بە ناوی 'تۆپۆلۆژی'.

کورتەی بیرۆکەکە

سوڕانەوەی بە پێچاوپێچێک

کارنامە

300پ.ز	250پ.ز	225BC
'ئیقلیدس' برگە قوچەکییەکانی پێناسە کرد.	'ئەرخەمیدز' لە چەماوە لولپێچییەکانی کۆڵییەوە.	'ئەپولونیوس'[1] چەند شتێکی تازەی لەسەر برگە قوچەکییەکان بلاوکردەوە.
1704	1890	1920s
'نیوتن' چەماوە سێ-جاکانی پۆلێنکرد.	'پیانۆ'[2] پیشانی دا کە چوارگۆشەیەکی ناو پڕ (ناهووتەی-پڕکردن بە چاماوە) چەماوەیە.	'مینگەر و پاڤیل ئەریسۆن'[3] چەماوەکانییان وەک بەشێک لە تۆپۆلۆژی ناساند.

[1] *Apollonius*

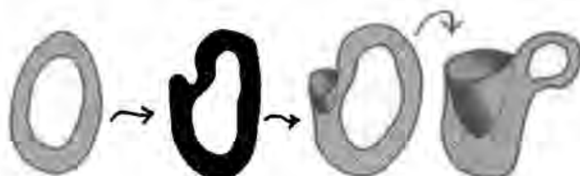
[2] *Peano*

[3] *Menger& Pavel Urysohn*

23 شێوەناسی (تۆپۆلۆژی)

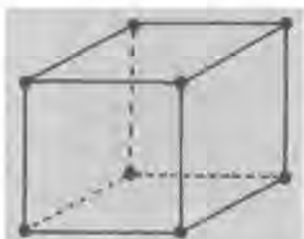
تۆپۆلـۆژی یەکـێکە لە لقەکـانی ئەنـدازە، بە شـێوەیەکی گشـتی مـامەڵە لەگەڵ سـیفەتە نەگۆڕەکـانی ڕووەکـان دەکـات. بە لای تۆپۆلـۆژی پێـوان و دووری یـان گۆشـە گرینگـی نیـیە و ناپەیوەسـتە پێیـانەوە. ئەوەی بەلایەوە گـرینگە، نەگـۆڕانی ئەو سـیفەت و تایبەتمەنـدییانەیە کە کاتێـک شـێوەیەک شـێوەگۆڕکێی پـێ دەکرێـت بـۆ شـێوەیەکی دیـکە. ئـا لێـرەدا، بۆمـان هەیە گوشـار بخەیـنە سـەر شـێوەیەک یـان ڕایکێشـین بـۆ هەر ئاراسـتەیەک کە بمـانەوێ، لەبەر ئەم هـۆیە، هەنـدێ جـار تۆپۆلـۆژی بە "ئەنـدازەی مطـاطی" ناودەبرێـت یـان وەسـف دەکرێت. سـا هەنگـانە ئەوانەی کە جیاکـاری نـاکەن لە نێـوان کـوپێکی قـاوە خـواردنەوە و کێکێکـی دۆنـات، ئەوا پێیـان دەوتـرێ "تۆپۆلۆژیزان-شێوەناسەکان".

کێکـی دۆنـات، کێکێکـی خـڕە کە ڕووەکەی بە قـاوە ڕووپۆشـکراوە، ئەم کـێکە یەکـێکە لە ڕووە ئەنـدازەییەکان کە لە ناوەڕاسـتی تەنیـا یەک کـون هەیە. جـا کـوپی قـاوە خـواردنەوەش بەهەمـان شـێوە تەنیـا یەک کـونی هەیە، ئەو قورفـانگەی کە کـوپەکەی پـێ دەگـرێ. لە دیـدی تۆپۆلـۆژییەوە، ئەم دوانە هاوتـای یەکتـرن، چـونکە هەریەکەیـان تەنیـا یەک کونیـان هەیە و، دەکرێ شێوەگۆڕکێیان پێ بکەین بۆ ئەوەی تریان.



شێوەگۆڕکێی چوێنک (یان دۆناتێک) بۆ کوپێک

پۆلێنکردنی فرەڕووەکان:



سەرەتاییترین شێوەکان کە تۆپۆلۆژیزانەکان لیکۆڵینەوەی لەسەر دەکەن، فرەڕووەکانن (ئەو شێوانەی کە پتر لە سێ ڕوویان هەیە). یەکێ لە نمونەکان بۆ فرەڕووەکان، بریتییە لە شەشپاڵوو کە 6ڕووی چوارگۆشە، 8 سەر و 12 لێواری هەنە. سەرەکان ئەو خاڵە تیژانەن کە ڕووەکە هەیەتی، لێواریش ئەو هێڵەیە کە سەرەکان پێکەوە دەبەستێتەوە. شەشپاڵوو فرە ڕووەکی ڕێکە، چونکە:

- هەموو ڕووەکانی وەک یەکترن و ڕێکن.
- هەموو گۆشەکانی نێوان سەرەکان کاتێ بە لێوارەکان دەگەن، گۆشەی یەکسان دروست دەکەن.



چوار ڕوو



شەش ڕوو



هەشت ڕوو



دوازدە ڕوو



بیست ڕوو



سی و دوو ڕوو

هەرچەندە تۆپۆلۆژی بابەتێکی ئەوەندە کۆن نییە، لێ هێشتا دەکرێت بنەڕەتەکەی بگەڕێتەوە بۆ یۆنانییەکان. لە ڕاستیدا ئەگەر لە پەرتوکەکەی ئیقلید وردبینەوە، دەبینین کە ئیقلید و ئەنجامەکەی، لەو پەری ژیرییەوە بووە، کاتێ پیشانی دەدات کە بەلایەنی زۆر 5 فرەڕووی ڕێک بوونی هەیە. ئەم فرەڕووانەش پێیان دەوترێ "فرەڕووە ناوپڕەکان" یان "فرەڕووە ئەفلاتوونییەکان" یان "تەنە ئەندازەییەکان" کە ئەمانەن:

- چوار ڕوو (چوار ڕووی سێگۆشەیی هەیە).
- شەش ڕوو (شەش ڕووی چوارگۆشەیی هەیە).
- هەشت ڕوو (هەشت ڕووی سێگۆشەیی هەیە).

- دوازدە ڕوو (دوازدە ڕووی هەیە کە هەر ڕوویەک پێنج لایە).
- بیست ڕوو (بیست ڕووی سێگۆشەیی هەیە).

ئێستا گەر واز لەو مەرجە بێنین کە هەموو ڕووەکان یەک شێوەیان هەبێ، ئەوا لەم دۆخەدا دەپەڕینەوە بۆ "ناو پەڕە (تەنە) ئەرخەمیدسییەکان" کە ئەو ناو پەڕانەن کە نیمچە-نیوە ڕێکن. ئەو ناپڕانەش، دەکرێ لە شێوە ئەفلاتوونییەکانەوە دروست بکرێت. بۆ نموونە ئەگەر 20 ڕوویەکی ئەفلاتوونیمان هەبێ، بە شێوەیەک کە ڕووی دەرەوەی ساف بکەین و ڕێکی بکەین، ئەوا تەنێکی ڕووە سافمان بۆ دروست دەبێت کە پێی دەوترێ تۆپی پێ. تۆپی پێ هەر ئەو تۆپە هاوچەرخەیە کە یاری دوو گۆڵی پێ دەکرێت. هەروەها 32 ڕوویی لە شێوەی پانێل لە 12 پێنج لا و 20 شەش لا دروست دەبێت، کە کۆی گشتی 90 لێوار و 60 سەری هەیە. کە ئەمەش شێوەیەکە لە "گەردی بوکمینستەر فولیرین"، کە بە ناوی "ڕیچارد بوکمینستەر فولیور" کراوە بەهۆی ئەو خەیاڵە زانستییەی لەمەڕ دروستکردنی "قەفەزی خڕ" هەیبووە. ئەم شێوەیەش، لە تەشەی کاربۆن C_{60} دۆزرایەوە کە هەر ئەتۆمێکی کاربۆن لەسەر هەر سەرێکی شێوەکە دەبیندرێت.

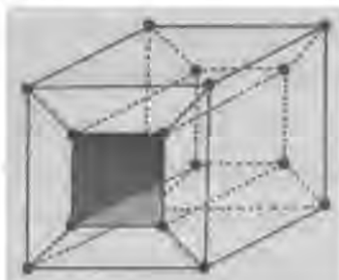
یاساکەی ئۆیلەر:

ژمارەی سەرەکان V، ژمارەی لایەکان E و ژمارەی ڕووەکان F لە شێوەیەکی بەرجەستە، بەهۆی هاوکێشەکەی ئۆیلەرەوە پەیوەندییەک لە نێوانیان ڕۆشنبوویەوە، کە ئەمەیە:

$$V - E + F = 2$$

ئەگەر شەششپالووەک بە نموونە وەربگرین کە $F = 6$ ڕووی هەیە و، $V = 8$ سەر و $E = 12$ لای هەیە، ئەوا: $8 - 12 + 6 = 2$. هەتا ئەگەر

شێوەی بوکمینستەر فولیرینش وەربگرین، دەبینین کە: $2 = 32 + 90 - 60$. لە ڕاستیدا ئەم بیردۆزە بەرەنگارییەکی جوڵێنەر بوو لە مەڕ فرەڕووەکان. چونکە ئەگەر لە نێوان سەر، ڕوو و لایەکان یەکێکیان نەزانین، ئەوا بەهۆی ئەم هاوکێشەوە دەتوانین نەزانراوەکە بدۆزینەوە.



شەشپاڵووەک کە تەنێلێکی هەیە

ئێستا ئەگەر لە بارێکی تایبەت وردبینەوە، ئەویش ئەگەر بێت و لە ناو شەشپاڵووەک، تەنێلێک هەبێت. ئاخۆ ئەم شێوەیە هێشتا پێی دەوترێ فرە ڕووەکان؟ بۆ ئەم شێوەیە کە وێنەکەشی لە سەرەوە دراوە کە $V = 16, E = 32 \,\&\, F = 16$، پاشان ئەگەر ئەم دراوانە لە یاساکەی ئۆیلەر دابنێین، دەبینین کە: $16 - 32 + 16 = 0$. سەرنجبدە کە یاسای ئۆیلەر بۆ ئەم شێوەیە جێبەجێ نابێت و پەکی دەکەوێت. سا بۆیە یاسای ئۆیلەر سنوردارە بۆ هەندێ لە فرەڕووەکان. ئایا ئەتوانین دەستکارییەکی یاسای ئۆیلەر بکەین بۆ ئەوەی بتوانین بۆ ئەو شێوە سەمەرانەش کاربکات؟ لە ڕاستیدا ئەتوانین یاساکە گشتگیر بکەین و، توانای لێکدانەوە و لەخۆگرتنی ئەم شێوە سەیر و سەمەرانەی هەبێت.

پۆلێنکردنی ڕووەکان:

تۆپۆلۆژیزانەکان، کێکی دۆنات و کوپێکی قاوە خواردنەوە بە چوونیەک دادەنێن، ئایا کە ئەم دوو شتە یان ئەم دوو ڕووە کە هاوتای یەکترن، ئەو ڕووە چیە کە لە کێکی دۆنات جیاوازە؟ ئەو ڕووەی یان ئەو تەنەی کە لە کێکی دۆنات جیاوازە، دەتوانین بڵێین کە تۆپە! ئەستەمە بتوانین شێوەک لە شێوەی کێکی دۆنات شێوە گۆڕکێی پێبکەین بۆ تۆپ یانیش بە پێچەوانەوە، چونکە دۆنات تەنیا یەک کونی هەیە، بەڵام تۆپ هیچ کونێکی

نییە. ڕێگەپێدراویش نییە لەخۆمانەوە کون بخەینە شێوەیەک و دەستکاری سیفەتە بنەڕەتییەکەی بکەین. ئا ئەمە، سەرەکیترین شتە کە جیاوازی لە نێوان دوو ڕووی پێدەکرێت و لەبەرچاو دەگیرێت. جا یەکێ لەم ڕێگایانەی بۆ پۆلێنکردنی ڕووەکان بەکاردێت، بریتییە لە ژمارەی کونەکانی شێوەکە یان ڕووەکە.

ئێستا با ڕوویەک وەربگرین کە r کونی هەیە و دابەشی بکەین بە سەر چەند ناوچەیەک کە بەهۆی لایەکانی سنووردراوە و لایەکانیش بەهۆی سەرەکانەوە لەسەر ڕووەکە بەستراونەتەوە. کاتێ ئەمەمان کرد، ئەوا دەتوانین ژمارەی سەر، ڕوو و لایەکان بژمێرین. ژمارەی هەر یەک لەم پێکهاتانە لە هەر ناوچەیەک، ئەوا بە یاسای ئۆیلەر $V-E+F$ هەمیشە هەر هەمان نرخی دەبێت، کە پێی دەوترێ "ڕووە تایبەتمەندەکانی ئۆیلەر":

$$V-E+F=2-2r$$

ئەگەر ڕووەکە هیچ کونێکی نەبێت $(r=0)$ ئەوا هاوکێشەکە دەبێتەوە بە هاوکێشە ئاساییەکەی ئۆیلەر سەبارەت بە فرەڕووە ئاساییەکان:

$$V-E+F=2$$

لە باری ئەگەر هاتوو ڕووەکە یەک کونی هەبوو $(r=1)$، ئەوا هەمان ئەو بارەیە کە شەشپاڵووەکە تەنێلێکی تێدا بوو (کونێکی تێدابوو):

$$V-E+F=0.$$

ڕووە تاک-لایەکان:



شریتەکەی مۆبیۆس

بە شێوەیەکی ئاسایی، هەر ڕوویەک دوو لای هەیە (دەرەوە و ناوەوە). دیوی دەرەوەی تۆپێک، جیاوازە لە دیوی ناوەوەی تۆپەکە، تاکە ڕێگاش بۆ ئەوەی لە دیوی ناوەوە بچینە دیوی دەرەوەی، کونکردنە و تێخستنی کونێکە، بەڵام کرداری کونکردن لە تۆپۆلۆژی ڕێگەپێنەدراوە (تەنیا ئەتوانی کرداری ڕاکێشان بکەیت). یانیش پارەچە کاغەزێک، نموونەیەکی ترە لە ڕووەکان کە دوو دیوی هەیە. تاقە شوێنێش

کە هەردوو دیـــوەکە بەیەکتـــر دەگەن، لە قەراخــــی-لێـــوار کـــاغەزەکەیە کە لایەکانی کاغەزەکە پێکدێنێت.

بیـرۆکە و چەمکـی ڕووی تـاک-لا تـۆزێ بە گـران وێنادەکرێـت و دێتەپـێش چـاو. لەگەڵ ئەوەشـــدا، یەکـــێ لەو ڕووە تـــاک-لایـــانە کە تـــاک ڕوویەکـــی ناوداریشـــــە، لە لایەن بیرکـــاریزان و گەردونناســـــی ئەڵمـــــانی "ئاگیســـــت مۆبیـۆس" لە سـەدەی نـۆزدەهەم داهێنـدرا بە نـاوی "شـریتەکەی مۆبیـۆس". شـێوازی دروسـتکردنی ئەو شـریتە عەنتـیکە تـاک ڕووە، ئاسـانە، تەنیـا بە پـارچە کاغەزێـک دروسـت دەکرێـت. ئێسـتا ئەگەر پـارچە کاغەزێـک بێنـی دوو یـان سـێ بسـت درێـژ بێـت و دوو پەنـجەش پـان بێـت، پاشـان کۆتاییەکـانی بگـری، پـێش ئەوەی کۆتاییەکـانی بەیەکەوە بنووسـێنی و شـێوەی ئەڵـقەیەک دروســـت بـــکەی، خولێـــک-پێچێـــک بە یەکێـــک لە کۆتاییەکـــانی بـــدە و بە کۆتـــاییەکەی دیـــکەی قـــایم بـــکە. ئەو شـــێوەی بـــۆت دروســـت دەبێـــت، شـــریتەکەی مۆبیۆســـە کە ڕوویەک یـــان شـــێوەیەکی تـــاک ڕووە، واتە تەنیـــا یەک دیـوی هەیە، نـاتوانی دیـاری بـکەی کە کـام دیـوی دەرەوەی شـریتەکەیە و کامەشـی دیـوی نـاوەوەیە! کە سـنورێکی چەمـاوەیی هەیە. ئێسـتا ئەتـوانی دەسـت بـدەیتە پێنووسـەکەت و، لە ناوەڕاسـتی شـریتە نـوکی پێنووسـەکە دابنێـی، پاشـان ئەگەر دەسـت بەکێشـانی هێڵێـک بـکەی لە ناوەڕاسـتی شـریتەکە، پـێش ئەوەی بەشـێکی زۆری شـریتەکە ببـڕی، دەگەڕێـتەوە شـوێنی دەسـتپێک! یـانیش ئەگەر بە مقەسـتێک شـریتەکە بکەیـتە دووبەش بە باری پانی، بزانە چی ڕوودەدات.


بوتڵەکەی کلین

جیـا لە بـابەتی تـاک-ڕوویـی، دەکرێـت شـێوەیەک دروسـتبکرێت کە تـاک ڕوو بێـت و سـنوری چەماوەیشـی نەبێـت! واتە ئـێمە لە شـریتەکەی مۆبیـۆس لێوارێکمـان دەبینـی، بەڵام دەتـوانین شـتێکی هەر لەم چەشـنە دروسـتبکەین کە لێواریشـی نەبێـت. ئەم شـێوەیەش بـریتییە لە "بـوتڵەکەی کلـین" کە بە

نێوی بیرکاریزانی ئەڵمانی "فلیکس کلین"کراوە. ئەو شتە هەندەکییەی کە سەرنج ڕاکێشە لە مەڕ ئەم بوتڵە، ئەوەیە کە یەکتربڕینی لەگەڵ خۆیدا نییە و، خۆیی نابڕێت. سەرەڕای ئەمەش، لە باری سێ ڕەهەندی، ئەستەمە ئەم بوتڵە دروست بکرێت بەبێ ئەوەی بە شێوەیەکی فیزیکییانە خۆی نەبڕێت، لێ لە باری چوار ڕەهەندی، لەوانەیە ڕێی تێبچێت.

هەریەک لەمانە "شریتەکەی مۆبیۆس و بوتڵەکەی کلین"، دوو نمونەن لە هەمبەر ئەو شتانەی کە تۆپۆلۆژیزانەکان پێیان دەڵێن "فرەبەش یان فرەپێچ" کە ڕووگەڵێکی ئەندازەیین، لە پارچە کاغەزی دوو ڕەهەندی دەچن کاتێ بەش و یەکە بچوکەکانی، وەک خۆیان-یەکتر دەبیندرێن. جا بۆیە "بوتڵەکەی کلاین" کە هیچ سنور و لێوارێکی نییە، پێی دەوترێ "فرەپێچی داخراوی دوو ڕەهەندی".

گریمانەکەی پوانکارییە:

بۆ زیاتر لە سەدەیەک، یەکێ لە پرسە هەرە دیار و شیکارنەکراوەکان لە پانتایی تۆپۆلۆژی "گریمانەی پوانکارییە" بوو کە هەر بە نێوی بیرکاریزان "هێنری پوارنکارییە" نرا بوو. گریمانەکە پردێکی ناوەندی بوو لە پەیوەندی نێوان جەبر و تۆپۆلۆژی.

هەتاکو بەم دوایانەش، ئەم گریمانەیە بەشێکی هەر بە شیکارنەکراوی مابوویەوە هەتاکو تازەکی لە بەرگی فرەپێچی داخراوی سێ ڕەهەندی نزیکرایەوە. لە ڕاستیدا ئەمەش شتێکی هەروا سادە نەبوو، بگرە گەلێ ئاڵۆز و چەتون بوو-خەیاڵ بکە ئەگەر ڕەهەندێکی تر بۆ بوتڵەکەی کلاین زیاد بکەین، ئاخو چ حەشاماتێک دێتە ئاراوە. گریمانەی پوانکارییە، فرەپێچی داخراوی سێ ڕەهەندیە؛ کە هەمان ئەو نیشانە و مۆرکە جەبرییانەی هەیە کە لە گۆیەکی سێ ڕەهەندیش دەبێت هەبێت. ئەمەش کلیلی شیکارکردنەکە بوو. ئەمە وەک ئەوە وابوو کە ئەگەر بێت و تۆ بە دەوری تۆپێکی زۆر زۆر گەورە ڕێ بکەی، پاشان هەموو ئەم بەڵگانەی کە پێشکەشت دەکرێت لە مەڕ ئەوەی ئەو شتەی بەدەوری ڕۆیشتوی

گـۆییە، توشـــی سەرســـامیت دەکـــات کە ئـــاخۆ هەر بەڕاســـت ئەمە شـــتێکی گـۆیی بـووە؟ هۆکـاری ئەمەش ئەوەیە کە تـۆ لەم ڕێـی کـردنە بەدەوری ئەم گۆیە زۆر گەورەیە، وێنە گەورەکەیت نەدیتییە.

هـــیچ کەســـێ نەیتـــوانی بســـەلمێنێت کە ئـــاخۆ گریمـــانەی پوانکـــارییە بـــۆ فرەپێچـــی ســـێ ڕەهەنـــدی ڕاســـتە یـــان هەڵەیە؟ لە کاتێکـــدا ئەمە بـــۆ ڕەهەنـــدەکانی تـــر یەکـــلا کرابـــۆوە، بەڵام لە بـــاری ســـێ ڕەهەنـــدی، دابـــوویە کەللەڕەقـــی و سەرســـەختی. *پرســـەکە بە دەســـتەواژەیەکی ئاســـان دەڵێـــت:* هەمـوو فـرەپێچە داخـراوە سـێ ڕەهەنـدییەکان بـێ بـوونی هـیچ کونێـک لە نـاو شـــێوەکە، ئەوە تۆپۆلۆژیـــانە هاوتـــای گـــۆیەکی ســـێ ڕەهەنـــدی دەبێـــت. بـــۆ یەکلاکـــردنەوەی ئەم پرســـە، چەنـــدین ســـەلماندنی هەڵە هـــاتنە مەیـــدانەکە، لـــێ هـــیچ یەکێکیـــان نەیپێکـــا، هەتـــاوەکو لە ســـاڵی 2002 یەکێـــک بە نێـــوی "گریگـــۆری پیرلەمـــان"[1] لە پەیمانگـــای ســـتێکلوف لە کۆتایـــدا ســـەلماندی. شـــێواز و تەکنیکـــی ســـەلماندنی ئەم گریمـــانەیە، هاوشـــێوەی ســـەلماندنە بەناوبانگەکـــان، بـــووە هەوێنـــی چەنـــدین بـــابەتی دیـــکە لە دەرەوەی ئەم پانتـــاییە. بـــوو بە هەوێنـــی هونەرێـــک کە پەیوەنـــدی بە پەرتبـــوون و بڵاوبوونەوەی گەرمی هەیە.

---

[1] گریگـــۆری لە بەرامـــبەر شـــیکارکردنی ئەم پرســـە، 100 دەفـــتەری وەک خەڵات پێشکەشـــکرا، بەڵام ئەو ڕەتـــی کـــردەوە کە ئەو خەڵاتە وەربگرێـــت! گـــوتی: مـــن ئەوەم بـــۆ ناوبانـــگ و پـــارە نەکـــردووە! کەچـــی بە ڕەتکـــردنەوەی ئەو خەڵاتە، پتـــر بەناوبانـــگ بوو.

کورتەی بیرۆکەکە

لە دۆناتەوە بۆ کوپی فاوە

کارنامە

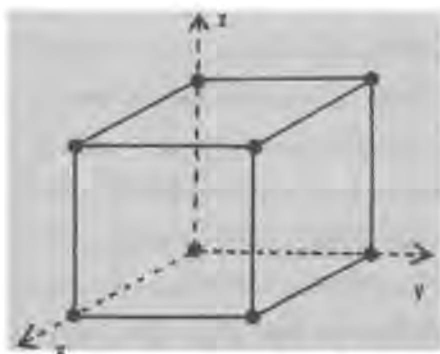
300پ.ز	250پ.ز	1752
'ئیقلید' پیشانی دا کە 5 فرەرووی ڕێک هەیە.	'ئەرخەمیدز' لە چەند رووە سافرکاوەکانی کۆلییەوە.	'ئۆیلەر' یاساکەی لە مەڕ ژمارەی سەر، روو و لایەکانی فرە ڕووەکان پێشکەشکرد.
1858	**1961& 1982**	**2002**
'مۆبیۆس و لیستینگ'[1] شریتی مۆبیۆسیان ناساند و داهێنا.	لە 1961دا، 'ستیڤن سمال'[2] گریمانەی پوانکارییەی بۆ ڕەهەندی پتر لە 4 سەلماند. لە 1982دا، 'مکایل فریدمان'[3] گریمانەی پوانکارییەی بۆ ڕەهەندی 4 سەلماند.	'پیرلەمان'[4] گریمانەی پوانکارییەی بۆ ڕەهەندی سێ سەلماند.

---

[1] *Möbius & Listing*
[2] *Stephen Smale*
[3] *Michael Freedman*
[4] *perelman*

24 ڕەهەند (دووری)

لیۆنـــاردۆ دافینچـــی لە تێبینییەکـــانی نووســـیبووی: زانســـتی وێنەکێشـــان، لەگەڵ خـــاڵ دەســـتی پێکـــرد، پاشـــان ڕاســـتەهێڵ هـــات و ڕووتەختـیش بەدوای ئەمەوە سـێیەم شـت بـوو، چـوارەمیش ئەو هەیـکەلە بـوو کە بەقەدی ڕووتەخـتەوە بـاڵای گـرت. لە پلەبەنـدی دافینچیـی، خـاڵ ڕەهەنـدەکەی سـفرە، هێـڵ یەک ڕەهەنـدە، ڕووتەخـت دوو ڕەهەنـدە و ئـاهووتە سـێ ڕەهەنـدە. لەمە ڕوونتـر چـیە؟ ئەمە ئەو ڕێگـایەیە کە خـاڵ، ڕاسـتەهێڵ، ڕووتەخـت و ئەنـدازەی تەنـدار تەشـەنەی سـەند لە لایەن یۆنانییەکـانەوە، زیـاتریش بەهـۆی ئەنـدازەی ئیقلیـدی، سـا لیۆنـاردۆ دافینچیش هەر دەستی بە گوریسەکەی ئەوانەوە گرتووە.



ئاهووتەی سێ ڕەهەندی

ئـــاهووتەی فیزیکـــی، ســـێ ڕەهەنـدییە و هەزارەهـا سـاڵە ئەم شـــتە زانـــراوە. لە ئـــاهووتەی فیزیکـی، دەتـوانین ئەو کـاغەزی بـن دەســـت بە تەوەرەی x و تەوەرەی y بجـوڵێنین، یـانیش برنـد و نـوی بکەیـن بە تەوەرەی z یـانیش هەر ئاراسـتەیەکی دیـکە. هەر خاڵێـک لە ئـاهووتەدا، سـێ پێکـنەری هەیە، هەر خاڵێـک بەهـۆی دووریـیەکەی لە چەق (کـاتێ هەرسـێ تەوەرە یەکتـر دەبـڕن) پێـوانە دەکرێـت و هەمـوو خاڵێـک بەسـتراوەتەوە بە هەرسـێ تەوەرەکە، x, y و z کە بە بیرکاریی‌انە بەم شێوەیە گوزارشتی لێ دەکەین:

$$(x, y, z)$$

شەشــپاڵوو، تەنێکــی ســێ ڕەهەنــدیی تەنــدارە، هەرشــتێکیش کەســێ ڕەهەنــدی بــوو، بەهەمــان شــێوە بەرجەســتەیە. ئــێمە لە قوتابخــانەدا فێــری ئەنــدازەی ڕووتەخــت بــووین، ڕووتەختــیش شــێوەیەکی دوو ڕەهەنــدییە. لە دوای ئەم قۆنــاغە، فێــری ئەنــدازەی تەنــدار دەبــین، ئەو شــتە بەرجەســتانەی کە ســێ ڕەهەنــدیان هەیە، خوێنــدنی ئەنــدازەی تەنــداریش، کۆتــا شــت بــوو سەبارەت ئەندازە و لەوێوە وەستاین.

لە دەوروبەری ســـــەدەی نـــــۆزدەهەم، ئەو حەز و ســـــەرەڕۆییەی بیرکاریزانەکــان بــوو وای کــرد کە بیــر لە ئــاهووتەیەکی چــوار ڕەهەنــدی بکەیــنەوە، هەر بەوەش نەوەســتان، بەڵکــو بــۆ ڕەهەنــدە بەرزەکــان n ڕەهەنــدی. گەلێــک لە بیرکاریزانەکــان و بیرمەنــدان، دەســتیان کــرد بەپرســیار کە ئاخۆ ئەو بەرزە ڕەهەندانە بوونیان هەیە؟!

ڕەهەندی بەرزتری فیزیکی:

زۆرێــک لە بیرکــاریزانە پێشــەنگەکان لە ڕابــردوودا، بیروبۆچونیــان وابــوو کە ڕەهەنــدی چــوار ناتوانــدرێت وێنــا بکرێــت. لە مەڕ ڕاســتی چــوار ڕەهەنــدی گومانیان هەبوو، شیکردنەوە و لێدوان لە بارەیەوە، بووە کارێکی سەخت.

ئەو ڕێگــا بــاوەی بــۆ ڕوونکــردنەوەی ئەوەی کە بــۆچی بیرکــردنەوە لە چــوار ڕەهەنــدی شــتێکی ئەســتەم نیــیە و ڕێتێچــووە، دەگەڕێــتەوە بــۆ باســی دوو ڕەهەنــدی. لە ســاڵی 1884دا، مامۆســتا و ئــاینزانی ئینگلیــز "ئیــدوین ئەبــۆت" پەرتــوکێکی ئاســت بەرزی بڵاوکــردەوە ســەبارەت بە "زەوی نشــینە ڕووتەختەکــان" ئەوانەی کە لە ڕووتەختــی دوو ڕەهەنــدی دەژیــن. خەڵکــی ئەو ئــاهووتەیە، نــاتوانن سێگۆشــە، چوارگۆشــە و بــازنە ببیــنن لەکاتێکــدا ئەو شــێوانە لە ڕووتەخــت بــوونی هەیە، هۆکــاری ئەوەش ئەوەیە کە بــۆ بینینــی شــتەکانی ســەر ڕوویەکــی دوو ڕەهەنــدی، پێویســت دەکــات لە ڕەهەنــدی ســێیەوە ســەیری بکەیــن. ســا بــۆیە بینینــی ئەوان ســنور دراوە. ئەوانــیش هەمــان کێشــەیان هەبــوو لە بیرکــردنەوە لە بــارەی ڕەهەنــدی ســێیەم وەک چــۆن بــۆ ئــێمەش بیرکــردنەوەیە لە ڕەهەنــدی چــوارەم. بەڵام خوێنــدەوەی

کـارەکەی "ئەبـوت" دەمانخـاتە نێـو دۆخێکـی هـزری بـۆ پەسـەند کردنـی ڕەهەندی چوارەم.

لە ڕاسـتیدا بیرکـردنەوە لە ڕەهەنـدی چـوارەم، پتـر کەوتە بەربـاس و پێوسـتی، ئەمەش بە تـایبەت کـاتێ کە ئاینشـتاین هـاتە سـەر تەختـی شـانۆکە. ڕەهەنـدی چـوارەم و ئەنـدازەی چـوار ڕەهەنـدی، زیـاتر بە لای پەسـەندکردن و شـیاویی ڕێـی گـرت، ئەمەش شـتێ بـوو کە شـیاوی تێگەیشـتن بـوو، چـونکە ڕەهەنـدی چـوارەم لە دیـدی ئاینشـتاین و مـۆدیلەکەی، کـات بـوو. نەک وەک نیـوتن، ئاینشـتاین کـاتی وەک گرێـدراوێک-بەنـدکراو لەگەڵ بۆشـایی-ئـاهووتە وێنـاکرد لە ئـاهووتەیەکی بەردەوامـی چـوار ڕەهەنـدییانە (ئـاهووتە-کـات). ئاینشـتاین ئەوەی خسـتە دیـدمان کە ئـێمە لە جیهـانێکی چـوار ڕەهەنـدی زینـدەگی دەکەیـن کە ڕەهەنـدی چـوارەمی کـاتە و، سـێ ڕەهەنـدەکەی تـر ئەو دووریـیانەن کە پێشـتر زانیومـانە: (x, y, z, t) کە t ئاماژەیە بۆ ڕەهەندی چوارەم-کات.

لە ئێسـتادا، جیهـانی چـوار ڕەهەنـدی ئاینشـتاین وێـدەچێ تەواو دەسـتەمۆ و ڕاسـتییەکی گرینـگ بێـت. مـۆدێلی تـازە لەمەڕ ڕاسـتی فیزیکـی لەسـەر بنچیـنەی "ژێیەکـان (سـترینگ)" ڕۆنـرا. لەم تیـۆرییەدا، تەنـۆلکە بچـوکە بنەڕەتییەکـان، وەک ئەلیکتـرۆن، دەرکەوتەی لەریـنەوەی وردی ژێیەکـانن. تیـۆری ژێیەکـان پێشـنیازی خسـتنەجێی وەشـانێکی تـر دەکـات لە ڕەهەنـدی بەرزتـر- ڕەهەنـدە بەرزەکـان لە شـوێنی ئەو چـوار ڕەهەنـدییەی بە هـۆی کـارەکەی ئاینشـتاینەوە زانیومـانە (ئـاهووتە-کـات). لێکـۆڵینەوە هەنووکەییەکـان پێشـنیاز دەکەن کە ڕەهەنـدی گونجـانی ئـاهووتە-کـات بـۆ تیـۆری ژێیەکـان، دەبێـت یەکـێ لەم ڕەهەنـدانە بێـت 10،11 یـانیش 26، کە ئەمەش پشت بە گریمانەکان و مێزە[1] جیاوازەکان دەبەستێت.

مەبەسـتیش لەمە دەرخسـتنی پێکهـاتەی مـادەیە و ئامـاژەکردنە بـۆ تیـۆرییەکی باشـتر و وەڵامێکـی "ڕاسـت" لەسـەر پرسـی ڕەهەنـدییەتی.

---

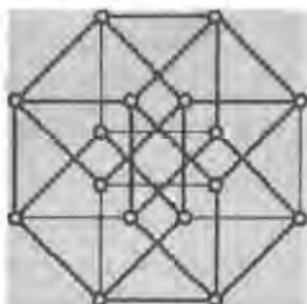
[1] مێزە: ڕوانین؛ وردبوونەوە لەشتێک؛ سەرجدان

کـۆمەڵەی زانایـان، وای بـۆدەچن کە ئـێمە لە گەردوونێکـی 11 ڕەهەنـدی زیندەگی دەکەین.

ئاهووتە زەبەندەکان:

ئـاهووتەی بیرکارییـانە لە ڕەهەنـدە بەرزەکـان، هاوچەشـنی ڕەهەنـدە بەرزە فیزیکییەکـان نیـیە، چـونکە لە جیهـانی پەتـی بیرکارییـانە، دووچـاری هـیچ گرفتێـک نـابینەوە کـاتێ لە بـارەی ئـاهووتەیەک دەدوێـن کە زیـاتر لە سـێ ڕەهەنـد بێـت. ئەم بیـرۆکەیەش بەشـێوەیەک گەشـەی سـەند کە بیرکاریزانەکـان بە ئـاهووتەیەکی چـوار ڕەهەنـدی یـان زیـاتر نەوەسـتان، بەڵکـو کـار گەیشـتە ئەوەی کە تیۆرییەکـان و بابەتەکـان لە مەڕ ئـاهووتەیەکی n ڕەهەنـدی بـخەنە ڕوو. لە سـەرەتاکانی سـەدەی نـۆزدەهەم، بیرکاریزانەکـان بە شـێوەیەکی زۆر ئاسـایی، n گۆڕاوییـان لە کـار و توێژینەوەکانییـان بەگەڕ خسـت. "جـۆرج گـرین" کە ئاشـەوانێک بـوو لە نۆتینگهـام، ئەو کەسـە بـوو کە بیرکـاری کارەبـایی دۆزیـیەوە، سـا بیرکـاریزانە پەتییەکـان " کۆشـی، ئـارثەر و هیرمـان" هەموویـان شـرۆڤەی بیرکارییەکیـان کـرد لە ڕووی ئـاهووتەیەکی فـرە n ڕەهەنـدی. ئـالێرە وێـدەچێت هـیچ هۆکـارێ بـاش بـوونی نەبـێ بـۆ سـنوورداركردنی بیرکـاری، چـونکە لە پانتـایی بیرکـاری هەمـوو شـتێ بە ڕوونـی و سـانایی بەدەسـت دەهێندرێت.

بیـرۆکەی پشـت n ڕەهەنـدی تەنیـا فراوانکـردنێکە لە سـێ ڕەهەنـدییەوە بـۆ ڕەهەنـدی زیـاتر. بـۆ بیرکاریزانەکـان فراوانکردنـی دوورییەکـانە-پۆوتانەکـان (x,y,z) بـۆ چەنـد گـۆڕاوێکی دیـارینەکراو، هـیچ سـەختییەکی تێـدا نیـیە، هەرکـاتێ کاریـان بگـاتە پێـنج ڕەهەنـدی، ئەوا هەمووشـتێک و هەمـوو گۆڕاوەکـانی نێـو تیـۆرییەکە، بـۆ 5 گـۆڕاو دەگـۆڕن. لە هەنـدێ بیـردۆزیش، بە شـێوەیەکی گشـتی ئەنجامێـک بـۆ n ڕەهەنـد دەسـەلمێنن، ئـێمەش کـام ژمارەمـان پـێ خـۆش بێـت یـان پێویسـت بێـت، لە شـوێنی n دایـدەنێین و دەرئەنجـامەکەی بەکـاردێنین. بـازنە لە دوو دووریـدا، ئەمە هاوکێشـەکەیەتی


شەشپالووەکی چوار ڕەهەندی

$x^2 + y^2 = 1$ کە بــازنەیەکی یەکــی بێـت، کـــــۆ لە ســـــێ دووریــــــدا، ئەمە هاوکێشـــــەکەیەتی $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ کە گــۆیەکە نیــوە تیــرەکەی یەک یەکەیە، جــا بــۆ هاوکێشــەی "زەبەنــدەگۆ"[1] یەکــی چـــوار ڕەهەنــدی ئەمە هاوکێشــەکەیەتی:

$$x^2 + y^2 + z^2 + w^2 = 1$$

هەشــت ســەرەکەی شەشــپالووەکی ســێ ڕەهەنــدی، ئەمە پۆوتــانەکەیەتی (x, y, z) کە هەریەکە لە $x, y \& z$ یــان بــریتییە لە 1 یــان 0ە. شەشـــپالوو شـــەش ڕووی هەنە کە هەر ڕووەکـــی چـــوار لایە و $2 \times 2 \times 2 = 8$ ســـەری هەنە. باشـــە ئەی دەربـــارەی شەشـــپالووەکی چـــوار ڕەهەنـــدی چـــی؟ کە ئەو شەشـــپالووە دەبـــێ ئەمە دوورییەکـــانی بێــت (x, y, z, w) کە هەریەکە لە $x, y, z \& w$ یـــان 1 یـــان 0ە. بە پێـــی هەر هەمـــان زارشـــت، دەبێــت $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ ســــــەری هەبێــــــت (لەوانەیە)، وە 8 ڕوو، کە هەر ڕووەکـــی شەشـــپالووە! هەرچەنـــدە نـــاتوانین بە شـــێوەی فیزیکـــی ئەم شەشـــپالووە چـــوار ڕەهەنـــدییە ببینـــین، بەلام دەتـــوانین لەســـەر کـــاغەز شـێوەیەکی لە ڕووی هـونەرییەوە بـۆ دروسـت بکەیـن. ئەم وێـنەی سـەرەوە، شەشـــپالووەکی چـــوار ڕەهەنـــدی نمـــایش دەکـــات کە لە ئەندێشـــەی بیرکاریزانەکـــان هەیە. ڕووی شەشـــــپالوویی دەتوانـــــدرێت بەتەواوی لە هەموو لایەکیدا هەستی پێبکرێت.

---

[1] لە زمــانی کوردیــدا، وشــە "زەبەنــد" بە واتــای زۆر دێـت، بەلام زۆری شــتێک کە لە پســتی خــۆی بەدەربێـت و لە ئەنــدازە زیــاد بێـت. زۆر جــار گوێمــان لــێ دەبێـت و دەگــوترێ: کــابرا مــار و ســامانەکی زۆر و زەبەنــدی هەبــوو. جــا ئــالێرە، لە بەرامــبەر وشــەی "Hypersphere" ووشــەی "زەبەنـــدەگۆ"م بە گونجــاو زانـــی. ئەگەرچـــی دەکــوردی کردنـــی ئەو وشـــەیە هیلاکـــی کــردم. هەرکەســـێ وشـــەیەکی جـــوانتر و شایەنتری شک برد، سوپاسی دەکەم گەر بیکاتە دیاری بۆم.

ئـاهووتەی بیرکارییـانە لە فـرە ڕەهەنـد، بـۆ بیرکـاریزانە پەتییەکـان پێشـهات و ڕووداوێکی زۆر باوە لە کارەکانیاندا[1].

هـیچ گریمـانەیەک لە هەمـبەر هەبـوونی ڕاسـتەقینەیی ئەمـانە، گریمـان نەکـراوە لە جیهـانی نـاوپڕە ئەنـدازەییەکان. لە تیـۆری گـرووپ، کێشـەی هەرە گەورە سـەبارەت بە پـۆلێنکردنی گرووپەکـانە، بـۆ نمـونە "گرووپـی شـەولەبان" کە ڕێگـایەکە بـۆ پێـوانی هـاوجووتی لە ئـاهووتەیەکی بیرکارییـانە کە 196,883 ڕەهەنـدی هەیە. ئەگەرچـی ئـێمە نـاتوانین ئەو ئـاهووتە فـرە ڕەهەنـدییە لە هەمـان چەشـنی ئـاهووتەی ئاسـایی سـێ ڕەهەنـدی ببینـین، بەڵام ئەمە مانـای ئەوە ناگەیەنێـت کە ناتوانـدرێت ئەندێشـە بکرێـت، لـێ دەتوانـدرێت و، بگـرە دەتـوانین مامەڵەشـەی لەگەڵـدا بکەیـن بەهـۆی جەبـری هاوچەرخ و شێوەیەکی زۆر ورد و ڕێک.

بایەخپێـدانی بیرکاریزانەکـان بـۆ ڕەهەنـدەکان، لە ناوەڕۆکـدا جیـایە لەو بـایەخەی کە فیزیکزانەکـانی پێـوەی سـەرگەرمن، بـۆیە شـیکردنەوەی ڕەهەنـدییانە، دوو شـتی لێکجـودان لە هەر یەک لەم زانسـتانە. بـاوترین یەکەکـانی فیزیـایی، بەهـۆی بارسـتە، درێـژی و کـات دەپێـورێن. جـا بـۆیە بەکـاربردنی شـیکردنەوەی ڕەهەنـدییانەیان، فیزیکزانێـک دەتوانێـت ئەوە بپشـکنێت کە ئـاخۆ هاوکێشـەکان واتـایەک دروسـت دەکـات، یـان هـیچ واتـایەک دەبەخشـێت، ئەمەش لەبەر ئەوەیە کە هەردوو لای هاوکێشـەکە، دەبێـت هەمـان ڕەهەنـدیان هەبێـت. ناکرێـت ئەو هاوکێشـەی دەسـتیان پێـی دەگـات، لە ڕووی ڕەهەنـدییەوە لە ژێـر ڕۆشـنایی تیـۆرییە فیزییایەکـان هاوسەنگ نەبێت.

یەکسـان بـوونی خێرایـی و هێـز: هێـز=خێرایـی ئەمە شـتێکی خـۆش نیـیە. شـیکردنەوەی ڕەهەنـدییانە، خێرایـی بە مەتـر لە هەر چـرکەیەک دەداتە دەسـت، سـا ئەمەش ڕەهەنـدی درێـژی هەیە و بەسـەر کـات دابەشـکراوە یـان

[1] چـونکە بیرکـاریزانە پەتییەکـان گـوێ بەوەنـادەن ئەو کـارەی دەیکـات، یـان ئەو ئەنجـامەی دەیخـاتەوە، لە جیهـانی دەرەوە جێبەجێکـاری هەیە یـان نـا. زۆر جـاریش لافی ئەوە لێدەدەن کە دەڵێن: کارەکانی ئێمە بێ بەرییە لە جیهانی فیزیکی!

که ئـێمه بەم شـێوەیه LT^{-1} دەینووسـین. هێـز بـریتییه له کـێش-بارسـته جـارانی تـاودان، که تـاودانیش بـریتییه له مەتـر له هەر چـرکەیەک، پـوختەی ئەو شتانەی سەرەوە ئەمەیه: هێز ڕەهەندی هەیه MLT^{-2}.

تۆپۆلۆژی (شێوەناسی):

تیـۆری ڕەهەنـد، بەشـێکه له تۆپۆلـۆژی گشـتی. چەمکەکـانی دیـکەی ڕەهەنـدی، دەتوانـدرێت سەربەسـتانه پێناسـەبکرێن له نـاو ئـاهووتەیەکی رووتـی بیرکارییـانه. کـاره گـرینگەکەش ئەوەیه که پیشـانبدرێت ئەمـانه چـۆن پەیوەنـدییان بەیەکتـرەوە هەیه. وێـنه بنچینەییەکـانی زۆربەی لقەکـانی بیرکـاری، بـۆ نـاوەڕۆکێکی ڕەهەنـدیانه تیشـکی خـراوەته سـەر، که ئەمـانه ڕابەرایەتـی ئەو کارەیـان کـردووە: هێنـری لیبیـگ، براوێـر، کـارل مینگەر، پـول ئیرسـۆن و لیپـۆرد فیتـۆرس (هەتـا بەم دواییـانه که پیرترینیـان له ئوسترالیا، له تەمەنی 110 سالی له 2002 مرد)[1].

پەرتـوکی سـەرەکی لەسـەر ئەو باسـه، پەرتـوکی "تیـۆری ڕەهەنـد" بـوو. له سـالی 1948دا له لایەن "ویتۆلـد هوریـویز و هینـری والمـان" بلاوکـرایەوە- که ئەمه تـا ئێستاشـی لەگەڵـدا بێـت، به خـاڵێکی وەچەرخـان دەزانـدرێت له تێگەیشتنی ئێمه بۆ چەمکی "ڕەهەند".

1 Henri Lebesgue, L. E. J. Brouwer, Karl Menger, Paul Urysohn & Leopold

ڕەهەند لە هەموو شێوەکانی:

سێ ڕەهەندی، لەلایەن یۆنانییەکانەوە خەتوخاڵی دا و چەمکی ڕەهەند بە مەترسییەوە شیکرایەوە و تەشەنەی کرد.

ئاهووتەی n ڕەهەندی لە پانتایی بیرکارییانە کاتێ سەر ئاو کەوت، هیچ نالەبارییەکی نەنایەوە و شتێکی تەواو بێ مقۆ مقۆ بوو، لە کاتێدا لە فیزیادا ئاوا نەبوو. فیزیکزانە تیۆرییەکان لەسەر بنچینەی ئاهووتە-کات (ڕەهەندی چوار) ڕۆدەنێن و وەشانی تازەی تیۆری ژێیەکان ئاهووتەیەکی $10, 11$ یان 26 ڕەهەندی دەخوازێ. ئا لێرەش زۆرلێکردنێک هەبووە بۆ ڕەهەندی کەرتی لەگەڵ شێوە 'لەیەکبووەکان' لەگەڵ هەبوونی چەندین پێوانی جیاواز لە کاتی لێکۆڵینەوەیان. بیرکاریزان 'هیلبێرت' ئاهووتەی ناکۆتا ڕەهەندی بیرکارییانەی بەرهەمهێنا کە لە ئێستادا وێنەیەکی بنچینەییە بۆ بیرکاریزانە پەتییەکان. ڕەهەند زۆر زۆرە، زیاترێکە لە یەک، دوو و سێیی ئەندازەی ئیقلیدی.

پرۆتانەکانی مرۆڤ

بوونی مرۆڤیش خۆی ئاهووتەیەکی فرە ڕەهەندییە لە کۆمەڵێک شتدا. بوونی مرۆڤ ڕەهەندەکانی زۆر لە سێ ڕەهەند زیاترە. بۆ نموونە دەتوانین ئەمە (a, b, c, d, e, f, g, h) بۆ مرۆڤ بەکاربێنین، بەجۆرێک، مەبەست لێیان تەمەن، ڕەگەز، کێش، بالا، ڕەنگی پرچ، ڕەنگی چاو، ژمارەی پێی، نەتەوە و یان هەر شتێکی دیکە بێت. لێرە لە جیاتی خاڵی ئەندازەیی، مرۆڤمان هەیە. ئێستا ئەگەر ئێمە بە هەشت ڕەهەند سنووردار کرابین، ئەوە پرۆتانەکانی کاک قەیتەران بەم شێوەیە دەبێت:

(کورد, 40, قاوەیی, ڕەش, $172\ cm$, $76\ kg$, نێر, سال 43)

کورتەی بیرۆکەکە

لەودیوی ڕەهەندی سێیەم

کارنامە

1909	1877	300 پ.ز
کارەکەی 'برۆوێر' تێگەیشتنی ئێمەی لە مەڕ ڕەهەندەکان گۆڕی.	'کانتۆر' حەپەسا بەو دۆزینەوە مشت و مڕ هەڵگرەی تیۆری ڕەهەندەکان.	'ئیقلید' شرۆڤەی جیهانی سێ ڕەهەندی کرد.

1970	1919
تیۆری ژێیەکان، ئەو گەردوونەی ئێمە بە هەبوونی 10, 11 یان 26 ڕەهەند دەخەمڵێنێت.	'هاوسدۆرف'[1] بیرۆکەی کەرتی لە هەمبەر ڕەهەندەکان ناساند 'ڕەهەندی هاوسدۆرف'.

[1] *Hausdorff*

25 لەیەکبووەکان

لە ئـــازاری 1980دا، دواهەمـــین پێشـــکەوتنی کومپیـــوتەری لە ناوەنـــدی لێکـــۆڵینەوەی *IBM* لە یۆرکتـــاون هـــاتیس، لە ولایەتـــی نیویـــۆرک، زانیارییەکـــانی لە مەڕ کـــۆنە ئـــامێرێکی چـــاپکردن بە نێـــوی تیکتـــرۆنیکس، بڵاوکـــردنەوە. ئەم ئـــامێرە، گـــوێڕایەڵی پێوەنـــانی خـــاڵی دەکـــرد لە شـــوێنی ســـەیر و عەجیـــب، کـــاتێکیش ئەو ئـــامێرە لە پێوەنـــانی خاڵەکـــان دەوەســـتا، تەقەتەق و پشـــێوی لـــێ دەردەچـــوو و وەک ئەوا وابـــوو چەرچەفێکـــی تـــۆز لەســـەر نیشـــتو بتەکێنـــی. 'بێنۆیـــت مانـــدێلبۆرت' دەســـتی خســـتە ســـەر چـــاوییەوە لە بـــێ باوەڕیـــا لەو کـــاتە. ئەوەی ئەو بینـــی، گرینـــگ بـــوو، بەڵام ئەوە چبـــوو؟ ئەو وێـــنەی بە هێواشـــی لەبەردەمـــی دەرکەوت، چـــاپکراوێکی ڕەش و ســـپی دەینوانـــد وەک ئەوەی ڕێگـــایەکی پێشـــکەوتووی فۆتـــۆگرافی بێـــت. ئەم وێنـــۆچکەیەش یەکەم ئامـــاژەکردن بـــوو بە جیهـــانی لەیەکبووەکان[1]- کۆمەڵەی ماندێلبۆرت.

ئەمەش تـــاقیکردنەوەیەکی بیرکـــاری بـــوو، نزیکبـــوونەیەک بـــوو بـــۆ بـــابەتی (لەیەکبووەکـــان) کە تێیـــدا بـــۆ یەکەمـــین جـــار بیرکاریزانەکـــان تـــاقیگەی تـــایبەت بە خۆیـــان هەبـــوو، هـــیچ نەبـــێ وەک فیزیکزانێـــک و کیمیاگەرێـــک، مێـــز و کورســـییەکیان هەبـــووە[2]. هەنـــووکەش دەتـــوانن تـــاقیکردنەوە بـــکەن. ئـــا

---

[1] لەیەکبووەکـــــــان: پێکهـــــــاتەیەکی ئەنـــــــدازەییە، کە لە گەورەکـــــــردنەوە و دووبـــارەکردنەوەی شـــێوە ئەنـــدازەییەکانی، لێکچـــووی شـــێوە بنەڕەتیـــیەکە پەیـــدا دەبێـــت. بە دەســـتەواژەیەکی تـــر، لەیەکبووەکـــان، بە پێکهـــاتەیەک دەوترێـــت کە هەر بەشـــێکی هاوشـــێوەی شـــێوە گشـــتییەکەیە، بەم تایبەتمەنـــدییەی لەیەکبووەکـــان دەڵـــێن لەخۆچـــوویی ($self-similar$). لەیەکبووەکـــان یەکـــێکە لە ئـــامرازە گرینگەکـــانی گرافیکی کۆمپیوتەری.

[2] بیـــرمە مـــن و هـــاوڕێم 'گەیـــلان' ڕۆژێ بە تەنیشـــت بەشـــی کیمیـــا ڕەت بـــووین، گەیـلان پرسـی: ئەرێ ئوسـامە بـۆ بیرکـاری تـاقیگەی نییە؟ تـا سـاجی نـان بەریـن و بۆخۆمـــان چێـــوە و ڕووبەری بـــدۆزینەوە؟ هەڵـــبەتە ئەو شـــتەکەی بە گـــاڵتە وت.

لەمەوە، ئاسۆیەکی نوێ هاتە کایەوە، ئەو ئاسۆیەش، قورتاربوون بوو لە گریمان و وادانانە وشک و پەتییەکان "پێناسەکان، بیردۆزەکان و سەلماندنەکان"، هەرچەندە دواتر پێویست بە گەڕانەوە دەکات بۆ وردی و ڕێکی بەڵگەی ژیرانە لە هەمبەر باسەکە[1].

لایەنی لاوازی ئەم نزیکبوونەوە تاقیکارییە، ئەوە بوو کە وێنە بینراوەکان، پشتگیری کردارییانەی پێشخست وەک لە تیۆری. کەسە تاقیکارەکان، ئەو کەسەی بەهای تاقیکردنەوەکە هەڵدەسەنگێنت و بەسەر تیۆرییەک بڕیاری لێ دەدات، بەبێ هیچ نەخشەیەک کارەکەیان بەڕێوە دەبرد. ماندێلبۆرت وشەی "لەیەکبووەکان"ی بەربژار کرد، ئەمانە چی بوون؟ ئایا لە پانتایی بیرکاریدا پێناسەیەکی ورد و تەواو هەیە بۆیان؟ لە سەرەتادا، ماندێلبۆرت نەیدەویست ئەمە بکات. نەیدەویست جادوی ئەو ئەزموونە بەتاڵ بکاتەوە بە تیژکردنەوەی پێناسەیەک کە ڕەنگە ببێتە هۆی لەنگییەک و سنورداركردنی. هەستی کرد کە دەستەواژەی "لەیەکبووەکان"، "وەک شەرابی باش- کە پێویستە تۆزێک بهێڵدرێتەوە و لەدەرەوە بێت؛ پێش ئەوەی بخرێتە بوتڵەوە.

کۆمەڵەکەی ماندێلبۆرت:

ماندێلبۆرت و هاوڕێکانی، لەو بیرکاریزانە تەمومژاوییانە نەبوون کە تێگەیشتن لێیان کارێکی سەخت بێ. هەوڵی ئەوان، هەوڵێک بوو تا بە سادەترین شێوە، بەرگێک و ڕێسایەک بە کارەکەیان بدەن. هەموو بیرۆکەکەش، لەسەر بنچینەی "دووبارەکاری" ڕۆنرابوو- دووبارەکاری لە بیرکاریدا، بریتییە لە پرۆسەیەکی چەنجار دووبارە بووەوە.

بەلام پرسیارەکەی جوان بوو. من ئەوە یەک، لەم پەرتوکە بەهرەمەند بم کە ئەگەر بۆ جارێکیش بێت، بیرکاریزانەکان تاقیگەیان هەبووە.

[1] مەبەست ئەوەیە کە ئەم دۆزینەوەیە لەسەرەتادا هیچ یەکێ لە پێناسە و بیردۆزی پەتی بیرکارییانەی لە پشتەوە نەبوو، لێ دواتر پێویست بوو کە ئەمە مودێلێکی بیرکارییانەی تێبخرێت و لە سۆنگەی پێناسەوە شرۆڤە بکرێت.

دووبارەکردنەوەی هەنگاوێک چەندین جار، بەڵام لە هەر هەنگاوێکی نوێ، نرخێک یان ئەنجامێکی جیاوازترمان لە هەنگاوی پێشوو دەست دەکەوێت. هەموو ئەو ئەنجامانەی بەدەستمان دەگات، یەکبەدوای‌یەکێکمان بۆ دروست دەکەن، ئامانجیش لێی بەدەست هێنانی نرخێک یا شێوەیەکی دیاریکراوە، هەر کە گەیشتینە ئەو شێوە یان ئەو نرخە، ئیتر پرۆسەکە دەوەستێنین. ئەو ڕێسایەش کە کۆمەڵەی ماندێلبۆرتی پێکهێنا، بە سادەیی ئەمە بوو: $x^2 + c$.

یەکەم شت کە ئەبێت بیکەین، ئەوەیە بەها بدەین بە c. با وادابنێین کە $c = 0.5$. دەستپێکردن لە $x = 0$ و دانانەوەی لە ڕێسایەکە $x^2 + 0.5$ لە یەکەم هەژمارکردنمان ئەوەی دەستماندەکەوێت بریتییە لە 0.5 . دووبارە، ئێستا ئەو ئەنجامە وەک بەهایەکی x بەکاردێنین و لە ڕێساکەی دادەنێینەوە و هەژماری دووەممان دەست دەکەوێت کە بریتییە لە:

$$(0.5)^2 + 0.5 = 0.75$$

ئێستا دووبارە ئەو ئەنجامە وەک بەهایەکی x بەکاردێنین لە هەنگاوی سێیەمدا بەکاری دێنین و، بەهایەکی دیکەمان دەستدەکەوێت:

$$(0.75)^2 + 0.5 = 1.0625$$

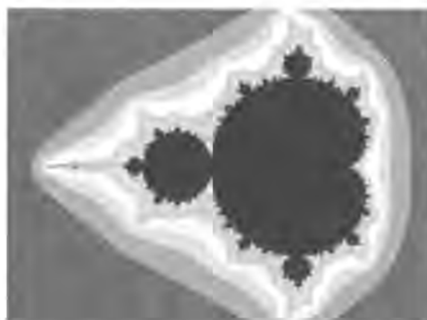
هەموو ئەو هەژمارکردنانە، هەنگاو دوای هەنگاو بە بژمێرەیەکی دەستی دەکرێت. ئەنجامی هەر هەنگاوێکیش، بەردەوام گەورەتر و گەورەتر دەبێت لەوەی پێشوو. ئا بەمە دەوترێ "دووبارەکاریی".

ئەمجارەیان، با c بە ژمارەیەکی تر دابنێین $c = -0.5$ و، بەوە دەست پێبکەین کە $x = 0$. وەک جاری پێشوو، $x^2 - 0.5 = -0.5$ لە هەنگاوی دووەم $(-0.5)^2 - 0.5 = 0.25 - 0.5 = -0.25$. بەڵام ئەمجارەیان شتێ جیاوازە، ئەویش ئەوەیە کاتێ بەهای $c = 0.5$، ئەوا لە هەر هەنگاوێ، بەهایەکی گەورەترمان بە دەست دەگەیشت، وەلێ کە $c = -0.5$، ئەوا لە هەنگاوی دواتر، بەهایەکە گەورە نابێت، بەڵکو دەبینین پەیتا پەیتا نزیک دەبێتە لە ژمارەک کە بریتییە لە: $-0.3660...$

کاتێ بەهای $c = 0.5$، ئەوا لە هەر هەنگاوێ، بەهایەکی گەورەترمان وەدەست دەگەیشت، کە ئەمەش واتای ئەوەیە ئەو دووبارەکارییە لە

$x = 0$ و لەو بەهـــایەی c، نزکبـــوونەوەیە لە ناکۆتـــا، وەلـــی کە $c = -0.5$، ئەوا لە هەنگـاوی دواتـر، بەهـایەکە گەورە نابێت، بەڵکـو دەبینـین پەیتـا پەیتـا نزیـــک دەبێـــتە لە ژمـــارەک کە بـــڕیتییە لە ... -0.3660، ئەمەش واتـــای ئەوەیە ئەم یەکبەدوای‌یەکە لێکنزیکبـــوونەوەیە لە ژمـــارەک؛ کە بە نزیکـــی دەکـاتە -0.3660. ئێســتا، کـۆمەڵەی مانـدێلبۆرت، هەمـوو ئەو بەهایـانەی c تێـدایە کە وا دەکـات ڕێســاکە لە $x = 0$ لە ناکۆتـا نزیـک نەبێـتەوە. بـۆیە $c = 0.5$ نـاکەوێتە نـاو کـۆمەڵەکەی مانـدێلبۆرت، چـونکە بینیمـان لە هەر هەنگاوێـک، ئەنجـامەکە گەورە دەبێـت، بەم چەشـنەش لە ناکۆتـا نزیـدەبێتەوە، بەڵام $c = -0.5$ دەکەوێتە ناو کۆمەڵەکەی ماندێلبۆرت.

ئەمە هەمـوو باسـەکە نییە، چـونکی هەتـا ئێسـتا ئەوەی قسـەی لە بـارەیەوە دەکەیـــن، کـــۆمەڵەی مانـــدێلبۆرت بـــووە لە یەک ڕەهەنـــدەوە- ژمـــارە ڕاسـتییەکان، کـاتێ نرخمـان دەدا بە x و c، ژمـارەیەکی ڕاسـتیمان پێـدەدا، ئەمەش کـۆمەڵەیەکی یەک ڕەهەنـدیمان دەداتـێ، لەم ڕەهەنـدەوەش، نـاتوانین شـتی زیـاتر ببینـین. ئێسـتا چـی ئەگەر سـەرنجی هەمـان ڕێسـا بـدەین بەڵام لە سـۆنگەی دوو ڕەهەنـدییەوە $z^2 + c$ کـاتێ z و c هەردووکیـان ژمـارەی نـاوێتەی دوو ڕەهەنـدی بـن. ئەگەر وابکەیـن، ئەوا کـۆمەڵەی مانـدێلبۆرتی دوو ڕەهەندیمان چنگدەکەوێت.



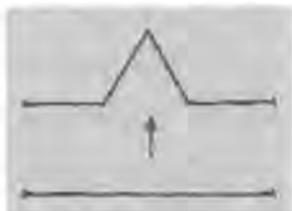
کۆمەڵەی ماندێلبۆرت

بـۆ هەنـدێ بەهـای c لە کـۆمەڵەی مانـدێلبۆرت، یەکبەدوای‌یەکـی zەکـان، لەوانەیە هەمـــــووی تێکـــــڕا بە شــــێوەیەکی نــــامۆ ڕێـــزبن، وەک سـەماکردن لە نێـوان خاڵەکـان، بەڵام ئەوەیە کە بـــۆ ناکۆتـــا ڕانـــاکەن. لە کـــۆمەڵەی ماندێلبۆرتـــدا، کلـــیلە ســیفەتێکی دیـــکەی لەیەکبووەکـــان دەبینـــین، ئەویـــش ســـیفەتی 'لەخۆچـوویی'. ئەو سـیفەتەی لەیەکبووەکـان زۆر سـەیر و جـوانە، چـونکە

هەرچەندی شیوەکە گەورەبکەیت و بیهێنیتە پێش، وەک ئەوە وایە هەر گەورەت نەکردبێت، ئەمەش مانای ئەوەیە کە لەیەکبووەکان لە دووروو نزیک، وەک یەکتر دەبینردێت، بۆیەش پێیان دەوترێ لەیەکبووەکان، چونکە هەڵگری سیفەتی لەخۆچووین.

بەر لە ماندێلبرۆت:

وەک زۆرێک لە بابەتە بیرکاریدا، دۆزینەوەکانیش بەدەگمەن تازەن. بەسەیرکردنی مێژوو، ماندێلبرۆت ئەوەی بۆ دەرکەوت کە هەندێ بیرکاریزانی وەک: هینری پوانکارییە و ئارثەر کەیلی، کە ئەو بیرۆکەی ماندێلبرۆت تازە پێی گەیشتووە، ئەوان سەدان ساڵە پێیان زانیوە و ماوەیەک تروسکایی هەیە. بەڵام بەداخەوە کە ئەوان ئەو هێز و قۆرنجەیان نەخستۆتەگەڕ تا زیاتر لێی قوڵببنەوە.



دروستکردنی دانەی کلووەبەفری کوخ

ئەو شێوانەی کە لە یەکەمین شەپۆلی لەیەکبووەکان لە لایەن بیردۆزەوانەکان دۆزرانەوە، 'چەماوەی چرچ و لۆچ' و 'چەماوەی گرتۆلە'ی لەخۆگرتبوو، کە ئەمانەش لەمەو پێش ڕەتکرابوونەوە بەو زارشتەی کە ئەمانە کۆمەڵی نموونەی شێواو تێکچوون سەبارەت بە چەماوەکان. بەم چەشنە مادام ئەمانە چەماوەی شێواو تێکچوون، ئەوا خرانە دۆلابی پەراوێزی بیرکاریزانەکان و سەرنج و تیشکی زۆر کەمی خرایە سەر. لەگەڵ ناوبانگی لە یەکبووەکان، هەندێ بیرکاریزانی دیکە، بەخۆیانزانی کە ئەوکارەی ئەوان کردوویانە، شتێکە لەو لەیەکبووانەی کە وا پانتایی بیرکاری تەنیوەتەوە، ئەوانیش 'گاستۆن ژولیا و پیری فاتۆ' کە کاریان لەسەر لەیەکبووەکان کردوو وەک پێکهاتەک لە ڕووتەختی ئالۆز، ئەویش لە میانەی ساڵەکانی دوای جەنگی جیهانی یەکەم. کارەکانی ئەوان کە بەشێک بوون لە چەماوەکان، لێ پێیان نەدەوترا لەیەکبووەکان، بە دڵنیایی ئەمەش لە

کاتێکدا کە ئامێرێکی تەکنەلۆژییان نەبوو تاکو بتوانن سەیری شێوەکانییان بکەن.

لەیەکبووە ناسراوەکانی دیکە:


کلووەبەفرەکەی کوخ

یەکێک لە چەماوە ناسراوەکان، بریتییە لە "چەماوەی کوخ"، چەماوەیەکە کە هەر بە ناوی بیرکاریزانی سویدی "کوخ" کراوە. جیا لە ناسرانی بە چەماوەی کوخ، بە کلووەبەفری کوخیش ناسراوە، کە یەکەمین چەماوەی لە یەکبووەکانە. ئەم لەیەکبووە، لە سێگۆشەیەکی لا یەکسانەوە دەست پێدەکات، کە هەر لایەکی سێگۆشە بەسەر سێ بەشی یەکساندا دابەشکراوە، دواتر سێگۆشەی لا یەکسان لەسەر ئەو بەشانە دادەندرێت بە شێوەیەک کە ببێتە بنکەی.

لێ شتێ کە لە مەڕ ئەم کلووەبەفرەکەی کوخ زۆر سەیرە، ئەوەیە کە رووبەرێکی کۆتاداری هەیە، ئەمەش لەبەر ئەوەی هەمیشە دەکرێت بخرێتە نێو بازنەیەکەوە، بەڵام لە هەر هەنگاوێکی گەورەکردنی، ئەوا چێوەکەی زیاد دەکات. سا بۆیە ئەمە یەکێکە لەو چەماوە دەوردراوانەی کە رووبەرێکی کۆتاداری هەیە بەڵام چێوەکەی ناکۆتایە!



یەکێکی تر لە لەیەکبووە ناسراوەکان کە هەر بە ناوی بیرکاریزانی پۆڵەندی "واکلاو سیرپینسکی" کراوە، ئەویش "سێگۆشەی سیرپینسکی" کە لە سێگۆشەیەکی رێک یان لایەکسان دروست دەبێت. سەرەتا سێگۆشەیەکی لایەکسان لە ناوەڕاستی

سێگۆشـــەی یەکەم جیـا دەکـرێتەوە، پاشـــان ئەم کـارە لەســـەر هەمـــوو ئەو سێگۆشـەکان دووبـارە دەکـرێتەوە کە دەسـتمان دەکەوێـت. ڕێـگەی دیـکەش هەن بۆ دروستکردنی.

ڕەهەندی کەرتی:

بینینـــی "هاوســـدۆرف" بـــۆ پرســـی ڕەهەنـــدەکان، بینینێکـــی تـــازەکی و داهێـنەرانە بـوو. ئەمەش واتە پێوسـت دەکـات ڕەهەنـد بپێورێـت و بخـرێتە تـــای تەرازوو. ئەگەر بێـت و ڕاسـتەیەکەمان هەبێـت، درێــژییەکەی بە ســـێ ئەوەنـدە زیـاد بکەیـن، ئەوا درێـژی کۆتـایی ڕاسـتەکە، سـێ ئەوەنـدەی درێـژی ســـەرەتایی دەبێـــت. لەبەر ئەوەی $3^1 = 3$، ئەوا بەو ڕاســـتەیە دەوتـــرێ یەک ڕەهەنـدی هەنە. ئێســتا ئەگەر چوارگۆشــەیەک بەم قۆنــاغەدا بەریــن و بڵێــین، بە کـــۆلکەی 3 گۆڕانکـــاری تێـــدا بکەیـــن و گەورەی بکەیـــن، ئەوا ڕووبەری چوارگۆشـــە بنەڕەتیـــیەکە جـــارانی 3^2 دەکەیـــن! چـــونکە چوارگۆشـــە دوو ڕەهەنـــدی هەنە، بـــۆیە 3 بە تـــوانی دوو. ئێســـتا ئەگەر شەشـــپاڵووەک بەو زارشـــتە دابەریـــن کە کـــاتێ شەشـــپاڵووەکمان هەبێـــت و گەرەکمـــان بێـــت گەورەتـــری بکەیـــن بە کـــۆلکەی 3، ئەوا قەبـــارەی شەشـــپاڵووە بنەڕەتیـــیەکە جـــارانی $3^3 = 27$ دەکەیـــن، چـــونکێ شەشـــپاڵوو ســـێ ڕەهەنـــدی هەیە. ئەو بەهایـــانە لە ڕەهەنـــدی هاوســـــدۆرف دا، گشـــتیان هـــــاوجووتن لەگەڵ پێشبینییەکانی ئێمە بۆ ڕاستەیەک، چوارگۆشەیەک یان شەشپاڵووەک.

ئەگەر یەکەی ســـەرەکی چەمـــاوەی کـــوخ بە بەهـــای 3 زیـــاد بکەیـــن و گۆڕانکـاری تێـدا بکەیـن، ئەوا دەبێـت 4 جـارانی بـاری پێشـووی بکەیـن! لە ژێـــر ڕۆشـــنایی ئەو نەخشـــە و بەرنـــامەی هاوســـدۆرف کە هەیە، ئەوا ڕەهەنـدی هاوسـدۆرف بـریتیە لە بەهـای D کە تێـدا $3D = 4$. هەژمـارێکی تری جێگرەوە بۆ ئەمە، بریتییە لە:

$$D = \frac{log\ 4}{\log 3}$$

ئەمە واتـــای ئەوەیە کە D بـــۆ چەمـــاوەکەی کـــوخ، بە نزیکەیـــی بـــریتییە لە 1.262. لەگەڵ لەیەکبووەکـــــان، ئەمە بـــــارێکە دووبـــــارە دەبێـــــتەوە و

دەبینــدرێت، ســا بــۆیە ڕەهەنــدی هاوســدۆرف دانســقە تــرە لە ڕەهەنــدی ئاسـایی. ڕەهەنـدی هاوسـدۆرف زەنگـێ بـوو بـۆ پێناسـەکەی مانـدێلبۆرت لە مەڕ لەیەکبووەکـان- کـۆمەڵە خاڵێـک کە بەهایەکـانی D ژمـارەی تەواو نیـنە. ڕەهەندی کەرتی بوو بە کلیلێکی تایبەتمەند بۆ لەیەکبووەکان[1].

بەکارهێنانی لەیەکبووەکان:

هێــزە شــاراوەکانی لەیەکبووەکــان لە بەکارهێنانــدا، بەرفــراوانە. لە یەکبووەکـان دەتوانـدرێت ببێـتە ئـامرازێکی باشـی بیرکاریيـانە بـۆ کـۆمەڵێ نمــونە-مۆدیــڵ، وەک شــتە سروشــتییەکان: گەشــەی ڕووەکەکــان یــان پێکهاتەی هەور.

بەم چەشــنە، لەیەکبووەکــان لە پانتــایی گەشــەی ئۆرگانزیمەکــانی وەک مەرجانەکــان و ئیســفنجەکان جێبەجێکــراو کەڵکــی لــێ وەرگیــرا. ئــاوەدانبوونەوە و تەشــەنەکردنی شــارە هاوچەرخەکــان، دەرکەوت کە هەمــان شــێوەی گەشــەی لەیەکبووەکــانی هەیە. لە بــواری پزیشــکیدا، لە هەمەبەر چالاکییەکــانی مێشــک و بە مــۆدێلکردنی بەکارهــات. سروشــتی لەیەکبووەکــان لە بەرەوپێشــچوونی بــابەتی ســەرمایەداری پاشــەکەوتکردن و ســاغکردنەوە لە ئــاڵوگۆڕی بازاڕیيــدا، خســترایەگەڕ. بەم شــێوەیە، دۆزیــنەوەکەی مانـدێلبۆرت دەرگـایەکی نـوێی بە ڕووی ئـێمەدا کـردەوە، لـێ هێشتاکە زۆر دەرگاری تر هەنە بۆ کردنەوە.

---

[1] دەخــوازم ئەم نووســینەی ســەرەوە لە چەنــد دێرێــک، کــورتبکەمەوە. ئــێمە هەر وامــان زانیبــوو کە کــاتێ باســی ڕەهەنــدەکان دەکرێــت، ئەوا دەبێـت بە ژمــارەی تەواو بیــانلکێنین: یەک ڕەهەنــد، دوو ڕەهەنــدی،... هتــد. لــێ لەگەڵ لە دایکبــوونی لەیەکبووەکــان و بیرتیــژی هاوســدۆرف، ئاشــکرابوو کە ئــێمە شــتانێکمان هەنە کە ڕەهەنــدەکانیان ژمــارەی تەواو نیــیە، دەشــێ شــتێک دروســتبکەین کە ڕەهەنــدەکەی 0.5 بێت! ئەمەش لە سەرەتادا زۆر سەرسامکەر بوو.

کورتەی بیرۆکەکە
شێوەکان لەتەک ڕەهەندی کەرتی

کارنامە

1879	1904	1918
'کەیلی'[1] کاری لەسەر لەیەکبووە تازەکان کرد.	'ڤۆن کوخ'[2] چەماوە کلۆوەبەفرەکەی دروستکرد.	'هاوسدۆرف'[3] چەمکەکان و کارەکەی خۆی ناساند لەمەڕ ڕەهەندی کەرتی.
1919	1975	
'ژولیا و فاتو'[4] پێکهاتەیەکی لەیەکبوویان خستەگەڕ لە ڕووتەختی ژمارە ئاوێتەکان.	'ماندێلبۆرت'[5] چەمکی 'لەیەکبوو'ی داهێنا.	

---

[1] *Cayley*

[2] *Von Koch*

[3] *Hausdorff*

[4] *Julia and Pierre Fatou*

[5] *Mandelbrot*

26 تیۆری نارێکوپێکی

چۆن دەکرێت تیۆری نارێکوپێکی[1] هەبێت؟ ئایا بەدڵنیایی نارێکوپێکی لە نەبوونی تیۆری ڕوودەدات؟ چیرۆکی ئەم تیۆرییە، دەگەڕێتەوە بۆ ساڵی 1812. لە کاتێکدا کە ناپلیۆن لە مۆسکۆ پێشەنگ بوو، هاونیشتیمانییەکەی 'پیر سایمۆن لاپلاس' وتارێکی بڵاوکردەوە لەسەر براوەیی و بڕیار لەسەر دراویی گەردوون: ئەگەر لە ساتێکی دیاریکراودا، شوێن و خێرایی هەموو شتەکانی نێو گەردوون بزاندرابا، تەنانەت ئەو هێزەی کە بەسەریانەوەیە، ئەوا دواتر ئەم بڕانە دەکرا بەتەواوی هەژماربکرێن لە هەرکاتێکدا کە بمانویستبا و گەردوون و هەموو شتەکانی نێوی، دەکرا بێ گرێ و لێڵی دیاریکرابا. تیۆری نارێکوپێکی پیشانمان دەدات کە جیهان لەوە ئاڵۆزترە کە ئێمە بیری لێ دەکەینەوە.[2]

لە جیهانی ڕاستیدا، ناتوانین هەموو شوێنەکان، خێراییەکان و هێزەکان بەتەواوی بزانین، بەڵام ئەو ئەنجامە بۆ بیروباوەڕی لاپلاس ئەوە بوو کە ئەگەر ئێمە بەهایە نزیکراوەکانیش لە یەک ساتی دیاریکراودا بزانیبا، ئەوا هیچ نەبا گەردوون ئەوەندە جیاواز نەدەبوو، کە ئەمەش هۆکاری خۆی هەیە. بۆ نموونە، ئەو یاریزانانەی زۆر خێرا ڕادەکەن پاش یەک لەسەر دەی چرکەیەک کە کاتی ناوبیژوان گولەکە بە هەواوە دەنێت وەک نیشانەی دەستپێکردن، بەهەمان کاتیش شریتی کۆتایی مەیدانی ڕاکردنەکە دەبڕێت. بیروباوەڕەکە ئەوە بوو کە گۆڕانێکی بچوک لە

[1] *Chaos theory*

[2] لە تیۆری نارێکوپێکی، کاتێک تۆ لەڕێی هاوکێشەیەکی ماتماتیکی زۆر ساناوە دەتەوێت لەوە تێبگەیت کە لەداهاتودا چی بەسەر ڕژێمێکدادێت (سیستەم)، ئەوا دووچاری گرفت دەبیتەوە، چونکە بچوکترین گۆڕانکاری لەباروودۆخی سیستەمەکە، دەبێتە گۆڕانکارییەکی گەورە لە داهاتووی ڕژێمەکە.

مەرجە سەرەتاییەکاندا، گۆڕان و نالەباری دەنێتەوە لە دەرئەنجامدا. سا تیۆری ناڕێکوپێکی ڕووی ئەم بیرۆکەیە هەڵدەماڵێت.

دیاردەی کاریگەری پەپولەیی:

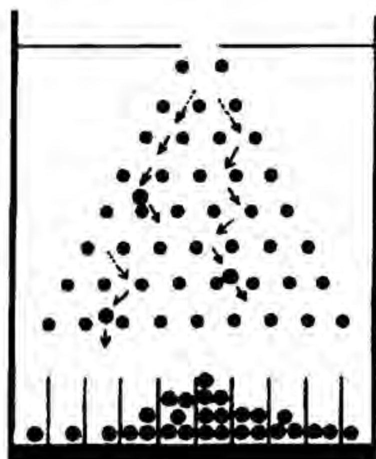
لە تیۆری ناڕێکوپێکی، کاریگەری پەپولەیی بریتییە لە گریمانەیەک لە مەڕ ئەوەی کە چۆن هێزێکی بچوک لە ناو مەرجە سەرەتاییەکانی ڕژێمێکی ناهێڵی برواییی-حەتمیی وردە وردە تەشەنە دەسەنێت و لە داهاتوو کاریگەرییەکی زەبەند دێنێتە کایەوە. بن بەڕی گریمانەکە دەربارەی ئەو هێز و کارە بچوکانەیە کە ئێمە بە شتەکی ئەوتۆی نازانین، کە هەر لە ساتی هاتنەکایەی هێزەکە، پەیتاپەیتا هێزەکە شتی دیکە وەگەرخۆی دەدات. باسەکە ئەوەیە کە چۆن شەقەی باڵە پەپولەیەک لە ئێستادا، وردەوردە تەشەنە دەسەنێت و لە داهاتوو دەبێتە گەردەلول و تۆفانێک[1]. ئەگەر بێت و لە کەش و هاوایەکی لەبار پێشبینی کەش و هەوای بەیانی بکەین، ئەوا هەمیشە ئەگەرێک هەیە کە وانەبێت، چونکی دەشێ بەهۆی کاریگەری تەکانی باڵەپەپولەیەک، کەش و هەواکە تێکچێت، چونکێ هەر تەکانێک کە پەپولە دەیدات، بە وردی و بە نەرمی تەوژمی هەوا دەگۆڕێت[2]. هەموو ئەمانەش تەنیا گریمانەیە.

دەتوانین ئەم بیرۆکەیە بەهۆی تاقیکردنەوەیەکی میکانیکی وێنا بکەین. گەر باوڵێکمان (صندوق) هەبێت و دیوی ناوەوەی خانە خانە کرابێت، وە ڕووێکی ناوەوەی بە دەمبوسی سەرخڕ سواق درابێت (چوقولدار) وەک

---

[1] وەک ئەوە وایە تۆپێک لەسەر شاخێکی بەفرین غلۆربکەیتەوە، دەبینی تۆپەکە لەهەر خولێکی؛ بەفری دیکە لە تەنگەی خۆی دەئاڵێنێت، لەکۆتایش قەبارەکەی زۆر گەورە دەبێت. ئەگەر کەسێک ماڵ و حاڵی لە خوارووە چیایە بەفرینەکە بێت، دەڵێت: هۆپە کاکە! ئەو تۆ خەریکی چ غەرەتەکی دەکەی چاوەکەم، دەتەوی مارمان وێران بکەی و حەشتبەسەرمان بکەی؟

[2] دەرکەوتنی کاریگەرییەکانی، زۆر درێژە دەکێشێت، بۆ نمونە ئەگەر بەیانی با و گێژەڵووکەیەک لە هەولێر بدات، وێدەچێت بەهۆی شەقەی باڵەپەپولەیەک بووبێت کە مدەتێکی زۆر لەمەوپێش (ڕەنگە ملیارەها ساڵ) باڵەفڕ بووە.



باولی چوقولداری تاقیکردنەوە

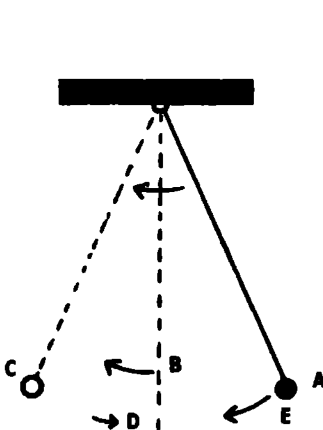
لەم وێنەیە دەردەکەوێت. لەسەرەوەی باولەکەش دەرچەیەک هەبێت بۆ ئەوەی تۆپی تێدا بخزێنین. ئێستا ئەگەر بە خێراییەکی دیاریکراو و هێزێکی دیارکراو، لە شوێنێکی دیاریکراویش تۆپێک بخزێنینە نێو باولەکە، ئەوا تۆپەکە لەوانەیە بکەوێتە خانەی سێیەم لە دەستە راستەوە. ئێستا ئەگەر هەول بدەین تۆپێکی تر، بەهەمان خێرایی، هێز و شوێنی تۆپی پێشوو بخزێنین، ئایا بۆ یەک و دوو ئەو تۆپەش دەکەوێتە خانەی سێیەم لە دەستە راست؟ ئەگەر توانیت ئەمە بکەیت بە شێوەیەکی براوەیی، ئەوا پیەر سایمون لاپلاس راستە و رێچکەی تۆپی یەک و دووەم دەبێت هەمان رێچکەیان هەبێت.

بەلام لە راستیدا کارێکی وەها ئەستەمە و هیچ راگەیەک نییە بۆ ئەم کارە. تانەت ئەگەر زۆر وردیش بیت لە خزاندنی تۆپەکان بەهەمان هێز و خێرایی و شوێن. لە راستیدا، ئەوەی وادەکات ئەو گۆرانکارییە دروست بێت، ئەو گۆرانە زۆر بچوکەیە لە خزانی تۆپەکە کە ئێمە توانای ئەوەمان نییە ئەو گۆرانە وردە ببینین، ئەم گۆرانکارییە زۆر بچوکەش لە کۆتاییەکەی گۆرانێکی گەورەی لێ دەکەوێتەوە وەک دەبینین کە تۆپەکە دەکەوێتە خانەیەکی دیکەی جیاواز.

پەندۆڵێکی سادە:

پەنـدۆڵی سەربەسـت، یەکـێکە لە ڕژێـمە هەرە سـادەکان بـۆ شـیکردنەوەی دیـاردەیەک. پەنـدۆڵ ڕژێمێکـی جـوڵەدارە-بەرەو پێشـەوە و بەرەو دواوە، بەڵام لە چـاوی ئـێمەوە دەڵێـین بـۆ ڕاسـت و چەپ دەجوڵێـت، جـوڵەی پەنـدۆڵ جـوڵەیەکی لەرینەوەیـیە؛ کە پەیتـا پەیتـا وزەی تێـدا ون دەبێـت. لادان لە ڕەوگەیەکـی شـاوڵی-ئەسـتوون و خێرایـی لەریـنەوە وردە وردە کەم دەبێتەوە کە لە کۆتایدا دەگاتە دۆخی وەستان-جێگیر.

بزاڤـی لەریـنەوەکە دەکرێـت لە ڕێـگەی 'هێڵکـاری ڕەوگەیـی' وێـنە بکرێـت. لەسـەر ڕەوگەی ئاسـۆیی، لادان دەپێورێـت، لەسـەر ڕەوگەی سـتوونیش ،خێرایـی دەپێورێـت. ئەگەر سـەیری وێـنەکە بکەیـن، خـاڵی A وێنەکـراوە لەسـەر بەشـی ئەرێنـی تەوەرەی x بە بەردان و بەڕەڵاکردنـی، ڕژێـمەکە دەکەوێـتە گەڕ. لە خـاڵی Aدا، لادان لەو پەڕیـیە و خێرایـی سـفرە. لەو لەریـنەوەیە بە ڕەوگەی شـاوڵی، کـاتێ لادان سـفر بێـت، ئەوا ئەمجـارە خێرایـی لەو پەڕیـیە و لە هێڵکـارییەکەش مەبەسـت

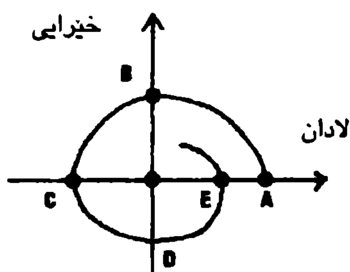


پەندۆڵی سەربەست

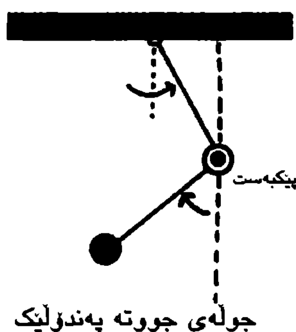
خـاڵی Bیە. لە خـاڵی Cدا، پەتەکە لەم بەری تەوەرەی xدایە، لەم بـارەش لادان نەرێنیـیە و خێرایـی سـفرە. کاتێـک پەتەکە لە خـاڵی C دەگەڕێـتەوە و دەگـاتە خـاڵی D، ئەوا خێرایـی ئەم جـارە نەرێنـیە چـونکی پەتەکە لە ئاراسـتەی نەرێنـیەوە هـاتووە-گەڕاوەتەوە. بە گەڕانەوەی خـاڵی D بـۆ خـاڵی E، ئەوا یەک لەرەی تەواو دەگەیەنێـت. لەرەیەک واتە چـوون و هاتنێـک. لە هێڵکـاری ڕەوگەیـدا ئەوەی کە نیشـاندراوە خـولانەوەیەکە بە 360 پـلە، بەڵام چـونکە لەریـنەوە و جـوڵەکە وردە وردە کەم دەکـات، بەم شـێوەیە خـاڵی E لە نێـو خـاڵی A نیشـاندراوە-دەکەوێـتە پـێش خـاڵی A، چـونکە بە

کەرانەوەی تــۆپی ســـەر پەتەکە بـــۆ لای ڕاســـت، ئەوا هەرگیـــز تـــۆپەکە ناگـــاتەوە خـــاڵی A. شـــێوەی لەریـــنەوەکەش لە ڕوانینێکـــی دوو ڕەهەنـــدی سپرینگی دەچێت.

ئەمەی دەیبینـــین، بارێـــک نیـــیە کە دوو پەنـــدوڵمان هەبێـــت. بەڵام ئەگەر بێـــت و لادان لە ڕژێمێکـــی جـووتە پەنـدوڵ بچـوک بێت، ئەوا جـــوڵە لەم ڕژێـــمە هاوشـــێوەیە لەگەڵ جـوڵەی پەنـدوڵێکی ســـادە، بەڵام ئەگەر لادانەکە گەورە بێـــت، ئەوا پەنـــدوڵەکە دێـــت و دەچێـــت، دەخـــولێتەوە و بە هەمـــوو لایەکـدا دەکەوێـــــت و، لادانـــــیش لە دەوروبەری خـــاڵی پێکبەســـتەکە، وادەردەکەوێـــت کە هەڕەمەکـــی بێـــت. ئەگەر بێـــت و جـــوڵەکە هـــیچ هێـــزی نەخـــــرێتە ســـــەر، ئەوا لەرەلەرەکە هەر کۆتـــایی پـــی دێـــت و دەوەســـــتێت، بەڵام ئەو چەمـــــاوەیەی کە وەســـــفی جـــــوڵەکەی دەکـــات، دوورە لە تایبەتمەنـدی ســـپرینگی کە لە ڕژێمـــی یەک پەنـــدوڵی هەمـــان بـــوو. بـــۆیە لەم بـــارە شێواوییەک بەدی دەکرێت.



هێڵکاری ڕەوگەیی بۆ پەندوڵێکی سادە

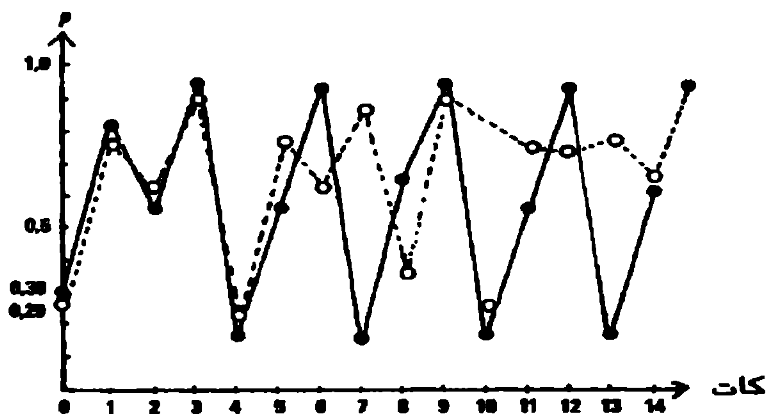


جوڵەی جووتە پەندوڵێک

جوڵەی نارێکوپێک (شێواو):

تایبەتمەنـــدی تیـــۆری نـــارێکوپێکی لەوەدایە کە ڕژێمێکـــی بـــڕاوە-حەتمـــی لەوانەیە ڕەفتـــار و جـــوڵانەوەیەکی هەڕەمەکـــی دروســـتبکات. بـــا ســـەیری نمـــونەیەکی دیـــکە بکەیـــن، دووبـــارەکردنەوەی یـــان دووبـــارەکی ڕێســـایی

$a \times p \times (1-p)$ کاتێــــــک p بـــــریتییە لە ژمـــــارەی دانیشـــــتوان، وە گونجـاوییەکەی پێـوانەکراوە کە لە تـای هاوسـەنگی لە 0 بـۆ 1 بێـت. بەهـای a پێوســـتە بەهـــایەک بێـــت لە نێـــوان 0 و4 بێـــت بـــۆ ئەوەی بەهـــای بەرهەمهاتووی p هەر لەنێوان 0 و 1 بمێنێتەوە.



گۆڕانی ژمارەی دانیشتوان بە پێی کات کاتێک $a = 3.9$

بـا نمـونەیەک دروسـتبکەین بـۆ ژمـارەی دانیشـتوان کـاتێ $a = 2$. ئێسـتا گەر ژمـارەک هەڵبژێـرین بـۆ p، بـا بڵێـین $p = 0.3$ کـاتێ 0 = کات، پاشـان دۆزیـنەوەی ژمـارەی دانیشـتوان کاتێـک 1 = کات، ئێسـتا ژمارەکـان لە ڕێسـاکە دادەنێیـنەوە $2 \times 0.3(1-0.3) = 0.42$. هەر بە بەکارهێنـانی ئـامێری بژمێـری دەسـتی، چەنـد جارێـک ئەم کـارە دووبـارە دەکەیـنەوە. ئەوجـارە گەر $p = 0.42$ ئەوا خـاڵێکی دیکەمـان دەسـتدەکەوێت کە لەم وێـنەی سـەرەوە نیشـاندراوە و بەهـاکەی دەکـاتە 0.4872. بە بەردەوام بـوون و چـونە پـێش بەم شـێوەیە، ئەوا ژمـارەی مرۆڤەکـان لە داهـاتوودا، بەپێی کـات دەدۆزیـنەوە. لەم بـارەدا، ژمـارەی خەڵکی بەخێرایی لە شـوێنێک جێگیـر دەبێـت .$p = 0.5$ ئەم جێگیربـوونەش هەمیشـە بەهـایەکی کەمتـر لە 3 بە a دەبەخشێت.

ئێستا ئەگەر وا دانێین $a = 3.9$ کە ئەم بەهایە نزیکە لەوپەڕی بەهای ڕێگەپێدراو، پاشان گەر هەمان بەهای سەرەتایی $p = 0.3$ بەکاربێنین ئەوا ژمارەی دانیشتوان بە جێگیری نامێنێتەوە بەڵام لە گۆڕانێکی بەردەوامدا دەبێت. ئەمەش لەبەر ئەوەیە کە بەهای a لە "ناوچەی ناڕێکوپێکی"یە، کە a ژمارەیەکە پترە لە 3.57. زیاتر لەوەش، ئەگەر بێت و چەند بەهایەکی سەرەتایی جیاوازی ژمارەی دانیشتوان وەرگرین، $p = 0.29$ کە بەهاکەی نزیکە لە 0.3، ئەوا گەشەی دانیشتوان بە بەراورد بە جاری پێشوو، لە چەند هەنگاوێکی سەرەتادا ڕێکن لەگەڵ یەکتر (وەک لە وێنەکە دەردەکەوێت، هێڵە پچڕپچڕەکە ئەگەر هاتوو $P = 0.29$) بەڵام دواتر ئەو ڕێکییە نامێنێت و بەرەو ئاڵۆزی دەچێت و هاوتەباییەک نامێنێتەوە لە نێوانیان. ئەمەش ئەو تاقیکردنەوەیە کە لە لایەن "ئیدوارد لۆرنیز" لە ساڵی 1961دا ئەنجامدراوە لە مەڕ جوڵەی ناڕێکوپێک لە ڕژێمێکی براوەیی.

پێشبینی کەش و هەوا:

هەموومان دەزانین کە پێشبینیکردنی کەش و هەوا تەنیا بۆ چەند ڕۆژێکی کەم نەبێت، بە شێوەیەکی پێشکەوتوو لە تواناماندا نییە، ئەمەش لە کاتێکدا کە ئامێری زۆر پێشکەوتوو و کۆمپیوتەری زۆر بەهێزمان هەنە. بە درێژایی ئەو چەند ڕۆژە کەمەش کە پێشبینی دەکەین، گەلێ جاران تووشی سەرسوڕمان دەبین و ئەوەی دوێنێ لە بارەی کەش و هەوای ئەمڕۆ وترا، وا دەرنەچوو.[1]

هۆکاری ئەوەی کە پێشبینیکردنی کەش و هەواو بەم شێوەیەیە، ئەوەیە کە ئەم هاوکێشەی زانیاریمان دەداتێ لەمەڕ کەش و هەوای ڕۆژانی

---

[1] ئەوانەی کەم زانیارین و شتێکی وەها لە بارەی کەش و هەواوە نازانن، زۆر جار ئەو ماڵپەڕ و پەخشکەرە ناوەخۆییانە بە درۆ دەزانن لە بارەی ئەو زانیارییەی کە دەیخەنە ڕوو لە بارەی کەش و هەوای ڕۆژانی ئایندە، چونکە وا دەرناچێت وەک ئەوەی کە وترابوو.

داهــاتوو، هاوکێشـــەیەکی نــاهێڵییە و پتــر لە دوو گــۆڕاو دەگــرێتە خــۆی و گۆڕاوەکانیش بەهۆی کرداری جارانکردن بەیەکەوە بەستراونەتەوە.

ئەو تیــۆرییە شــاراوەیەی پشــت بیرکــاری ســەبارەت بە پێشــبینیکردنی کەش و هەوا، لە لایەن دوو کەس بە جیــا کــاری لەســەر کــراوە، ئەوانــیش ئەنــدازیاری فەرەنســی "کەلــودی نــاڤیر" لە ســاڵی 1821دا و فیزیکزانــی بیرکارییــانە "جــۆرج کابریــل ســتۆکس"ی بەریتــانی لە ســاڵی 1845دا. هاوکێشــەی "نــاڤیر-ســتۆکس" بــووە باســێکی گرینــک بــۆ زانایــان. پەیمانگــای بیرکــاری کــلای لە کــامبیریج، خەڵاتێکــی یەک ملیــۆن دۆلاری تەرخــانکرد بــۆ هەرکەســـێ کە بتوانێـــت بەرەوپێشـــچوونێکی دیـــار بخـــاتە ڕوو بەرەو تیـــۆرییەکی بیرکارییـــانە کە پەردە لەســـەر نهێنیـــیەکەی ئەم پرســـە و ڕازەکەیــان لابــدات. بە شــێوەیەکی کردارییــانە، پرســی جــوڵەی شــلگازەکان، زۆر ناســـراوە دەربـــارەی جـــوڵەی ڕێکاوڕێـــک لە ئاســـتە بەرزەکـــانی بەرگەهەوای زەوی. بەلام جـــوڵەی هەوا لە نزیکـــی ڕووی زەوی، گێـــژاو-گەردەلــول و ئەنجــامێکی نــاڕێکوپێکی لــێ دەکەوێــتەوە، لە دەرئەنجامــدا، ئەم ڕەفتارەش تارادەیەکی زۆر نەزانراو و لێڵە.

لە کاتێکــدا شـــتانێکی زۆر زانـــراون لە بـــارەی تیـــۆری ڕژێمـــی هاوکێشـــە ناهێڵییەکــان، هاوکێشــەکانی "نــاڤیر-ســتۆک" لە ڕادەی نــاهێڵی پێکهــاتوون کە وایــان لــێ دەکــات زۆر ســەخت بــن بــۆ چارەســەکردن و یەکلاکردنەوەیــان. بە شــێوەیەکی کردارییــانە تــاکە ڕێگــا بــۆ شــیکارکردنییان، بــریتییە لە ڕێــگەی "نزیکەیــی" ئەویــش بەهــۆی بە بەکارهێنــانی کۆمپیــوتەری زۆر بە توانــا و ئاست بەرز.

سەرنجبەرە نامۆکان:

ڕژێمــی جــوڵەدار، دەتوانــدرێت وا بیــری لێبکــرێتەوە کە لە نێــو هێڵکــارییە ڕەوگەیــیەکەی خــاوەنی هێزێکــی ســەرنج کەمەندکێشــکردنە "ســەرنجبەرە". لە باســی جــوڵەی یەک پەنــدۆلەکە، خــاڵی ســەرنجبەر تەنیــا یەک خــاڵ بــوو کە لە ناوەڕاســتی نمــونەکەوە؛ جــووڵەی لێــوە ســەرچاوە دەگــرت. ئەو خــاڵەی کە

جووڵەی ڕژێمەکەی لێوەی پەیدا دەبێت، ئەمە خاڵێکە کە پێی دەوترێ "سەرنجبەر". لە باسی جوڵەی جووتە پەندۆڵەکە، باسەکە پتر ئاڵۆز دەبێت، بەڵام بەهەمان شێوەی ڕژێمی یەک پەندۆڵی، لە هێلکارییە ڕەوگەییەکەی کۆمەڵە خاڵێک هەن کە سەرنجبەرن. بۆ ڕژێمی لەم شێوەیەش، کۆمەڵەی خاڵەکان (سەرنجبەرەکان) لەوانەیە لە شێوەی "لەیەکبووەکان" بێت کە پێی دەوترێ سەرنجبەری "نامۆ" کە ئەویش پێکهاتەیەکی دیارکراوی (ڕوون) بیرکارییانەی هەیە. کەوایە بارودۆخەکە وەها سەقامگیر نییە، بەڵام شانسێک هەیە بۆ زانین و زاڵبوون بەسەریدا. لە تیۆری نارێکوپێکی تازەدا، "نارێکوپێکی" نارێکوپێکیی ئەوەندە زۆر نییە وەک دەرئەنجامەکان لە "نارێکوپێکی"ی ڕێکوپێکیی.

لە کەشناسییەوە بۆ بیرکاری:

دۆزینەوەی کاریگەری پەپولەیی بەهۆی ڕێکەوتەوە لە دەوروبەری ساڵی 1961دا ڕوویدا. کاتێ کەشناس "ئیدوراد لۆرنیز" لە *MIT*دا چوو بۆ ئەوەی کوپێ قاوە بێنیت، کۆمپیوتەرە کۆنەکەی جێهێشت کە لە سەر پرۆسەی وێنەکردن بوو، گەڕانەوەشی بۆ سەر کورسی و مێزی کۆمپیوتەرەکەی، شتێکی چاوەڕوان نەکراو چاوەڕێی بوو. مەرامی ئەوە بوو کە وێنەیەکی باشتر و سەرنجڕاکێشتری کەش و هەوا تۆماربکات بەڵام شتێکی لەسەر شاشەی کۆمپیوتەرەکەی بەدی کرد، کە وێنەیەک بوو بەڵام نەناسراو بوو. ئەمەش شتێکی نامۆ بوو بەلایەوە. ئەگەرچی دووبارە هەمان بەها سەرەتاییەکانی تێخستەوە ناو بەرنامەکە، بەڵام دووبارە هەمان وێنە بەدەرکەوتەوە. ئایا ئەمە کاتی ئەوە بووە کە کۆمپیوتەرە کۆنەکەی سەودا پێبکات بە کۆمپیوتەرێکی دیکە کە پتر پشت پێبەستراو و جێگای متمانە بێت؟

پاش کەمێ بیرکردنەوە، جیاوازیی بەدی کرد لەکاتی تێخستنی بەهایە سەرەتاییەکان: پێش ئەمە، ئەو بەهایانەی کە بەکاری هێنابوون، لە دوای فاریزە شەش ڕەنووسی هەبوون، بەڵام لەدوای پیشاندانەوە بینرا کە تەنیا

سی ڕەنووسی دەردەکەویت، بەهۆیەوە نیگەران بوو. بۆ شیکردنەوەی جیاوازییەکەش وشەیەکی نوێی بەکارهێنا، ئەویش 'کاریگەری پەپولەیی' بوو. پاش ئەم دۆزینەوەیە، زرینگی و خولیای ئیدوارد بەرەوە بیرکاری هەنگاوی نا.

کورتەی بیرۆکەکە

بێسەروبەری ڕێکوپێکیی

کارنامە

1812	1889	1961
'لاپلاس'[1] وتارەکەی بلاوکردەوە لە هەمبەر جیهانێکی براوەیی-حەتمی.	'پوانکارییە'[2] ڕووبەڕووی نارێکوپێکی هات لە کارەکانیدا لەسەر پرسی 'سی-تەیکەل'کە بەهۆیەوە خەلاتێکی بردەوە لەلایەن 'پاشا ئۆسکار'ی سوید.	'لۆرینز'[3] تیشکی خستە سەر دیاردەی 'کاریگەری پەپولەیی'.
1971	2004	
'رۆبێرت مای'[4] لە نێو نمونەی دانشتوانان لە نارێکوپێکی کۆڵییەوە	تیۆری نارێکوپێکی لە فلمی 'کاریگەری پەپولەیی' گەیشتە نێو خەلکی گشتی.	

---

[1] *Laplace*
[2] *Poincaré*
[3] *Lorenz*
[4] *Robert may*

27 بەڵگەنەویستی تەریب

بەڵگەنەویستی تەریب یان پێنجەمین بەڵگەنەویستی ئیقلیدیشی پێ دەوترێ کە یەکێکە لە بەڵگەنەویستەکانی ئیقلید خۆی. چیرۆکی ئەم شانۆییە بە سینارۆیەکی سادەی ئەندازەییانە دەست پێدەکات. بێنە بەرچاوت کە هێڵێکمان هەیە l و خاڵێک P کە ناکەوێتە سەر هێڵەکە. دەتوانین چەند راستەهێڵ بکشێن کە بە P دابڕوات و تەریب بێت بە l؟

P

r

وێدەچێت زۆر روونبێت کە بێ کەم و زیاد تەنیا یەک راستەهێڵ هەیە بە P دابڕوات و تەریب بێت بە l و هیچ گرینگ نییە ئاخۆ چەندە فراوانە یانیش ئاراستەکەی هەر چییەکە، گرینگ ئەوەیە ئەو راستەهێڵەی بە P دادەڕوات هەرگیز راستەهێڵی l نابڕێت. ئەمەش وادەردەکەوێت کە بەڵگەنەویستە و پێویست بە هێنانەوەی هیچ بەڵگەیەک ناکات و وتوویژێکی بێ عەیب و کەموکورییە و هەڵوێست و رای گشتی کۆمەڵەیەکە. ئیقلید لە ئەسکەندەرییە بنچینەکانی ئەندازەی رۆنا کە کۆمەڵێ بەڵگەنەویستی لە هەناو گرتبوو، ئەمەی سەرەوەش یەکێ بوو لەو بەڵگەنەوسیتانەی لە پەرتوکەکەی بە نێوی 'بنەماکان'.

بەڵام هەڵوێست و رای گشتی تاقمێک (تێگەی باو)، هەمیشە ئاراستەیەکی پشت پێ بەستراو نییە. دەبێ ببینین ئاخۆ کەی وادانانەکانی ئیقلید مانای بیرکارییانە دەگەیەنێت یاخود مانایەکی بیرکارییانە دروست دەکات.

بنەماکانی ئیقلید:

نــزیکەی 300 ســاڵ پــێش زاینیــی، ئیقلیــد لە دوو تــوێی 13 پەرتــوک بە نێــوی "بنەماکــان"، کــۆمەڵێکی زۆر لە بیــرۆکە ئەنــدازەییەکانی خســتە ڕوو. پەرتــوکی بنەماکــان، یەکــێکە لە کــاریگەرترین پەرتوکەکــانی بیرکــاری کە تــا ئێســتا نووســرابێت. ئەمەش ئامــاژەیە بــۆ بیرکــاریزانە گریکەکــان کە ئەنــدازەیان خســتە چوارچێــوەی ڕژێمێکــی بەڵگەنەویســتانە. دواتــر تــوێژەران دەســتیان بە تــوێژینەوە کــرد و ئەم پەرتوکەیــان وەرگێــڕا لە دەستنووســەوە، دواتــر دەستاودەســتی کــرد و بە تێکڕایــی وەک مــۆدێلێکی زۆر بــاش لە هەمبەر ئەوەی کە دەبێت ئەندازە چی بێت ستایش کرا.

بنەماکــانی ئیقلیــد بە شــێوەیەک گــوڵبژێرکران کە لە قــۆرنجی قوتابییــانی ناوەنــدی و ئامــادەیی بێــت، بەم شــێوەیەش قوتابییــان بەر لەوەی بچــنە کــۆلێژ، فێــری ئەنــــدازەکەی ئیقلیـــد و نەختــــێ لە ســــەلمێندرا و بەڵگەنەویســتەکانی دەبــن. خوێنــدنی "پەرتــوکی پیــرۆز" بــوو بە خوێنــدنی ئەنــدازە و وانەی پــێ بــوترێتەوە و قوتــابی فێــری بێــت. شــاعیر "ئەی. ســی. هیلتــۆن" بەم شــێوەیە دەنووســێت: "هەرچەنــده ئەنــدازەیان بەلەبەر نووســییەوە، بەڵام نەیانووســی کە ئەمە ڕاســتە". ڕەنــگە بڵێــی کە ئیقلیــد ئەمەی بــۆ پیاوەکــان نووســیبوو نەوەک بــۆ منــداروتوراران. لە قوتابخــانە ئینگلیزییەکــان، بنەماکــانی ئیقلیــد لە کــاریگەری و کــارتێکەری وەک یەکێــک لە بابەتەکــانی نێــو پرۆگرامــی خوێنــدن بە درێژایــی ســەدەی نــۆزدەهەم، تــاقی عاســمانی تەنیــیەوە، بەڵام بــۆ بیرکاریزانەکــانی ئەمــڕۆکە وەک هــۆیەکی تــاقیکردنەوە مــاوەتەوە تــا ژیــری و زیرەکــی کەســانی دیــکەی پــێ تاقیبکەنەوە.

ئەو شــتەی کە وادەکــات بنەماکــانی ئیقلیــد شــایەنی باســکردن و گرینگــی پێــدان بێــت، بــریتییە لە شــێوازەکەی- دەستکەوتەکەشــی بــریتییە لە خســـتنەڕووی ئەنـــدازە وەک یەکبەدوای‌یەکێـــک لە دەســـتەواژەی ســەلمێندراو. ئەوەی کە "شــیرلۆک هــۆڵمس" زۆر بەلایەوە پەســەندە، بــریتییە

لەو ڕژێمە هەڵێنجانەی کە پێشکەوتنێکی لۆژیکییە لە پوختی بەڵگەنەویستەکان. ئەگەرچی لە بای ڕەخنەلێگرتن بێ بەری نەبووە.

قەڵای ئەندازەی ئیقلید بەندە لەسەر وادانانەکان (ئەوەی ئێستا پێی دەوترێ بەڵگەنەویستەکان)، کە ئەمانەش بەس نین بۆ ڕۆنانی ڕژێمێکی وەها مەزن. ئیقلید چەند شتێکی تری خستە سەر ڕژێمەکە، وەک 'پێناسەکان' و 'تێگە باوەکان'. پێناسەکان لێدوانێک دەگرنە خۆیان وەک 'خاڵ شتێکە بەشی نییە (پارچەی نییە- پارچەناکرێ)' و 'ڕاستەهێڵ شتێکە سەرەتا و کۆتایی نییە'. تێگە باوەکان' چەند بەندێک دەگرێتە خۆیان وەک 'هەمەکی گەورەترە لە هەندەکی' و 'ئەو شتانەی یەکسانن بە شتێک، ئەو شتانە بەیەکتر یەکسانن'. بەڵام ئەم چەند شتە تەنیا تا کۆتایی سەدەی نۆزدەهەم تیشکیان بەرەو ئاسمانی زانست بوو، لەو کاتە بەولاوە زانرا کە ئیقلید هەندێ گریمانەی هەر زارەکی بوونە.[1]

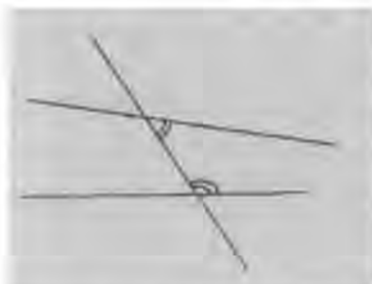
بەڵگەنەویستی پێنجەم:

لە نێو بەڵگەنەویستەکانی ئیقلید، بەڵگەنەویستی پێنجەم؛ ئەو بەڵگەنەویستە بوو بەدرێژای 2000 ساڵ مشتومڕێکی زۆر بەدوای خۆیدا هێنا لە دوای یەکەمین دەرکەوتنی 'بنەماکان'ی ئیقلید. ئەم بەڵگە نەویستە لەو شێوازەی کە هەیبوو، جیاوازتر لەوانی دیکە و قورسی و درێژدادڕی پێوە دیار بوو. لەکاتێکدا ئیقلید خۆشی بەو شتە ئەوەندە دڵخۆش نەبوو بەڵام پێویستی بە شتێکی لەم چەشنە بوو بۆ ئەوەی لە سەلماندنی

---

[1] هەندێ لە 'تێگە باوەکان'ی ئیقلید هەر تا کۆتایی سەدەی نۆزدەهەم خۆیان گرت، بەڵام دواتر بینرا کە هەندێ لەو شتانەی ئیقلید بە باوەڕێکی تەواو و بێگومانی دەزانین، هەڵەن. بۆ نموونە کە وتی 'هەمووی لە بەش گەورەترە' هەڵە خرایەوە کاتێ لێکۆڵینەوەمان کرد لە هەمبەر دانەژمێری کۆمەڵەکانی ژمارە سروشتییەکان و ژمارە جووتەکان وەک نموونە، لەکاتێک ژمارە جووتەکان بەشێکە لە ژمارە سروشتییەکان، کەچی ناتوانین بڵێین کۆمەڵەی ژمارە سروشتییەکان گەورەترە لە کۆمەڵەی ژمارە جووتەکان، ئەگەرچی بە ڕواڵەت وادەردەکەوێت.

'دەستەواژەکان' بەکاری بێنێت، ئەمەش ناچاری کرد کە ئەم لێدوانە بخاتە نێو بەڵگەنەویستەکان. ئیقلید کاتێک لەگەڵ ئەم بەڵگەنەویستە تەبا نەبووە، هەوڵی داوە بەهۆی بەڵگەنەویستەکانی تر ئەمە ساغبکاتەوە-بسەلمێنێت، بەلام هەوڵەکەی چروکی هێناوە.



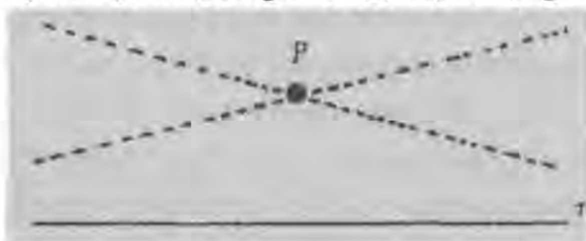
دواتر بیرکاریزانەکان هەولیان کێشا، یان ئەوەتە ئەم بەڵگەنەویستە بسەلمێنن یان ئەوەتە بیگۆڕن بۆ بەڵگەنەویستێکی سادە و ساناتر. لە سالی 1795دا، 'جۆن پلەیفایەر' هەنگاوی بۆ ئەم مەبەستە نا و ناوبانگێکی لێوە پەیداکرد: بۆ راستەهێلێک l و خالێک P کە ناکەوێتە سەر l ئەوا تەنیا یەک راستەهێلی تاقانە هەیە کە بە خالی p دادەڕوات و تەریبە بە l. لە دەوروبەری هەمان کاتدا، 'ئادەریان لجیندەری' دەربڕین و وەشانێکی تازەتری لە جێی ئەو دەربڕینە دانا کاتێ هەبوونی سێگۆشەیەکی خستەڕوو کە کۆی گۆشەکانی ناوەوەی دەکاتە 180 پلە. ئەم شێوازە نوێیانە لە بەڵگەنەویستی پێنجەمی ئیقلید، تووشی نارەزایی رووکەشێتی بۆوە، لەگەڵ ئەوەشدا پتر جێگای پەسەندکردن بوو بە بەراورد بە شێوازە کۆنەکەی ئیقلید.

بەدەر لەو هەولانەی دران، هەولی لابەلای فرووفێلاویش هەبوو، یەکێک لەوانە بریتیبوو لە گەڕان بەدوای سەلماندنێکی ساختە بۆ بەڵگەنەویستی پێنجەم. دیارە ئەمەش جەختکردنەوەیەکی توند بووە بۆ پارێزگاری کردن لە مانەوەی ئەو بەڵگەنەویستە. ئەگەر توانرا سەلماندنێک بدۆزرێتەوە، ئەوا بەڵگەنەویستەکە دەبێتە 'سەلمێندراو' و چیدیکە ناکەوێتە نێو ناوچەی شەڕوبەرگری. بەلام بەداخەوە هەولەکان بۆ کردنی شتێکی لەم چەشنە،

دەرکەوت کە نموونەیەکی نایاب بێت لە "بەڵگەی بازنەیی"[1] کە شتگەڵێکی زۆر گریمان دەکات بۆ سەلماندنی.

ئەندازەی نائیقلیدی:

پێشکەوتنێکی گرینک و لە ناکاو هاتە ئاراوە بەهۆی کارەکانی هەر یەک لە "گاوس، بۆلیا و لۆباچفسکی". لە میانەی ئەم پێشکەوتنە، گاوس کارەکانی خۆی بڵاونەکردنەوە، بەڵام واپێدەچێت کە ئەو دەرئەنجامانەی ئەو پێی گەیشتبوو لە ساڵی 1817دا بێت، بەڵام بۆلیا لە ساڵی 1931دا کارەکانی خۆی بڵاوکردنەوە، لەکاتێکدا لۆباچفسکی بە شێوەیەکی سەربەخۆ کارەکانی خۆی لە ساڵی 1829دا بڵاوکردنەوە کە ئەمەش (کارەکەی گاوس) لە نێوان کارەکانی هەردوو لا بووە. ئەوەش پێوستە بوترێ کە هیچ گومانێک لە ژیری و زیرەکی ئەو پیاوانەدا نییە. ئەوان ئەوەیان پیشاندا کە بەڵگەنەویستی پێنجەمی ئیقلید سەربەخۆیە لە هەر چوار بەڵگەنەویستەکانی دیکە. بە نەرێ کردنی ئەو بەڵگەنەویستە و دانانی لەگەڵ چوارەکەی دیکە، پیشانیاندا کە "رژێمێکی خۆگر" ڕێی تێدەچێت و ئەستەم نییە.



بۆلیا و لۆباچفسکی ئەندازەیەکی نوێیان دروستکرد، ئەندازەکەی ئەوانیش زیاتر بەهۆی یەکێک لە بەڵگەنەویستەکانەوە دەناسرێتەوە، ئەویش: ئەگەر l ڕاستەهێڵێک بێت و P خاڵێک بێت نەکەوێتە سەر P، ئەوا زیاتر لە ڕاستەهێڵێک هەیە کە بە P دا دەڕوات و l نابڕێت. ئەمە چۆن دەکرێت؟ بەدڵنیایی ڕاستەهێڵە پچڕپچڕەکان l دەبڕن. ئەگەر ئێمە ئەمە پەسەند بکەین، بێئاگایانە کەوتووینەتە داوای بینینەکەی ئیقلید.

[1] جۆرێکی بەڵگە هێنانەوەیە بۆ ڕاستێتی شتێک.

ئەندازەکەی بۆلیا و لۆباچفسکی لە رووکار تەواو جیاواز لە ئەندازەی ئیقلیدی دەردەکەوێت، بەم هۆیەش بەو ئەندازانەی کە لە ئەندازەی ئیقلیدی جودان، پێیان دەوترێ "ئەندازە نائیقلیدییەکان". ئەندازەی نائیقلیدی دەکرێ وەک ئەندازەیەک بیری لێبکرێتەوە کە رووەکانی چەماوەن؛ وەک ئەوەی کە پێی دەوترێ "نیمچەگۆ". لەم ئەندازەیە هێڵ چیدیکە مەرج نییە راست بێت و چەندین شتی تر.

کورتترین رێچکە لە نێوان خاڵەکان لەسەر نیمچەگۆ هەر هەمان شتە لەگەڵ ئەندازەی ئیقلیدی. بەلام یەکێک لە شتە سەیرەکان لە ئەندازەی نائیقلیدی ئەوەیە کە کۆی گۆشەکانی سێگۆشەیەک لەسەر ئەو رووە چەماوەییە کەمترە لە 180 پلە. ئەو ئەندازەیەش پێی دەوترێ "ئەندازەی برگە زیاد".

یەکێکی تر لە شوێنگرەوەکان بۆ پێنجەمین بەڵگەنەویستی ئیقلید، دەڵێت: هەموو راستەهێڵێک کە بە P دادەڕوات، l دەبڕێت. بە واتایەکی تر، هیچ راستەهێڵێک نییە بە Pدابڕوات و تەریب بێت بە l. ئەو ئەندازەیەش کە ئەو بەڵگەنەویستە دەگرێتە خۆی جیاوازە لە ئەندازەکەی بۆلیای و لۆباچفیسکی، بەلام لەگەڵ ئەوەشدا ئەندازەیەکی راستەقینەیە. یەک نمونە بۆ ئەو ئەندازەیە لەسەر رووێک، بریتییە لە رووی دەرەوەی گۆ. لەم ئەندازەیەدا "بازنە مەزنە"[1] رۆڵی راستەهێڵ دەبینێت وەک چۆن لە ئەندازەی ئیقلیدی هێڵ شتێکی راست بوو. لەم ئەندازە نائیقلیدییە ئەگەر سێگۆشەیەکمان هەبێت، ئەوا کۆی گۆشەکانی ناوەوەی سێگۆشەکە زیاترە لە 180 پلە[2]. ئەم ئەندازەیەش پێی دەوترێ "ئەندازەی هێلکەیی یان ناتەواو" کە بیرکاریزانی ئەڵمانی "ریمان" دەستی سەرەکی لەم کارەدا هەبووە و لە ساڵی $1850s$ دایهێنا.

---

[1] گەورەترین بازنەیە کە بەهۆی گۆیەکەوە دروست دەبێت، چێوەی بازنەکە دەکاتە چێوەی گۆیەکە-دروست دەبێت کاتێ گۆیەک بە هۆی رووتەختێکەوە لەت دەکەین بەو مەرجەی رووتەختەکە بە چەقی گۆیەکە تێپەڕ بێت.

[2] هیچ سەیر نییە ئەگەر سێگۆشەکە دوو گۆشە وەستای هەبێت (دوو گۆشەی پلە 90).

ئەندازەی ئیقلیدی، بیریاران وا بیری لێدەکەنەوە کە ئەندازەیەکە تەواو راستە- لەسەر قسەی 'کانت' ئەندازەکە 'خۆکارانە بەبیری پیاودا دێت'- ئەندازەیەکە کە ئەوانی تر لە دەرگای ئەویان داوە. ئەندازەی ئیقلیدی هەنگانە بووە بە یەکێک لەو هەموو رژێمەی کە لە مەڕ ئەندازەدا هەیە. لە سالی 1872دا، جۆرە جیاوازەکانیش هەمووی لە ژێر چەترێک کۆکرانەوە بەهۆی 'فلێکس کلاین'. لە دایکبوونی ئەندازەی نائیقلیدی، رووداوێکی تەخت هەژێن بوو لە بیرکاریدا، لە هەمانکاتدا بووە کەرەستیەکی گرینگ و بە سوود لە دەڤەری فیزیادا بەتایبەت بۆ ئاینشتاین لە هەمبەر تیۆری کێشکردنەکەی. ئەوا تیۆری گشتی کێشکردن بوو کە ئەندازەیەکی نوێی دەخواست بۆ قەوارەی کارەکەی کە بە 'ئەندازەی چاماوەی ئاهووتە-کات' یان 'ئەندازەی ریمانی' ناودەبرێت. بەهۆی ئەم ئەندازەیەوەیە کە ئێستا دەزانین بۆچی شتەکان دەکەونە خوارەوە، کەوتنە خوارەوەی شتەکان بەهۆی ئەم ئەندازەیەوە شیکردنەوەی بۆ کرا. هەروەها یاسای کێشکردنی نیوتن بۆ هێزی کێشکردنی نێوان شتەکان. هۆکاری چەمانەوەی ئاهووتە-کات، بریتییە لە هەبوونی ئەو تەنە قەبارە و بارستە گەورانەی وەک زەوی و خۆر- ئامادەیی ماددە، ئەمە ئەو هۆکارەیە کە وادەکات ئاهووتە-کات بچەمێتەوە. ئەگەر کەلایەک[1] لەسەر پەردەیەکی مەطاتی دابنێین، بەشێکی پەردەکە بۆ خوارەوە پالدەنێت و شوێنێک لەسەر پەردەکە دەچەمێنێتەوە، بەلام ئەگەر بێت و تۆپێکی یاری بۆلینگ بەکاربێنین، ئەوا چەماوەیەکی مەزنتر دروست دەکات. دوو تۆپیش بخەینە سەری، ئەوا بە هێزێک یەکتر کێش دەکەن.



---

[1] هەلمات

ئەم چەمـانەوەیە بەهـۆی ئەنـدازەی ڕیمـانی پێشـبینی دەکرێـت، هەروەهـا چەمـانەوەی ڕوونـاکی کـاتێ بە نزیـک تەنێکـی بارسـتە گەورە ڕەت دەبێـت لە بۆشـایدا. ئـاهووتەی ئاسـایی ئیقلیـدی لەگەڵ کاتـدا یەکەیەکـی سـەربەخۆیە و پێـوەی بەنـد نیـیە، ئەمەش بەس نیـیە بـۆ کێشـکردنی گشـتی. هۆکارێـک بـۆ ئەمە، ئەوەیە کە ئـــاهووتەی ئیقلیـــدی ئـــاهووتەیەکی "تەخـــت"ە-کە هـــیچ چەمـانەوەیەکی تێـدا نیـیە و ناشـبێت. بیـر لە کاغەزێـک بـکەوە کە لەسـەر مێزێـک دانـــراوە، دەتـــوانین بڵێـــین کە لە هەرخـــاڵێکی ســـەر کـــاغەزەکە، چەمـانەوەی سـفرە. گرینگتـرین شـت لە ئـاهووتە-کـاتی ڕیمـانی، ئەوەیە کە چەمکـی چەمـانەوە بە بەردەوامـی دەگۆڕێـت- وەک چرچولـۆچی جلـوبەرگ کە چـــۆن دەگۆڕێـــت، لەخـــاڵێکەوە بـــۆ خاڵێـــک. ئەمە وەک ئەوە وایە لە ئـاوێنەیەک کە مـاوەی قوپـاو تێـدایە (ئـاوێنەی ڕووچـاڵ)، سـەیری خـۆت بـکەی، ئەو وێـنەی کە دەیبینـی، دەکەوێـتە سـەر ئەوەی کە ئـاخۆ لە کوێـوە سەیر ئاوێنەکە دەکەی.

هـیچ جێگـای سەرسـوڕمان نیـیە کە گـاوس لە $1850s$ بـێ سـنور بە ڕیمـــانی لاو سەرســـام بـــووە، تەنـــانەت وای پێشـــبینی کـــردووە کە "میتافیزیـــک"ی ئـــاهووتە شۆڕشـــی بەســـەردا بکرێـــت لە لایەن ڕیمـــانەوە، بەهۆی ئەو وردبینی و بیر تیژییەی کە هەیەتی.

کورتەی بیرۆکەکە

چی ڕوودەدات ئەگەر دوو ڕاستەهێڵی تەریب یەکتر ببڕن؟

کارنامە

300 پ.ز
ئیقلید بەلگەنەویستی تەریبی خستە نێو پەرتوکەکەی 'بنەماکان'.

1829-31
'بۆلیای و لوباچفیسکی'[1] توێژنەوەکەیان بلاوکردەوە لەسەر 'ئەندازەی برگە زیاد'.

1854
'ڕیمان' لەسەر 'بنچینەکانی ئەندازە' وانەی وتەوە.

1872
'کلاین'[2] ئەندازەی یەکگرتوو کرد بەهۆی تیۆری گرووپ.

1915
تیۆریی کێشکردنی گشتی ئاینشتاین لەسەر بنچینەی ئەندازەی ڕیمان ڕۆنرا.

---

[1] *Lobachevsky and Bolyai*

[2] *Klein*

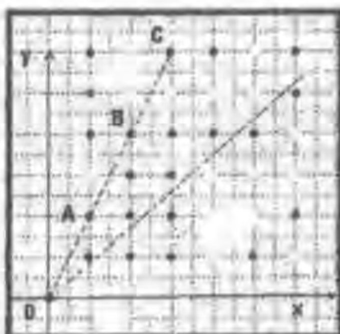
28 ئەندازەی پچڕاو

ئەنـدازە یەکێـک لە هـونەرە هەرە کۆنەکـان- بە ئینگلیـزی '*Geometry*' پێـدەوترێت. ئەنـدازە وەکـو خـۆی بە واتـای 'پێـوانەکردنی زەوی' دێـت، $[geo]$ =زەوی و $[metry]$ =پێـــــوانەکردن. لە ئەنــــــدازەی ئاســــــایدا، راسـتەهێڵ و شـێوە سـێ ڕەهەنـدییە بەردەوامەکانمـان هەیە کە هەموویـان بەهـۆی خـاڵی پێکەوەنووسـاوی لە پـاڵیەکتردا دروسـت دەبـن. بـۆیە پێیـان دەوتـرێ شـێوە و راسـتەهێڵە بەردەوامەکـان، چـونکە پچـڕاوی یـاخود پچڕپچـڕی لێیـان بەدی ناکرێـت. بیرکـاری پچـڕاو، بیرکـارییەکە کە مـامەڵە لەگەڵ ژمـار تەواوەکـان دەکـاتن وەک پـێچەوانەی بیرکـاری بەردەوام کە مـــامەڵە لەگەڵ ژمـــارە راســـتییەکان دەکـــات. ئەنـــدازەی پچـــڕاو دەکرێـــت ژمـارەیەکی دواهـاتوو لە خـاڵ و راسـتەهێڵ بگـرێتە خـۆی یـانیش تۆڕێـک لە خاڵ، بۆیە 'دابڕاو یان جیاکراوە دەخزێتە شوێنی بەردەوامی'.[1]

تۆڕێـک یـان ڕوویەکـی خانەخـانەیی، ئاسـاییانە کـۆمەڵە خـاڵێکە؛ کە تـان و پۆیەکـانی ژمـارەی تەواون. ئەم ئەنـدازەیە لەبەردەم گەلـێ کێشـە و پـرس دەوەسـتێت و چەنـدین جێبەجێکـاری هەیە و پەل دەکێشـێتە نـاو چەنـدین پانتـایی وەک تیـۆری هێماکـاری و تەنـانەت لە نەخشـەکردنی تـاقیکردنەوە زانستییەکان.

---

[1]هەمیشـە حەز دەکەم شـتەکان ئاسـانتر بـخەمە ڕوو. ئەو دەفـرە پلاسـتیکییەی کە تەمـاتەی تێـدا دەشـۆیتەوە، شـێوە ئەنـدازەیەکی بەردەوامە. بەلام ئەو ئـامرازەی کە بەهـۆیەوە ئـاوی تەمـاتەکەی لێـی دەگـرێ کە ئـێمە پێـی دەڵێـین 'بێژینگ'، ئەوە شـێوە ئەندازەییەکی پچڕاوە!



تۆڕێک لە خاڵ لە ڕووتەختی xy

ئێستا با بە گۆشەیەکی جوانتر سەیری بابەتەکە بکەین. وا خەیاڵ بکە کە ڕووناکییەک لە خاڵی O ڕووناکی ئاراستە دەکات (وەک لە وێنەکە[1]) و تیشکەکان هەردوو ئاراستەی ستوونی و ئاسۆیی هەیە. دەتوانین بپرسین کە ئاخۆ کام لە تیشکەکان بەر خاڵەکان دەکەوێت.

هاوکێشەی ئەو تیشکەی کە بە خاڵی بنەڕەت تێپەڕ دەبێت، بریتییە لە $y = mx$. ئەمەش هاوکێشەی ڕاستەهێڵە کە بە خاڵی بنەڕەت تێپەڕ دەبێت و لارییەکەی بریتییە لە m. ئەگەر هاوکێشەی تیشکەکان $y = 2x$ بێت، ئەوا تیشکەکە بە خاڵی $x = 1$ و $y = 2$ دەکەوێت، چونکە ئەم دوو خاڵە پاسەدانی هاوکێشەکە دەکەن. ئەگەر تیشکەکە لە خاڵی $x = a$ و $y = b$ بدات، ئەوا لاری ژمارەیەکی ڕێژەیی دەبێت b/a. ئەگەر m ناڕێژەیی بێت (بۆ نموونە ئەگەر $\sqrt{2}$ بێت) ئەوا ڕووناکییەکە تەواوی خاڵەکانی سەر تۆڕەکە ون دەکات.[2]

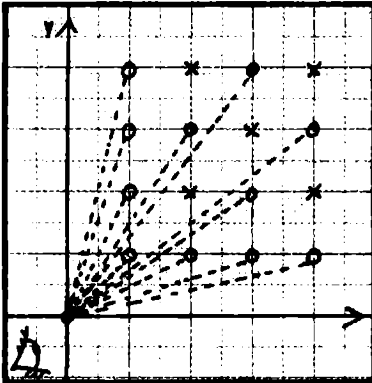
تیشکی ڕووناکییەکە $y = 2x$ بەر خاڵی A دەکەوێت کە $x = 1$ و $y = 2$، بەڵام ئەم تیشکە بەر هەموو ئەو خاڵانە ناکەوێت؛ ئەوانەی کە دەکەونە پشت خاڵی A، بۆ نموونە بەر B ناکەوێت کە $X = 2$ و $Y = 4$ و C و Dیش بەهەمان شێوەی تیشکەکەیان ناگاتێ. دەتوانین خۆمان وێنابکەین لە شوێنی خاڵی بنەڕەت، دواتر دەزانین کە کامە لە خاڵەکان

[1] ئەو شێوەی لە وێنەکە دەردەکەوێت سەبارەت بە ئەندازەی پچڕاو، هەست دەکەم وشەی "ڕووتەختی تۆڕ" بۆی گونجاوە.

[2] چونکە خاڵەکان دەکەونە سەر ژمارەی تەواو لە تەوەرەی x کە لاریش ژمارەیەکی ناڕێژەیی بێت، ئەوا بەهای نەخشەکە ناڕێژەیی دەبێت (جگە بۆ خاڵی $x = 0$)، بۆیەش ڕووناکییەکە بەر هیچ یەکێک لە خاڵەکانی ئەو ڕووتەختە تۆڕە ناکەوێت.

دەتوانین ببینین.[1] بەوەش دەزانین کە کام لە خاڵەکان شاردراونەتەوە و ناکەونە بەر ڕۆشنایی ئێمە.

دەتوانین ئەوە نیشان بدەین کە ئەو خاڵانە کامانەن کە دەتواندرێت ببیندرێت. ئەگەر پۆوتانی خاڵێک $x = a$ و $y = b$ بێت، کاتێک a و b دوو ئاوەڵی خۆبەش بن بۆ یەکتر، ئەوا ئەو خاڵە دەتواندرێت ببیندرێت. بۆ نموونە ئەو خاڵە $x = 2$ و $y = 3$ کە هیچ کۆلکەیەکی هاوبەشیان نییە جگە لە یەک، ئەوە ئاوەڵە خۆبەشن. ئەو خاڵانەی کە دەکەونە پشتی ئەو خاڵەی سەرەوە، ئەو خاڵانەن کە چەند جارەی $x = 2$ و $y = 3$ ئەو دوو ژمارەیەن، وەک $x = 4 \& y = 6$ و $x = 6 \& y = 9$.... بەم شێوەیە.



لە خاڵی بنەڕەتەوە، خاڵەکانی O بەرچاومان دەکەوێت و، خاڵەکانی Xیش نابیندرێن.

بیردۆزی پیک:

بیرکاریزانی ئوسترالی "جۆرج پیک" بە دوو هۆکار بەناوبانگە، یەکەمیان بەهۆی ئەوەی کە هاوڕێیەکی نزیکی ئاینشتاین بوو. ئەوەی دیکەش بەهۆی توێژینەوەیەکی کورتی لەسەر "ئەندازەی تورئاسا" ئەنجامدا و لە ساڵی 1899دا بلاوکرایەوە. پیک بە درێژایی ژیان و کارەکانی لەو پانتاییە فراوانەی کە لە بابەتەکاندا هەیە، ئەو زێدەتر هەر بە بیردۆزەکەی

[1] لەم بابەتە ڕێکاوڕێک مێرولەی باڵدار و بێ باڵم دێتە یاد. مێرولەی بێ باڵ ناتوانێت کۆی کونەکانی شارەکەیان ببینێت، ئەمەش ڕێک وەک ئەم باسە وایە بەلام مێرولەی باڵدار، بەسەر شارەکە دەفڕێت و هەموو کونەکان دەبینێت.

بەناوبانــگ بــووە و دیلــی بیــردۆزەکەی بــووە "بیــردۆزی پیــک"- ئەمە چ بیردۆزێکە!

بیــــردۆزی پیــــک، بیـــردۆزێکە لە هەمــبەر هەژمــارکردنی ڕووبەرێکــی دەور دراو بەهـــۆی چەنـــدلایەکەوە کە پێکبەســـــتنەوەی ئەو چەنـــدلایە، شـــێوەیەک دەنوێنێـــت کە لە تـــۆڕ دەچێـــت و تـــان و پۆیەکەشـــی ژمــارەی تەواون. ئەمەش ئەو شــتەیە کە پێــی دەوتــرێ "یــاری بــاوڵی چوقلداری بیرکاری".

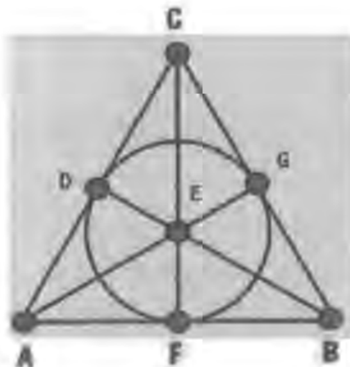
کۆمەڵێک لا یاخود شێوەیەکی چەند لا

بـــۆ دۆزیـــــنەوەی ڕووبەری شـــێوەیەکی لەم چەشـــنە، پێوســـتە ژمــارەی خاڵەکــانی ســەر ســنورەکان و ژمــارەی خاڵەکــانی نــاو ســنوورەکە بژمێــرین. لەم نمونەیەمانـــدا، ژمـــارەی خاڵەکـــانی ســـەر ســـنور دەکـــاتە $b = 22$ و ژمـــارەی خاڵەکـــانی نـــاو ســـنوورەکە دەکـــاتە $c = 7$. هەر ئەم دوو زانیارییە هەموو شتێکە بۆ بەکارهێنانی بیردۆزی پیک:

$$ڕووبەر = \frac{b}{2} + c - 1$$

لەم ڕێســـــایەدا، ڕووبەرەکە $\frac{22}{2} + 7 - 1 = 17$ کە دەکـــــاتە 17 یەکەی دووجــا. بەکارهێنــانی بیــردۆزی پیــک بــۆ هەر شــێوەیەک کە بەهــۆی خــاڵی پچــڕاو پــێکەوە بەســـتراونەتەوە لەگەڵ ژمــارەی تەواوی پۆوتــان، زۆر ئاســان و پاســانە. تــاقە مەرجێــک کە لێــرە پێوســتە هەبێــت، ئەوەیە کە نابێــت ســنوری شێوەکە (چێوە) یەکتربڕی تێدابێت.

ڕووتەختی فانۆ:



ڕووتەختی فانۆ

لە ســــاتەوەختی ســـــەرئاوکەوتنی بیـــردۆزی پیـــک، ئەنـــدازەی فـــانۆش دەرکەوت، بەڵام ئەنـــدازەی فـــانۆ، بە شـــێوەیەکی تەواو هـــیچ کـــارێکی بە هەژمـــارکردنەوە نیـیە. ئەنـدازەی فـانۆ دەگەڕێـــتەوە بـــۆ بیرکـــاریزانی ئیتـــاڵی "جینـــۆ فـــانۆ" کە پیشـــەنگ بـــوو لە لێکـــۆڵینەوە لە "ئەنـــدازەی دواهـــاتوو". ڕووتەختـی فـانۆ، یەکـێکە لە سـادەترین و ســـاناترین نموونەکـــان لە "ئەنـــدازەی جـــێکەوت یـــاخود جـــێکەوتە ئەنـــدازە". لەم ئەنـــدازەیە تەنیـــا 7 خـــاڵ و 7 ڕاستەهێڵ بوونی هەیە.

ئەو حەوت خـــاڵە نـــاو دەنێـــین A, B, C, D, E, F & G. ئەنـــدازەکە وەهـــایە کە هەر ســـێ خاڵێـــک بەیەکەوە، ڕاســـتەهێڵێک دروســـت دەکەن، کەوایە بە ئاســـانی دەتـــوانین شـــەش ڕاســـتەهێڵ دروســـت بکەیـــن، بەڵام ڕاســـتەهێڵی حەوتەم دەکەوێـــتە کـــوێ؟ لە کـــوێیە؟ تایبەتمەنـــدی ئەنـــدازە و شـــێوازی کێشـــانی یەکەکـــانی، ئەوا دەمانبـــات بـــۆ ئەوەی کە ڕاســـتەهێڵی حەوتەم دەبێـــت ڕاســـتەهێڵێک بێـــت بە DFGدا بـــڕوات، واتە ئەو ســـێ خـــاڵەی دەکەوێـــتە ســـەری و شـــێوەی بـــازنە وەردەگرێـــت. لەوەیە یەکـــێ بپرســـێت چـــۆن دەکـــرێ کە ڕاســـتەهێڵی حەوتەم بـــازنە بێـــت؟ بەڵام لە ڕاســـتیدا هـــیچ کێشـــەیەک لەگەڵ ئەوەدا نییە، چـــونکە لە ئەنـــدازەی پچـــڕاو و لە ژێـــری بـــاودا، پێویســـت نییە کە ڕاستەهێڵ ئیلا دەبێت ڕاست بێت.

ئەم ئەنـــدازە قەوارە بچـــوکەی ســـەرەوە، گەلـــێ تایبەتمەنـــدی هەنە، بـــۆ نموونە:

- هەر دوو خاڵێـــک، ڕاســـتەهێڵێک دەگـــرنە خۆیـــان کە هەردووکیـــان دەکەونە سەری.
- هەر دوو ڕاســـتەهێڵێک، خاڵێـــک دەگـــرنە خۆیـــان کە هەردووکیـــان پێیـــدا تێپەڕ دەبن.

ئەو دوو تایبەتمەنـــدییە، وێـــنەیەک لە دوولایـــی دروســـت دەکەن، لە ئەنـــدازەی لەم شـــێوەیەدا شـــتی لەم چەشـــنە دەبینـــدرێت. تایبەتمەنـــدی دووەم هەر تایبەتمەنـدی یەکەمە بەڵام شـوێنی 'خـاڵ و ڕاســـتەهێڵ' ئـــالوگۆڕی پێکـــراوە، بەهەمـــان شـێوە تایبەتمەنـدی یەکەمـیش هەر تایبەتمەنـــدی دووەمە بەڵام شـــوێنی خاڵ و ڕاستەهێڵ ئالوگۆڕی پێکراوە.



ڕووتەختی فانۆ، ڕووتەختی دروستکردن

ئەگەر لە هەر دەســـتەواژەیەکی ڕاســـت، دوو وشـــــە ئـــــالوگۆڕ پێـــــبکەین و دەسـتکارییەکی کەمیشـی بکەیـن بـۆ چـاککردنی لایەنـی زمـانەوانییەکەی، ئەوا دەســـتەواژەیەکی دیـــکەی ڕاســـتمان دەســـتدەکەوێت. ئەنـــدازەی جـــێکەوت، ئەنـــدازەیەکە کە زۆر لێکچـــووە. ئەوەک هاوشـــێوەی ئەنـــدازەی ئیقلیـــدی. لە ئەنـــدازەی ئیقلیدیـــدا جـــووتە ڕاســـتەهێڵی تەریـــب هەیە کە هەرگیـــز بە یەکتـــر نـــاگەن. جێگـــای خـــۆیەتی دڵخۆشـــبین بە قســـەکردن لەســـەر چەمکـــی 'تەریبـــی' لە ئەنـــدازەی ئیقلیدیـــدا، چـــونکە قســـەکردن لەســـەر چەمکـــی 'تەریـــب' شـــتێکی نەســـتەمە لە ئەنـــدازەی جـــێکەوت، چـــونکە هەمـــوو جـــووتە ڕاســـتەهێڵێک لە خاڵێـــک هاوبەشـــن. بەهـــۆی ئەو جیـــاوازییە، ئەنـــدازەی ئیقلیـــدی بـــۆ بیرکاریزانەکان کەمدەرامەترین جۆری ئەندازەیە.

لە ڕووتەختـــی فـــانۆدا ئەگەر بێـــت و ڕاســـتەهێڵێک و خاڵەکـــانی ســـەری لابەریـــن، ئەوا بـــۆ جـــارێکی دیـــکە دەگەڕێیـــنەوە بـــۆ دەڤەری ئەنـــدازە نـــالێکچووەکەی ئیقلیـــد و دووبـــارە پرســـی تەریبـــی دێـــتەوە گـــۆڕێ. کـــاتێ

دەڵێین با ڕاستەهێڵێک لابەرین لەم ئەندازەیە، وا دادەنێین کە ڕاستەهێڵە "بازنەییەکە" لادەبەین DFG بۆ گەڕانەوە بۆ ئەندازەی ئیقلیدی.

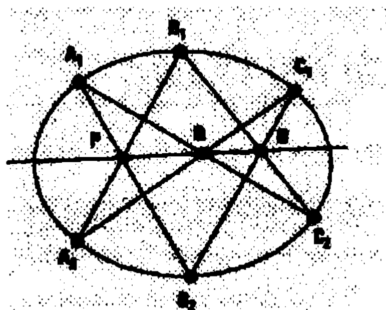
بەلابردنی ڕاستەهێڵێک، ئێستاکە تەنیا شەش ڕاستەهێڵ دەمێنێتەوە: AB, AC, AE, BC, BE & CE بەم شێوەیەش 3 جووت ڕاستەهێڵی تەریب دروست دەبێت کە ئەمانەن: AB&CE, AC& BE, BC&AE لەم تێگەیەدا دوو ڕاستەهێڵ تەریب دەبن ئەگەر بێت و خاڵی هاوبەشیان نەبێت (یەکتر نەبڕن)- وەک هەردوو ڕاستەهێڵی AB& CE

A	F	B
B	G	C
C	A	D
D	B	E
E	C	F
F	D	G
G	E	A

ڕووتەختی فانۆ، پێگەیەکی تایبەتی لە بیرکاریدا داگیر کردییە، چونکە پەیوەستە بە زۆرێک لە بیرۆکەکان و جیبەجێکارییەکی بەرچاوی هەیە. کلیلێکە بۆ پرسی قوتابخانەی تۆماس کیریکمانی کچانە.

لە تیۆری نەخشەکێشانی تاقیکردنەوەیی، ڕووتەختی فانۆ دەردەکەوێت، وەک نمونەیەک کە توانای خۆگۆڕینی هەیە، ڕژێمی سێی ستینەر STS. بە هەبوونی ژمارەیەکی دواهاتوو لە nشتدا، STS ڕێگایەکە بۆ دابەشکردنی ئەو شتانەی کە هەمانە بۆ پێکهاتەیەکی سێی، بۆیە هەر جووتێک کە وەردەگیرێت لە n شتدا ئەوا بێ شک ئەو جووتە شتە دەکەوێتە ناو یەکێک لە پێکهاتە سێییەکە. ئێستا بە 7 خاڵ وەربگرین A, B, C, D, E, E & G ئەوا پێکهاتەکان بەهۆی STS ڕاستەهێڵەکانی ڕووتەختی فانۆ دەنوێنن (وەک لەو خشتەی سەرەوە). هەر دوو خاڵێک بڵێی، لە یەکێک لە ڕیزەکانی خشتەکە هەیە.

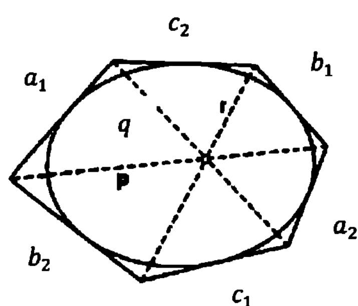
جووتێک لە بیردۆزەکان:



بیردۆزەکەی پاسکال

بیــــردۆزی پاســــکال و بیـــــردۆزی بریــــانچون دوو بیــــردۆزن لە ســــەر ســنوری نێــوان ئەنــدازەی بەردەوام و ئەنـدازەی پچـڕاو. ئەگەرچـی جیـاوازن لەتەک یەکتــــر، بەڵام پەیوەنــــــدی لە نێوانیانـــدا هەیە. بیــردۆزی پاســکال لە لایەن "بلەیــــز پاســــکال" دۆزرایەوە لە ســـاڵی 1639دا لە کاتێــک کە تەمەنـــی تەنیــا 16 ســـاڵ بـــوو. ئێســـتا بـــا وا دابنێـین کە شـێوەیەکی هێلکەیمـان هەیە و شـەش خـاڵ لەسـەر سـنورەکانی هەنە: $A_1, B_1 \& C_1$ و $A_2, B_2 \& C_2$ خــــاڵی P ئەو خــــاڵەیە کە لە ئەنجــــامی یەکتربرینـــی ڕاســــتەهێڵی A_1, B_2 ڕاســــتەهێڵی A_2, B_1 دروســــت دەبێــت. بەهەمـــان شـــێوە Q لە ئەنجـــامی یەکتـــر برینـــی ڕاســــتەهێڵی A_1, C_1 و ڕاســــتەهێڵی A_2, C_1 دروســـت دەبێــت، لە کۆتایشـــدا خـــاڵی R لە ئەنجـــامی یەکتـــر برینـــی هەردوو ڕاســـتەهێڵی B_1, C_2 و B_2, C_1 دروســـت دەبێـت. ســـا هەنکـــانە بیـــردۆزەکە دەڵێـــت: خاڵەکـــانی $P, Q \& R$ دەکەونە ســــەر یەک ڕاستەهێڵ.

ڕەنــگە یەکـێ بپرسـێت کە ئـاخۆ دانـانی خاڵەکـان یـاخود شـوێنی خاڵەکـان لەســـەر چێـــوەکە هـــیچ لە بـــابەتەکە دەگۆڕێـــت؟ لە ڕاســـتیدا بیـــردۆزەکەی پاســکال لە هەمـــوو کاتێــک ڕاســـتە بــێ گوێـدانە شـــوێنی خاڵەکــان لەســـەر چێـوەی شـێوەی هێلکەیـیەکە. لە ڕاسـتیدا، دەتـوانین شـێوە جیاوازەکـانی بـڕگە قوچەکییەکـــان بەکـــاربێنین و هـــیچ لە بـــابەتەکەش ناگۆڕێـــت، وەک بـــازنە و چەنـــدلایەکان و بـــڕگەی نـــاتەواو تەنـــانەت جـــووتە ڕاســـتەهێڵەکانیش (لەم بـــارەدا، شـــێوەکە؛ شـــێوەی کـــاریکوتەری پشـــیلە وەردەگرێـــت و شـــێوەی لەو دەکـــات، ئەو شـــتەی کە پشـــیلە تێیـــدا دەخەوێـــت) بیـــردۆزەکە هەر ڕاســـت دەبێت.



بیردۆزەکەی بریانچون

بیـــردۆزی بریـــانچون دوای مـــاوەیەکی زۆر لە لایەن بیرکـــاریزان و کیمیـــاگەری فەرەنســـی "چـــارلس جـــولین-بریـــانچون" دۆزرایەوە. ئێســـتا بـــا شـــەش ڕاســـتە بکێشـــین کە ئـــێمە پێـــی دەڵێـــین ڕاســـــــــــتەهێڵەکانی a_1, b_1 و c_1 وە a_2, b_2 و c_2 کە پـــــــــــێکەوە دەبەســـترێنەوە، پاشـــان برگەیەکـــی نـــاتەواو لە نـــاو شـــێوەکە بەر ڕاســـتەهێڵەکان دەکەوێـــت. ئێســـتا دەتـــوانین ســـێ تیـــرە بناســـێنین، کە ئەوانـــیش ئەم ڕاســـتەهێڵانەن: p, q & r، بەهـــۆی یەکتـــر برینـــی ڕاســـتەهێڵەکان، p ڕاســـتەهێڵێکە کە بەهـــۆی پێکگەیانـــدنی شـــوێنی یەکتربڕینـــی a_1, b_2 و a_2, b_1 دروســـت دەبێـــت. پاشـــان q ڕاســـتەهێڵێکە کە بەهـــۆی پێکگەیانـــدنی شـــوێنی یەکتربرینـــی a_1, c_2 و a_2, c_1 دروســـت دەبێـــت. دواهەمینـــیش کە بـــریتییە لە r کە بەهـــۆی پێکگەیانـــدنی شـــوێنی یەکتربڕینـــی b_1, c_2 و b_2, c_1 دروســـت دەبێـــت. بیـــردۆزی بریـــانچون دەڵێـــت: هەرســـێ ڕاســـتەهێڵی p, q& r لە خاڵێـــک بەیەکتر دەگەن.

ئەم دوو بیـــــــردۆزەی ســـــــەرەوە، دوو بیـــــــردۆزی دووفـــــاقەن بۆیەکتری[1]:

- سێ خاڵەکە دەکەونە سەر ڕاستەهێڵێک.
- سێ ڕاستەهێڵەکە دەکەونە سەر خاڵێک (لەخاڵێک پێکدەگەن).

---

[1] مەبەســـت لە "دوو بیـــردۆزی دووفـــاقەن بـــۆ یەکتـــر" واتە بە گـــۆڕینی وشـــەی "خـــاڵ" بـــۆ "ڕاســـتەهێڵ" بیـــردۆزەکەی تـــر دروســـت دەبێـــت، وە بە پـــێچەوانەوەش. حەز دەکەم ئەو دوو بیردۆزە بە "قەپاخ و مەنجەڵ" بانگ بکەم.

کورتەی بیرۆکەکە

تاکە خاڵەکان سەرنجڕاکێشن

کارنامە

1639
'پاسکاڵ' بیردۆزەکەی خۆی دۆزییەوە کە تەمەنی تەنیا 16 ساڵ بوو.

1806
'بریانچۆن'[1] دوولایی بیردۆزەکەی پاسکالی دۆزییەوە.

1846
'کیرکمان'[2] مەزەندەی دۆزینەوەی ڕژێمی سینیانی سترینۆر کرد.

1892
'فانۆ'[3] ڕووتەختی فانۆی دۆزییەوە، کە سادەترین نموونەی ئەندازەی جێکەوتە.

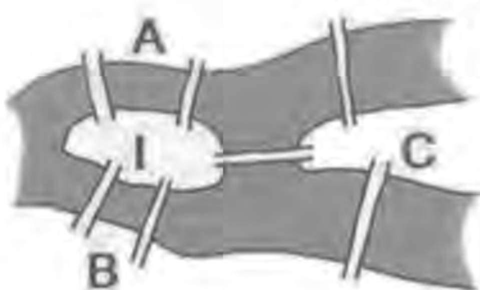
1899
'پیک'[4] بیردۆزەکەی خۆی بلاوکردەوە بۆ هەژمارکردنی ڕووبەری چەندلاییەکان.

---

[1] *Brianchon*
[2] *Kirkman*
[3] *Fano*
[4] *Pick*

29 هێڵکارییەکان

لە بیرکاریدا، دوو جۆر لە وێنە بوونی هەیە، جۆرێکیان وێنەیەکە کە لە قوتابخانە فێری دەبین، ئەویش کێشانی چەماوەیە کە پەیوەندی نێوان دوو گۆڕاو دەنوێنێت x و y. جۆرەکەی دیکەش، وێنەیەکە کە خاڵەکان بەیەکەوە دەبەستێتەوە و بەس، ئەم بەستنەوەش بەهۆی هێڵی پێچاوپێچ و هەمەچەشنە و، هیچ پەیوەندییەکی بە نەخشەوە نییە.

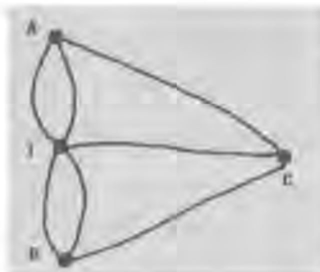


کونیگسبێرگ شارێکە لە خۆرهەڵاتی بروسیا کە بە حەوت پردەکە بەناوبانگە، ئەو حەوت پردەی کە کارئاسانی کردووە بۆ پەڕینەوە لە رووباری پیرگل. جیا لەمەش، ئەم شارە شوێنی لە دایکبوونی فەیلەسوفی بەناوبانگ ئیمانوێل کانتە[1] و لە لایەکی دیکەش هەم شارەکە و هەم پردەکانی بەستراوەتەوە بە بیرکاریزانی درەوشاوە "لیۆنارد ئۆیلەر".

لە سەدەی هەژدەهەمدا، پرسیارێکی بە مەراق سەریهەڵداو، بووە جێگای گفتوگۆی هەموو خەڵکی، ئەویش: دەتوانین بەسەر هەر حەوت پردەکە بڕۆین بەو مەرجەی هەر پردەو تەنیا یەکجار بۆت هەبێت پێدا بڕۆی؟ گرینگ نییە لە کام پردەوە دەست بە ڕۆیشتن دەکەی، تەنیا ئەوە گرینگە کە هەر پردە و یەکجار بەسەریدا بڕۆی.

---

[1] لە ڕۆژگاری ئەمڕۆدا، وردی و بەوادەیی کانت بە نموونە دەهێندرێتەوە، چونکە ئەو کاتەی کە بۆ ڕاکردن دەچووە دەرەوە، هەموو ڕۆژێک هەر هەمان کات بووە، بەجۆرێک خەڵکی میلی کاتژمێرەکانیان لە ساتەوەختی دەرچوونی کانت، ڕێکدەخستەوە.



له سـالی 1735دا، ئـۆیلەر شـیکارەکەی خـۆی بە ئەکادیمیـایی رووسـی پێشکەشـکرد، ئەو شـیکارەی کە هەنکـانە وەک سـەرەتای تیـۆری هێلکـاری هـاوچەرخ دەبینـدرێت. لەو هێلکـارییە نیـوە پەتییەمانـدا، ئەو نـاوچەیەی کە دەکەوێـتە ناوەڕاسـتی رووبـارەکە، بە I هێمـا کـراوە و ناوچەکـانی دیـکەش بە $A, B\&C$ هێمـا کـراوە. جەنابـت ئەتـوانی هەمـوو پردەکـان بەسـەربکەیتەوە بەبـێ دووبـارە ڕۆیشـتنەوە بەسـەر هـیچ یەکێـک لە پردەکـان؟ پێنووسـێک بگـرە دەسـت و هەوڵـی بـۆ بـدە کە ئـاخۆ ئەتـوانی؟ پـێش هەمـوو شـتێ بـۆ دۆزینـەوەی چارەسـەر یـاخود هەوڵـدان بـۆ ئەمە، وا چـاکترە بـابەتەکە لە نیـوە پەتییـەوە بکەیـن بە پەتییەکـی تەواو[1]. بەم شـێوەیە پرسـەکە دەکەیـن بە هێلکـارییەک بە پێکهاتەکـانی؛ خاڵەکـان و هێڵەکـان' وەک وێـنەکەی لاپەڕەی پێشـوو کە نیـوە پەتیـیە و ئەوەی سـەرەوەش تەواو پەتیـیە. ناوچەکـان دەبـن بە خـاڵ و پردەکـان دەبـن بە هێـل کە خاڵەکـان بەیەکتـر دەبەسـتێتەوە. درێـژی و قیـت و ڕاسـتیی هێڵەکـان گرینـگ نیـیە و هـیچ لە بـابەتەکە ناگۆڕێـت، شـتانێک نـین جێگـای بـایەخ بێـت. ئەوەی لەم کارە گرینگە، پێکەبستنەوەکانە.

ئـۆیلەر بـۆ ئەم مەبەسـتە وردبـوویەوە. لە سـەرەتای دەسـتپێک و کۆتـایی ڕۆیشـتن بەسـەر پردەکـان، هەمـوو کـاتێ پردێـک بەسـەر یەکێـک لە ناوچەکان ڕەت دەبێت.

---

[1] مەبەسـت لێـی ئەوەیە کە: بـا نـاوی رووبـار و پـرد لە بیـربکەین و بـیکەین بە خـاڵ و هێـل. خـاڵ و هێـل دوو شـتن کە لە جیهـانی فیزیکـی هـیچ بوونێکیـان نیـیە، بەڵکـو دوو شـتن کە تەنیـا لە ژێـری ئـێمەدا بـوونی هەیە، سـا ئەم شـتانە پێیـان دەوتـرێ 'پەتـی'. مەبەسـت لە 'نیـوە پەتـی' ئەوەیە ئـێمە لەسـەر وێـنەکە، لە شـوێنی خۆمـان بە پێنـووس و کـاغەز هەوڵـدەدەین، ئەمەش دیـوێکی بەرجەسـتەیی هەیە کە خـودی پـردەکەیە، دیـوێکی پەتیشـی هەیە وەک ئەوەی باسـمان کـرد. بەپەتـی کردنـی هەر پرسێک، چارەسەرکردنی ئاسانتر دەبێت.

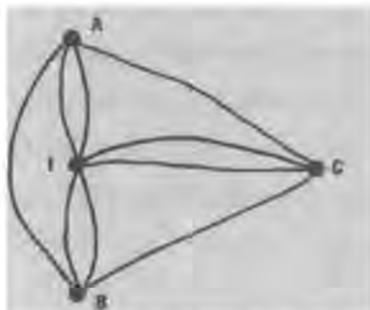
وەرگێڕانــی ئەم دەربــڕینە بــۆ وێنەیەکــی پەتییــانە، دەڵێــین: یەکتــر بڕینــی هێڵەکــان لە خاڵێکدا، پێوستە جــووت بێت، واتە هەر خاڵێک کە چەنــد هێڵێکی پــێکەوە بەســتاوەتەوە، دەبێــت ژمــارەی ئەو هــێڵانە جــووت بێت. جیــا لە دوو خــاڵ کە ســــەرەتای دەســــتپێک و کۆتــــایی دەســــتپێک دەنــــوێنن، پردەکــــان دەکرێــت بەســــەریدا ڕێ بکەیــن ئەگەروتەنیــا ئەگەر هەر خاڵێــک ژمــارەیەکی جووت لە هێڵی بکەوێتە سەر.



دەقی بیردۆزەکەی ئۆیلەر ئەمە:

پردەکــانی شــارێک یــان نــاوچەیەک، لەوەیە یەک جــار بەســــەریدا ڕێ بکرێــت ئەگەر بەدەر لە دووخــاڵ (بەلایەنــی زۆر) هەمــوو خاڵەکــانی دیــکە پلەکانیــــان جــــووت بێــــت (هێڵەکــــان ئەوانەی بەو خــــاڵە تێــپەڕ دەبــن، ژمارەیــــان جووت بێت).

بەســــەیرکردنی ئەو هێڵکــــارییە کە پردەکــــانی کونیگســــبێرگ دەنوێنێــــت، هەمــوو خاڵەکــان پلەکەیــان تــاکە. ئەمەش واتــای ئەوەیە کە بەســــەرکردنەوەی هەمــوو پردەکــان بەو مەرجەی هەر پــردە و یەکجــار بەســــەریدا تێپەڕ بێــت، ئەســــتەمە. ئەگەر بێــت و دەســــتکارییەکی پردەکــان بکەیــن، لەوانەیە ئەســــتەم نەبێــــت. ئەگەر پردێکــــی زیــــادە بــــۆ کێشــەکە زیــاد بکەیــن لە نێــوان نــاوچەی I و C، پــلەی خاڵەکــان لە نــاوچەی Iو C هەردووکیــــان دەبــــنە جــــووت (وەک لەم وێــــــنەی ســــــەرەوە). ئەوکــــــات دەتــــوانین لە خــــاڵی A دەســــــت بە ڕۆیشــتن بکەیــن و لە خــاڵی B کۆتــایی پــێ بینــین و هەر پــــردێکیش بەتەواوی



تەنیــا یەکجــار بەســــەربکەینەوە. ئەگەر هێشــتا پردێکــی دیــکە زیــاد بکەیــن، ئەمجــارە لە نێــوان A و B، ئەوا دەتــوانین هەمــوو پردەکــان بەســــەربکەینەوە بەو مەرجەی کە هەمــانبوو. هەر ئەوەنــدەش نــا، لە هەر شــوێنێک بمــانەوێ

دەتوانین دەست پێبکەین و لەهەمان شوێنی دەستپێکیش کۆتایی بێت، ئەمەش لەبەر ئەوەی کە هەر خاڵێک پلەکەی جووتە لەم بارەدا.

بیردۆزی تەوقەکردن:

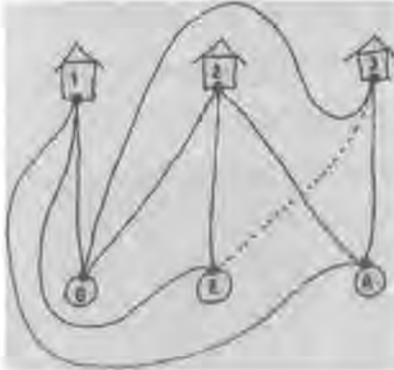
ئەگەر داوامان لێبکرێت هێلکارییەک بکێشین لە سێ خاڵی پلە تاک پێکهاتبێت، ئەوە تووشی کێشە دێین. هەولبدە ئەنجامی بدەی، بەلام ناکرێت شتێکی لەم شێوەیە بکرێت، چونکە:

خاڵەکانی هەر هێلکارییەک کە پلەکانیان تاکە، دەبێت ژمارەی خاڵەکانی جووت بێت.

ئەمە بریتییە لە بیردۆزی تەوقەکردن- یەکەمین بیردۆزی تیۆری هێلکاری. لە هەر هێلکارییەکدا، هەر هێڵێک سەرەتا و کۆتایی هەیە، یان بە واتایەکی دیکە، بۆ کرداری تەوقەکردن، پێویستە دوو کەس ئامادە بێت، چونکە بەهۆی یەک کەس، تەوقەکردن ڕوونادات. ئەگەریش پلەی هەموو خاڵەکانی هێلکارییەکە کۆبکەینەوە، دەبێت ژمارەیەکی جووتمان چنگ بکەوێت، با بڵێین ئەو ژمارە جووتە بریتییە لە N. پاشان دەڵێین x خاڵمان هەیە کە پلەکانیان تاکە و y خاڵمان هەیە کە پلەکانیان جووتە. کۆکردنەوەی پلەی ئەو خاڵانەی کە پلەکانیان تاکە، با N_x بێت، سەرجەمی ئەو خاڵانەش کە پلەکانیان جووتە، با N_y بێت. ئێستا N_y جووتە، چونکە سەرجەمی چەند ژمارەیەکی جووت، هەر جووتە. بە کۆکردنەوەی ئەو دوانەش $N_x + N_y = N$ ئەمەش دەتوانین وەها بنووسین $N_x = N - N_y$، لەمەوە بۆمان دەردەچێت کە N_x، جووتە، چونکە N_y و N جووتن، جیاوازی نێوانیشیان هەر جووتە، کەواتە N_x جووتە.[1] ئەمەش واتای ئەوەیە x دەبێت جووت بێت، چونکە تەنیا لەیەک کاتدا سەرجەمی چەند ژمارەیەکی تاک، جووت دەردەچێت، تەنیا ئەگەر

[1] سەرجەم و جیاوازی نێوان دوو ژمارەی جووت، جووتە. با زیاتر زانیاری بدەین. ئەگەر دوو ژمارەی دیاریکراو بەسەر ژمارەیەک x دابەشبوون، ئەوا سەرجەم و جیاوازی نێوان دوو ژمارەکەش بەسەر x دابەش دەبێت.

هـاتوو ژمـارەی ئەو چەنـد ژمـارە تـاکە جـووت بێـت (دوو ژمـارەی تـاک، چوار ژمارەی تاک،... . بەم شێوەیە).



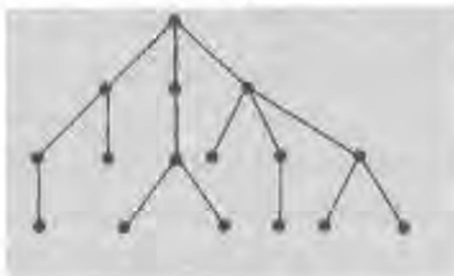
هێلکارییە ناتەختەکان:

پرسـی وێسـتگەی سـووتەمەنی، یەکێکە لە مەتەڵە کۆنەکـان. سـێ خـانوو و سـێ وێسـتگەی سـووتەمەنی- گـاز، کارەبـا و ئـاو. ئەرکە لەسـەرمان کە هەر خـانووەک بە هەر وێسـتگەیەک ببەسـتینەوە، بەڵام لە پێکگەیاندنەکە نابێت یەکتر ببڕن.

لە ڕاسـتیدا، کـارێکی وەهـا ئەسـتەمە، بشـفڕی نـا تـوانی ئەم کـارە بـکەی، بەڵام لەوانەیە لە پشـتی ئەو هاوڕێیـانەت کە گومانیـان نیـیە، هەوڵ بـۆ ئەم کـارە بـدەیت. ئەم هێلکـارییە بە پەتییـانە، بە پێکەوەبەسـتانی سـێ خـاڵە بە سـێ خـاڵی دیـکە وەسـف دەکرێـت. بە هەوڵـدان بە هەمـوو ئەو ئەگەرانەی لە ئـارادایە (تەنیـا بە نـۆ هێـڵ) بەومەرجەی هـیچ یەکتـر بڕینێک لە نێـوان ئەو نـۆ هـێڵە دروسـت نەبێـت، ئەوە شـتێکی ئەسـتەمە و ناکرێـت لەسـەر ڕووێکـی تەخـت بەبـێ چەمکـی یەکتربـڕین ئەنجامبـدرێت. سـا هێلکـاری لەم شـێوەیە پێـی دەوتـرێ "هێلکـارییە ناتەختەکـان". ئەم هێلکـاریی وێسـتگەییە، تەنیـا لەگەڵ 5 خـاڵ و پێکبەسـتنەوەیان بە یەکتـری، هێلکـارییەکە کە پێگەیەکـی تـایبەتی لە تیـۆری هێلکـاری هەیە. لە سـاڵی 1930دا، بیرکـاریزانی پۆڵەنـدی "کـازیمیرز کوڕاتۆسـکی" بیـردۆزی دڵـداخوڕپێنی سـەلماند کە هێلکـارییەک؛ تەختیـیە ئەگەروتەنیـانەگەر ئەو هێلکـارییە هـیچ یەکێـک لەم دوانە پێکهاتەکەی نەبن، بنەهێلکارییەک و هێلکارییەکی بچوکتر.

درەختەکان:

"درەخـــت" هێلکـــارییەکی تـــایبەتە لە تیـــۆری هێلکـــاری، زۆر جیـــاوازە لە هێلکـــاری وێســـتگەکان یـــان هێلکـــاری کونیگســـبێرگ. لە هێلکـــاری کونیگسـبێرگ، دەبـوو لە شـوێنێکی هێلکـارییەکە بگەڕێـتەوە بـۆ هەمـان شـوێن بە ڕێڕەوێکـی جیـاواز. ڕێـڕەوی لەم شـێوەیەش کە سـەرەتا و کۆتـایی هەر خـۆی بێـت، پێـی دەوترێـت "هێلکـاری بـازنەیی". سـا بـۆیە هێلکـارییە درەختەکـــان هێلکـــارییەکن کە هـــیچ بـــازنەیەکی تێـــدا نیـــیە. لە نمـــونە ناسـراوەکانی هێلکـاری درەختـی، بـریتییە لەو شـێوازەی کە پێرسـتەکانی پێـی ڕێکـــدەخرێت لە کۆمپیـــوتەردا. ڕێزکـــردنەکەش بە شـــێوەیەکە کە وردەوردە لە بەرزی و زۆری دەدات لەگەڵ هەبـــوونی ڕەگێـــک کە لێـــیەوە ســـەرچاوە دەگرێـــت و بنەڕەگەکـــانیش لەوەوە فرمـــان وەردەگـــرن. چـونکە لێـرە هـیچ بـازنەیەک نییە- هـیچ یەکێـک لە هێڵەکـان نـــاگەڕێنەوە بـــۆ یەکێکـــی تـــر یـــان تێکەڵبـــوون لێـــرە ڕوونـــــــــــــادات، ئەوەی فرمـــانڕەوایی هەموویـــان دەکات، ڕەگەکەی سەرەتایە.



ژماردنی درەختەکان:

چەنـــد درەختـــی جیـــاواز دەتوانـــدرێت لە n خاڵـــدا دروســـتبکرێت؟ ئەم کێشـــەیە؛ ژمـــاردنی درەختەکـــان، بیرکـــاریزانی ئینگلیـــز "ئـــارثەر کەیلـــی" دەرەقەتـــی هـــات. بـــۆ نمـــونە، ئەگەر 5 خاڵمـــان هەبێـــت، ئەوا بـــێ کەم و زیـــاد 3 درەختـــی جیـــاوازی لـــێ دروست دەبێت.



کەیلـــی، تەنیـــا ئەوەنـــدەی لە قۆرنجـدا بـوو کە ژمـارەی درەخـتە جیاوازەکـان بزانێـت کاتێـک ژمـارەیەکی کەم لە خاڵمـــان هەبێـــت. ئەوەنـــدەی ئەو دەیتـــوانی کاتێـــک کە ژمـــارەی خاڵەکـان بچـوکتر لە 14 بـن، چـونکە پتـر لەمە، زۆر ئـاڵۆز دەبێـت و بـۆ مرۆڤێـک زۆر سـەخت دەبێت بە ژمـارەی هەمـوو درەختەکـان بزانێـت بەبـێ بـــوونی کۆمپیـــوتەر. دواتـــر بەهۆکـــاری پێشـــکەوتنی هەژمارکردنەکـــان و زانسـتی کۆمپیـوتەر، بـۆ درەختێـک کە 22 خـاڵی هەبـن، میلۆنـان ئەگەر بـۆ ئەمە هەیە.

کەیلـــی هەر لەو کاتەیـــدا، تـــوێژینەوەکەی کردارییـــانەی ئەنجامـــدا بەدەر لە لایەنـــی پەتیـــیەکەی. ژمـــاردنی درەختەکـــان پەیوەنـــدی بە کیمیـــایەوە هەیە، کاتێـک ئاشـکرایی هەنـدێ لە تێکەڵەکـان پشتدەبەسـتێت بە شـێوەی ڕیزبـوونی ئەتۆمەکـان لە نـاو گەردیلەکانیانـدا. چەنـد تـێکەڵەیەک ئەگەر هەمـان ژمـارەی ئەتۆمیشـــیان هەبێـــت، بەڵام چـــونکە ڕیزبـــوونی ئەتۆمەکـــان لەوەی تـــر جیـــاوازە، ئەوە تـــێکەڵەکەش جیـــاواز و تایبەتمەنـــدی کیمیـــایی جیـــاوازی دەبێـــت. بەکارهێنـــانی شـــیکردنەوەکەی، شـــیاو بـــوو بـــۆ پێشـــبینیکردنی هەبـوونی مـاددەی کیمیـایی "لە سـەر نـوکی پێنووسـەکەی" کە دوابەدوایـی لە تاقیگە دۆزرانەوە.

کورتەی بیرۆکەکە

بەدرێژایی پردەکان و دواتر بۆ درەختەکان.

کارنامە

1735	1874	1930
'ئـــــۆیلەر' پرســـــی پردەکـــانی کونیگســـبیرگ شیکارکرد.	'کـــارل سشـــۆرلمر'[1] کیمیـــا و هێلکـــارییە درەختەکـــانی بەیەکەوە بەستەوە.	'کوراتۆفســـــکی'[2] بیـــــردۆزەکەی خـــۆی ســـەلماند 'بیـــردۆزی هێلکاری تەخت'.

1935	1999
'جـۆرج پۆلیـا'[3] هـونەری ژمـــاردنی درەختەکـــانی بەهـــۆی جەبـــرەوە گەشەپێدا.	'ئێریـک رەیـنس و نێـل سـلۆن'[4] بـابەتی ژمـاردنی درەختەکانیـــان فراوانتـــر کرد.

---

[1] *Carl schorlemmer*

[2] *Kuraowski*

[3] *George Pólya*

[4] *Eric and Neil*

30 کێشەی چوار ڕەنگگەکە

ئاخۆ دەبێ کێ بێ کە دیاریەکی کریسمسی بە 'تاینی تیم'ی گەنج داوە؟ دیاریەکە بریتیی بووە لە چوار پێنووسی وێنەکێشانی ڕەنگ جیاواز و نەخشەیەکی ڕەش و سپی ئینگلتەرا؟! ئەمەش دەکرێ نەخشە کێشەکەی دراوسێیان بێت کە بە ڕێکەوت ئەم دیارییە بچوکەی بۆ ناردبێت، یان ئەو بیرکاریزانە سەیرە 'دیمۆرگان' بێت کە لێیانەوە نزیکبوو، ڕۆژانەش کەمێ کاتی لەگەڵ باوکی تیم بەسەردەبرد. بۆ کاک سکرۆجیش، ڕێی تێناچێت ئەوبێت.

کراتچیت لە هەیوانێکی خامۆشی خانووەکەی سەر شەقامی بەیهام دەژیا و باڵەخانەی کامبینیش لە نزیک ئەو زانکۆ تازەیەوە بوو کە دیمۆرگان تێیدا پرۆفیسۆر بوو. ئاخۆ ئەوە کێ بووە کە دیاری کریسمسی بۆ تیم ناردوو، دواتر ڕوونبوویەوە، ئەمەش کاتێ جەنابی پرۆفیسۆر داوای بینینی تیمی کردبوو ئەگەر هاتوو تیم نەخشەکەی ڕەنگکرد.

دیمۆرگان بیرۆکەیەکی ڕاست و ڕەوانی هەبوو لەسەر ئەوەی چۆن ئەم کارە ئەنجامدەدرێت: 'دەبێت نەخشەکە ڕەنگ بکەی بە شێوەیەک کە دوو وڵاتی هاوسنوور، ڕەنگی جیاوازیان هەبێت'.

تیم بەبێ بیرکردنەوە وتی: 'بەڵام ڕەنگی پێوستم لەبەر دەستدا نییە'. دیمۆرگان بەو لێدوانەی تیم، خەندە کەوتە سەر زاری و تیمی جێهێشت تا ئەرکەکەی ئەنجام بدات. بەڵام لە دوایدا یەکێ لە قوتابییەکانی دیمۆرگان 'فریدریک گوثەری' دەربارەی ئەم بابەتە پرسیاری لێی کرد و ئاماژەی بە ڕەنگکردنێکی شیاو و لەبارردا بۆ ڕەنگکردنی نەخشەی ئینگلتەرا تەنیا بە بەکارهێنانی چوار ڕەنگی جیاواز. ئەم پرسە، خەیاڵی بیرکارییانەی دیمۆرگانی لەقاند.

چوار ڕەنگی جیاواز بەسە بۆ ئەوەی نەخشەیەکی پێ ڕەنگبکەی و هیچ دوو ناوچەی دراوسێ هەمان ڕەنگیان نەبێت تا لێکجیابکرێنەوە؟



ولایەتەکانی خۆرئاوای ئەمەریکا

نەخشەکێشان باوەڕیان وایە کە چوار ڕەنگ بەسە، بەڵام دەکری ئەمە بە شێوەیەکی ورد و ڕێک بسەلمێندرێت؟ دەتوانین بیر لە هەر نەخشەیەک بکەینەوە لە جیهاندا بە تەنیشت نەخشەی ولاتانی ئینگلیز، وەک ولایەتەکانی ئەمەریکا، بەشەکانی فەرەنسا و تەنانەت نەخشە دەستکردەکانیش، لە سنور و ناوچەی هەرەمەکی دروستکراون. جا وێدەچێت کە سێ ڕەنگ بەس نەبێت بۆ ئەم مەبەستە.

با سەیری خۆرئاوای نەخشەی ولایەتەکانی ئەمەریکا بکەین. ئەگەر تەنیا سێ ڕەنگ بەردەست بێت بۆ ڕەنگکردنی ئەم نەخشەیە، شین، سەوز و سور، دەتوانین بە ڕەنگرکردنی نیڤادا و ئایداهۆ دەست پێبکەین. لە سەرەتادا گرینگ نییە بە کامە ڕەنگ دەست پێدەکەین، سا بۆیە بۆ نیڤادا شین هەڵدەبژێرین و شینی دەکەین، بۆ ئایداهۆش سەوز. تا ئێستا کارەکە زۆر بە باشی دەڕوات. بە ڕەچاوکردنی هەنگاوەکانی پێشوو، ئەوا یوتا دەبێت سوری بدەینێ، بۆ ئاریزۆناش سەوز، کالیفۆرنیا سور و ئۆریگۆن سەوز. ئەمەش واتە ئۆریگۆن و ئایداهۆ بە سەوز ڕەنگکراون کە ئەمەش وادەکات کە جیانەکرێنەوە. بەڵام ئەگەر بێت و چوار ڕەنگی جیاوازمان هەبێت، با بڵێین گەر زەردیش هەبێت، ئەوا دەتوانین ئۆریگۆن زەرد بکەین و هەرشتێکی دیکەش لەمەوە دڵخۆشکەر دەبێت و تێکەڵبوون ڕوونادات- ئەم چوار ڕەنگە شین، سەوز، سور و زەرد بەسە بۆ ڕەگکردنی نەخشەیەک؟ ئەم پرسیارە ناسراوە بە 'کێشەی چوار ڕەنگکە'.

ناودەرکردنی کێشەکە:

لەمـــاوەی 20 ســـاڵدا، دیمۆرگـــان کێشـــەکە بە کێشـــەیەکی بە بـــایەخ دەناســـێنێت، دەنـــگ و باســـی ئەم پرســـەش بە نێـــو کۆمەڵگـــای بیرکارییـــانەی ئەورووپـــا و ئەمەریکـــا بڵاوبـــوویەوە. لە ســـاڵی 1860دا، "چـــارلس ســـاندیرس" بیرکـــاریزان و فەیلەســـوفی ئەمەریکـــی، پێـــی وابـــوو کە ئەم پرســـەی ســـەلماندووە و بەلایەکـــی داخســـتییە، بەڵام سـۆراخێک یـان نیشـانەیەکی وەهـا لە بەڵگەکانی دا نەبوو- بەڵگەکەی لاواز بوو.

پرســـەکە هەر لە گەورەبوونـــدا بـــوو هەتـــا ســـەردەمی فیکتۆریـــاش، پیـــاوی زانســـت "فـــرانکیس گـــالتون" لە ســـاڵی 1878دا، تێبینـــی کـــرد کە بانگەشـــەی بەبـــایەخ هەنە لەو نێـــوانە و بیرکـــاریزانی شـــکۆمەندی کـــامبیرج "ئـــارثەر کەیلـــی" قـــایلکرد بـــۆ نووســـینی بابەتێـــک لەســـەر ئەمە. بەداخەوە، کەیلـــی ناچـــاربوو ئەوە بخـــاتە ڕوو کە شکســـتی هێنـــاوە بـــۆ ســـەلماندنی ئەو پرســـە یـــاخود گەیشـــتن بە ســـەلماندنێک، بەڵام ســـەرنجی دابـــوو کە بەســـە ســـەرنج لە نەخشـــەیەکی شەشـــپاڵوویی بـــدەین (کـــاتێ ســـێ وڵات لە خاڵێـــک هاوبەشـــن). ئەم بەشـــداریکردنەی کەیلـــی، بـــووە ئیلهامێـــک بـــۆ قوتـــابیەکەی "ئەلفرێـــد بـــرای کیمپـــی" بـــۆ هەوڵـــدان و چارەســـەرکردنی پرســـەکە. تەنیـــا ســـاڵێک دواتـــر، کیمپـــی ئەوەی ڕاگەیانـــد کە ســـەلماندنێکی بـــۆ ئەم پرســـە دۆزیـــوەتەوە. بەم بـــۆنەیەش کەیلـــی لە نـــاخی دڵەوە پیرۆزبـــایی لە کیمپـــی کـــرد و ســـەلماندنەکەی کیمپـــیش بڵاوبـــوویەوە و پەســـەندکرا. دواتـــر هەڵبژێـــردرا بـــۆ کـــۆمەڵەی شـــاهانە لە لەندەن.

دواتر چی ڕوویدا؟

ســـەلماندنەکەی کیمپـــی لە لایەک درێـــژ و لە لایەکـــی دیـــکە هـــونەری ســـەلماندنەکەی ســـەخت بـــوو. چەنـــد کەســـێک بە ســـەلماندنەکە ڕزای نەبـــوون و دڵیـــان ئـــاوی نەدەخـــواردەوە، هەر چەنـــدە ســـەلماندنەکە بە گشـــتی پەســـەند کرابـــوو. نـــزیکەی 10ســـاڵ دواتـــر، شـــتێکی چـــاوەڕواننەکراو ڕوویـــدا کـــاتێ "دورهـــام پێرســـی هیـــود" نمـــونەیەکی نەخشـــەیی دۆزیـــیەوە کە کەموکـــوڕی لە

بەڵگەکەی کیمپی پیشان دەدات. هەرچەندە هیود نەیتوانی سەلماندنێکی تایبەت بەخۆی بۆ پرسەکە بدۆزێتەوە. هیود پیشانیدا و ئەوەی دەرخست کە هێشتا پرسی چوار ڕەنگگەکە یەکلانەبۆتەوە و هێشتا پرسێکە دەرگای لەسەر پشتە و تەواو دانەخراوە. ئەمەش هانی بیرکاریزانەکانی دا تا دووبارە هەستنەوە سەر تەختەکان و دووبارە تەختە ڕەشەکان پڕبکەنەوە، ئەمەش گڕ وتینێکی بە بیرکاریزانەکان بەخشییەوە بۆ دۆزینەوەی شتێکی تازە و نوێ.

بەهۆی هەندێ لەو هونەرانەی کیمپی بەکاری هێنابوو، هیود بەکاری هێنا بۆ سەلماندنی بیردۆزی پێنج ڕەنگگەکە- کە هەر نەخشەیەک دەکرێت بە پێنج ڕەنگی جیاواز ڕەنگبکرێت بێ ئەوەی دوو ناوچەی دیواربەدیوار هەمان ڕەنگیان بەرکەوێت. ئەمەش لە خۆیدا دەرئەنجامێکی باش بوو بۆ کەسێک کە بیەوێت بەبەکارهێنانی 5 ڕەنگ نەخشەیەک ڕەنگاوڕەنگ بکات. ئەوەی هەبوو، بریتیبوو لەو تەنگ و چەڵمەیەی بیرکاریزانەکان کە تێی کەوتبوون، ئەویش ئاخۆ دەکرێت چوار ڕەنگ بەکاربێت بۆ ڕەنگکردنی نەخشەیەک بێ ئەوەی هیچ دووناوچەی دراوسێ هەمان ڕەنگیان هەبێت؟



دۆناتێکی سادە



دۆناتێکی پێکەوە نووساو کە دوو کونی هەیە

پرسی چوار ڕەنگگەکە، بەهۆی نەخشەوە سەرنجی خرایە سەر، نەخشەیەک کە تەخت یان ڕووێکی چەماوەیی بێت. ئەی چی دەربارەی کێشانی نەخشەیەک لەسەر ڕووێکی چەماوەیی وەک کێکی دۆنات-ڕووێک کە لە ڕووی شێوەوە بۆ بیرکاریزانەکان زۆر سەرنج ڕاکێشترە وەک زیاتر لە تامەکەی. بۆ ئەم ڕووە، هیود پیشانی دا کە بۆ ڕەنگکردنی نەخشەیەک لەسەر ڕووێکی وەها، حەوت ڕەنگ پێوستە و بەسیشە بۆ

ڕەنگکردنـــی نەخشـــەیەک بەو مەرجەی کە هەمـــانە. تەنـــانەت ئەوەی بـــۆ کێکێکـی دۆنـاتی دوو کـونیش سـەلماند (کە h کـونی هەبێـت) کە ئـاخۆ چەنـدە ڕەنگمـان پێوسـت دەبێـت بـۆ ڕەنگکردنـی شـێوەیەکی لەم چەشـنە. هەرچەنـدە نەیتـوانی ئەوە بسـەلمێنیت کە ئـاخۆ کەمتـرین ژمـارەی ڕەنـگ کە بـۆ ئەو کـارە پێوسـتە، چەنـدە. ئەم خشـتەی خـوارەوە، پێنج بـار لە ژمـارەی کونەکـان لە ڕوویکـــی چەمـــاوەیی و ژمـــارەی ئەو ڕەنگـــانەی کە پێوســـتن بـــۆ ڕەنگکردنیان، دەخاتە ڕوو. h بریتییە لە ژمارەی کونەکان:

ژمارەی کونەکان، h	1	2	3	4	5	6	7	8
ژمارەی ئەو ڕەنگانەی کە بەسە بۆ ڕەنگکردن، C	7	8	9	10	11	12	12	12

بەگشـــتی $C = [\frac{1}{2}(7 + \sqrt{1 + 48h})]$ کاتێـــک C بـــریتییە لە ژمـــارەی ڕەنگـی پێوسـت. کەوانەی نـاوەوە ئەوە دەنوێنێـت کە ئـێمە تەنیـا ژمـارەی تەواو وەردەگـرین ئەگەر ژمـارەیەکی تەواو دەرنەهـات. بـۆ نمـونە، کاتێـک $h = 8$، $C = [13.3107 \dots] \approx 13$. یاســـــاکەی هیـــــود لەســـــەر تێگەیشـتنێکی تـۆکمە و قـایم ڕۆنـراوە کە ژمـارەی کونەکـان گەورەتـرە لە سـفر. جێگـای خۆشـحاڵییە کە ڕێسـایەکە بەهـای $C = 4$ دەداتـێ ئەگەر بەهای $h = 0$ بخەینە ناو یاساکەوە، واتە هیچ کونێکمان نەبێت.

کێشەکە چارەسەرکرا؟

دوایـی 50 سـاڵ، کێشـەکە تـا 1852 هێشـتا بە ڕواڵەت بە شـێکارنەکراوی مـابوویەوە. لە سـەدەی بیسـتەهەمدا، زیرەکـی و توانـای بیرکـردنەوەی کـۆمەڵەی بیرمەنـدانی بیرکـاری، تەواو تووشـی بـێ چـارەیی بـوون، توانـای ئەوەیـان نەبـوو هـیچ شـتێک لەو بـارەیەوە بەیـانبکەن و بیرکردنەوەیـان تەواو قەتـیس بـوو. هەنـدێ بەرەو پێشـچوون بینـدرا و یەکـێ لە بیرکاریزانەکـان سـەلماندی کە چـوار ڕەنـگ بەسـە بـۆ ڕەنگکردنـی نەخشـەیەک کە 27 نـاوچەی لەسـەر بێـت. یەکێکـی دیـکە بە هەوڵێکـی باشـترەوە، ژمـارەی ناوچەکـانی بـۆ 31 بەرزکـردەوە، یەکێکـی دیـکەش بـۆ 35 نـاوچە. ئەم بەرەوپێشـچوونە بچوکـانەش ڕەنـگە بـۆ هەمیشـە بەردەوام

بێت گەر وا بڕوات. لە ڕاستیدا، سەرنج و کارەکانی کەیلی و کیمپی لە کارە سەرەتاییەکانیاندا، باشترین شێوازی بەرەوپێشچوون لەم بابەتە دەستەبەرکردبوو، بیرکاریزانەکانیش ئەوەیان دۆزییەوە کە تەنیا پێوستە نەخشە کێشراوە دیاریکراوەکان بپشکنن بۆ دڵنیابوون کە چوار ڕەنگ بەسە. بەلام لەم کارەدا، بینرا کە ژمارەیەکی زۆر لەو نەخشانە هەن- لە هەنگاوی سەرەتادا بۆ ئەم ئەرکە و بۆ سەلماندنی، هەزاران نەخشە لە گۆڕێ بوون بۆ پشکنین. ئەم پشکنینەش لە توانای مرۆڤدا نەبوو، چونکە کات و هەوڵی زۆری دەویست، بەلام لە باش بەختی بیرکارەکان، بیرکاریزانی ئەلمانی "ۆلفگانگ هاکین" ئەو کەسەی کە چەندین ساڵ لەسەر ئەم پرسە شەون و خونی کێشا، پشتی بە هاوڕییانی لە بیرکاریزانە ئەمەریکیەکان و شارەزای بواری کۆمپیوتەر "کینیث ئەپیل" بەست.

بەهۆی ورد داڕێژی ئەو ڕیگایانەی ئەوان پێیدا هاتن، ژمارەی نەخشە کێشراوەکان دابەزارند بۆ کەمتر لە 1500 نەخشە. لە کۆتایی مانگی سێی 1976دا، دوای هیلاکییەکی زۆر و شەوارەی[1] بیرکاریزانەکان، کارەکە بە کۆتایی گەیشت، ئەویش بە یارمەتی هاوڕییان و سەنگەرەکانیان و 370 کۆمپیوتەری *IBM*، پرسە مەزنەکەیان شیکارکرد.

بەم هۆیەش بەشی بیرکاری زانکۆی ئیندیانە، شتێکیان چنگ کەوت تا خۆیانی پێ هەڵبکێشن، ئەویش ئەنجامی یەکلاکردنەوەی پرسەکە بوو. دوایین دۆزینەوە کە جێگای شانازی ئەوان بوو "دۆزینەوەی گەورەترین ژمارەی خۆبەش" بوو، دواتر پرسی "چوار ڕەنگ بەسە" شوێنی گرتەوە و بووە دوایین دەستکەوتیان بۆ خۆهەڵکێشان و خۆفشکردنەوە. ئەگەرچی ئەمە شانازییەکی ناوەخۆیی بوو، بەلام بە تێکڕایی مایەی خۆشی و شادی بوو بۆ دەستەی ماتماتیکزانانی جیهان. دوای هەموو ئەوانە، ئەم پرسە پرسێکی بە شکۆ و هەیبەت بوو کە هەر کەسێک بە ئاسانی دەیتوانی لێی حاڵی بێت ئەگەرچی هاوتەمەنی تینی تیمش بێت، بەلام بە

---

[1] شەوارە: دانشتنێک، ئاهەنگێک یان کارکردنێکی شەو کە ڕۆژی بەسەردا بێت.

درێژایی سەدەیەک، مایەی ژان و ناسۆر بوو بۆ هەندێ لە بیرکاریزانە مەزنەکان. ئەو خۆشحاڵییەی بەهۆی چارەسەرکردنی پرسەکە هاتە ئاراوە، پێنەکردن و دڵدانەوەیەک بوو بۆ ئەو ئازارەی کە بەهۆیەوە چەشتبوویان. دوای بەدوای هەموو ئەو باس و خواسە، هەندێک بە ناخۆویستانە پەسەندیان کردوو، هەندێکیش هەر لە گوماندا مابوونەوە. هۆکاری ئەوەی دەستێک لە بیرکاریزانان گومانەکەیان نەپوکایەوە، پەیوەندی بە شێوازی سەلماندنەکەوە هەبوو، چونکە سەلماندنەکە ڕۆنراوی کۆمپیوتەری بوو، کە ئەمەش دەرچوون و لادان بوو لەو نەریتی سەلماندنەی کە لە بیرکاریدا هەیە. شتێکی سەیر بوو کە کۆمپیوتەر ڕۆڵی هەبێت لە سەلماندن یان ببێتە هۆی یەکلاکردنەوەی پرسێکی قورس و گران. تاکە شت کە چاوەڕوانکراو بوو، ئەوە بوو کە سەلماندنەکە ئاسان نەبێت بۆ بەدواداچوون، لە لایەکی دیکە هەنگاوەکانی سەلماندنەکە زۆر دوور و درێژ بوو، بەڵام سەلماندنێکی کۆمپیوتەری، هەنگاوێکی زۆر درێژدادەڕە. دوای ئەمە، کێشەی 'توانای پشکنین' بوو. کێ دەتوانێت هەزاران دێری کۆمپیوتەری بپشکنێت کە پڕە لە کۆد لە کاتێکدا سەلماندنەکە لەسەری وەستاوە و پشتی پێ بەستووە؟ کەمو کوڕیش لە کۆدی کۆمپیوتەری بەدەر نییە و بەدڵنیاییش دەکرێت کەمو کوڕی تێدابێت. کەموکوڕییەک ڕەنگە بۆنی شکستی لێبێت.

ئەمە هەموو باسەکە نەبوو. ئەوەی کە بەڕاستی نادیار بوو، هۆکاری 'ئەها' بوو. چۆن دەبێ هەر کەسێ کە سەلماندنەکە دەخوێنێتەوە، وردی و ڕێکی پرسەکە ستایش دەکات و پێیداهەڵدەدات، یان ئەو بەشە گرینگەی بەڵگەکە ئەزموون بکات، ئەویش لە چرکەساتی 'ئەها'. یەکێک لە ڕەخنەگرە نەجیبەکان، بیرکاریزان 'هۆلمیش پۆل'ە. ئەو پێی وابوو کە سەلماندنی کۆمپیوتەری، سەلماندنێکە کە زۆر جێی متمانەیە وەک

سـەلماندن بەهـۆی 'بەختـی چیـرۆک' نووسـین.[1] جـا بـۆیە گەلێـک بەهـۆی ئەو دەسـتکەوتە دەناسـرێتەوە، جـا ڕەنـگە کەسـێکی دلێـر یـان فاشـیل بێـت کە کـاتی خـۆی بەفیـرۆدەدات بـۆ گەڕان و دۆزیـنەوەی دژەنمـونەیەک-نەخشـەیەک کە پێـنج ڕەنـگ دەخوازێـت بـۆ ڕەنگکردنـی. ئەوان ڕەنـگە پـێش ئەپیل و هاکین کارەکەیان بەکۆتا گەیاندبێت، بەڵام نەک لە دوایدا.

دوای سەلماندنەکە:

لە 1976ەوە، ژمـارەی پشـکنینی نەخشـە کێشـراوەکان کەم بـوویەوە، ئەمەش هۆکـاری ئەوەی کە کۆمپیـوتەری خێراتـر و بەهێزتـر هـاتە ئـاراوە. ئەمەش ئەوە دەگەیەنێـت کە جیهـانی بیرکاریـانە، هێشـتا چـاوەڕێی سـەلماندنێکی کـورتر و پـوختر دەکـات کە هاوشـانی ئەو نەریـتە بێـت کە لە بیرکاریـدا هەیە. لە هەمانکاتـدا، بیـردۆزی چـوار ڕەنگـگەکە کێشـەی بە بـایەخی لە تیـۆری هێڵکاریـدا هێنـاوەتە ئـاراوە و کـاریگەری لابەلای هەبـووە لە ئالنگـاری ژێـری بیرکاریزانەکـان کە ئـاخۆ ئەوە چ شـتێکە کە ڕێسـا و یاسای بنچینەییە بۆ سەلماندنی بیرکارییانە.

---

[1] مەبەسـتی ئەوەیە هەنـدێ سـەلماندن وەک بەخـت وایە کە بە مێشـکی کەسـەکە دادێـت، وەک چـۆن چیـرۆکیش هەر شـتێکە بە مێشـکت دادێـت و دەیخەیـتە سـەر کاغەز. جا بۆیە ئەو سەلماندنی کۆمپیوتەری زۆر بە جێی متمانە دەزانێت.

کورتەی بیرۆکەکە

چوار ڕەنگ بەسە

کارنامە

1852	1879	1890
'گاثری'[1] کە فوتابی 'دیمۆرگان' بوو، پرسەکەی خستە بەردەمی.	'کیمپی'[2] پێی وابوو کە پرسەکەی شیکارکردییە.	'هیوود'[3] کەموکوڕی لە سەلماندنەکەی 'کیمپی' دەرخست و بیردۆزی پێنج ڕەنگگەکەی سەلماند.

1976	1994
'ئەپیل و هاکین'[4] سەلماندنێکی کۆمپیوتەرییان پێشکەشکرد بۆ دەرئەنجامی گشتی.	سەلماندنە کۆمپیوتەرییەکە سادەکرایەوە بەڵام هەر وەک سەلماندنێک مایەوە کە بنەڕەتی کۆمپیوتەری هەیە.

[1] *Guthrie*
[2] *Kempe*
[3] *Heawood*
[4] *Appel and Haken*

31 ئەگەر

ئەگەری بەفر بارین چەندە بۆ بەیانی؟ ئاخۆ دەبێت بە شەمەندەفەرەکە رابگەم؟ شانست چەندێکە تا یانەسیبەکە ببەیتەوە؟ ئەگەر، ڕێتێچوون و شانس هەموو ئەو وشانەن کە ڕۆژانە بەکاریان دێنین کاتێ گەرەکمانە وەڵامی هەندێ شت بزانین. هەروەها ئەوانە وشەگەلێکن لە تیۆری ئەگەری بیرکارییانە.

تیۆری ئەگەر، تیۆرییەکی گرینگە. پەیوەندی بە نادڵنیاییەوە هەیە و پێکهاتەیەکی بنچینەییە لە نرخاندنی مەترسی و زیان (زەرەر) یان قازانجێک. بەڵام چۆن دەکرێ تیۆرییەک کە نادڵنیایی لەخۆگرتبێت، بپێورێت؟ کەوایە، بیرکاری زانستێکی کتومت ورد نییە؟ کێشەکە بریتییە لە: بە برپێوانی ئەگەر.

وادانێ کە سادەترین نمونە وەردەگرین لەسەر ئەم گێتییە، ئەویش هەڵدانی دراوێکی کانزایی. ئەگەری دەرچوونی خەت چەندە؟ ڕەنگە دەست بەجێ بڵێین کە وەڵامەکە بریتییە لە ½ (بڕێکە کە بە 0.5 یان 50% پیشان دەدرێت). بە سەیرکردنی دراوێکی کانزایی، گریمان دەکەین کە ئەو دراوە دراوێکی دادوەرانەیە، واتای ئەوەیە کە شانسی دەرکەوتنی خەت یەکسانە بە شانسی دەرکەوتنی شێر، جا بۆیە ئەگەری دەستکەوتنی شێریش بریتییە لە 1/2.

ئەو بارودۆخانەی کە دراوی کانزایی یان کۆمەڵە تۆپێک لە ناو باوڵێک و نمونەی میکانیکی لەخۆدەگرێت، هەموویان نمونەگەلێکی دادوەرانەن لە ئەگەردا و هاوپەیوەندین. ئا لێرە دوو تیۆری سەرەکی هەیە لە بابەت و باسوخواسی ئەگەرەکان. ئەگەر سەیری دراوێکی کانزایی بکەین، دەبینین کە دوولای چوونیەکی هەیە، ئەو چوونیەکەش یەک لێکنزیکبوونەوەمان دەداتێ. نمونەیەکی دیکە، لێکنزیکبوونەوەی دووبارەکی هاوپەیوەندیدارە، کاتێ تاقیکردنەوەیەکی گەورە دەکەین بەم شێوەیە: هەڵدانی دراوێکی

کـانزایی چەنـد جارێـک و تومـارکردنی ئەو جـارانەی کە خەت دەردەکەوێـت. بەڵام تـــاقیکردنەوەی گەورە چەنـــدە گەورەیە؟ ئەوەش ئاســـانە تـــا بـــاوەڕبکەین کە ژمـــارەی خەتەکـــان پەیوەندیـــدارە بە ژمـــارەی شـــێرەکان، ئەویـــش بەنزیکەیـــی بـــریتییە لە 50 :50 بەڵام ئەمە دەســـتەواژەیەکە کە لەوانەیە گـــۆڕانی بەســـەردا بێـت ئەگەر بێـت و لە تـاقیکردنەوەکە بەردەوام بین.

بەڵام ئەی چـی دەربـارەی پێـوانی وردی؛ ئەگەری بەفربـارین لە بەیانیـدا؟ دووبـارە دوو دەرئەنجـام هەیە، یـان ئەوەتە بەفـر دەبارێـت، یـان ئەوەتە نابارێـت، بەڵام ئەمجارەیـان لەو باســە، ئەگەرەکە یەکسـان نیـیە وەک چـۆن لە شێر و خەتەکە یەکسان بوو.

هەڵســەنگاندن بـۆ ئەگەری بەفربـارین لە بەیانیـدا، پێوسـت بە کۆمەڵێـک زانیـاری دەکـات و پێوسـتە گـۆڕانی کەش و هەوای پێشـوەختەش لەبەرچـاو بگـرین و ئەو هۆکـارانەش لە یـاد نەکەیـن کە دەبێـتە هـۆی گۆڕانکـاری لە کەش و هەوادا. بەڵام هێشـتا ناشـێ کە ژمـارەیەکی دیـاریکراو-کـتومـت ورد نیشـان بکەیـن بـۆ ئەم بـابەتە (ئەگەری بەفربـارین). هەرچەنـدە لەوەنـاچێ دەسـتمان بە ژمـارەیەکی ڕاسـتەقینە بگـات، بەڵام سـوودمەندانە دەتـوانین ئەگەرەکە لە "پـلەی بـاوەڕ"[1] دیـاربکەین کە ئەگەرەکە نـزمە، ناوەنـدە یـان بەرزە. لە بیرکاریـدا، ئەگەر لەسـەر تەرازووی 0 بـۆ 1 دەپیورێـت. ئەگەری ڕوودانـی ڕووداوێـک کە تەواو ئەسـتەم بێـت، سـفرە. ئەگەری ڕووداوێکـیش کە دڵنیـایی تێـدا بێـت یـان دڵنیـا بـین کە ڕوودەدات، یەکە. ئەگەر؛ ئەگەر بکـــاتە 0.1، واتە ڕوودانـــی ڕووداوەکە زۆر کەمە، لەکاتێکدا 0.9 واتە ئەگەری ڕوودانی ڕووداوەکە زۆر بەرزە.

---

[1] پلەی بـاوەڕ مەبەسـتی لێـی نێـوان 0 و1ە. چـونکە ئەگەر هەمیشـە دەکەوێتە نێـوان ئەو دوو ژمارەیە (ژمارەکان خۆشیان).

سەرچاوەی ئەگەرەکان:

تیـــۆری ئەگەری بیرکارییـــانە، بەر لە ســـەدەی حەڤـــدەهەم هـــاتە ئـــاراوە، ئەویـــش بەهـــۆی کێشـــەیەک لە یـــاری قومـــار لە نێـــوان پـــاســـکال، فیرمـــات و گۆمبـــود[1]. هەرســـێکیان، یـــارییەکی ســـادەی مەتەڵاوییـــان دۆزیـــیەوە. پرســـیارەکەی گۆمبـــود ئەمە بـــوو: کـــامە لەمـــانە زۆر گونجـــا و لەبـــارە: هەڵـــدانی زارێـــک چـــوار جـــار بـــۆ دەســـتکەوتنی 6، یـــان هەڵـــدانی دوو زار بەیەکەوە 24جـــار بـــۆ دەســـتکەوتنی دوو 6؟ کـــامە لەم هەڵبـــژاردانە بە بـــاش دەزانیـــت؟ وادەردەکەوێـــت کە بـــژاردەی هەڵـــدانی دوو زارەکە بـــۆ دەرچـــوونی دوو6ی، باشـــترینکە، ئەمەش بەهـــۆی ئەوەی کە هەڵـــدانی زیـــاتر لەم بـــارە لەبەردەمـــتە وەک لە هەڵـــدانی یەک زار بـــۆ چـــوار جـــار. بەڵام دواتـــر ئەم بۆچـــوونە تێکشـــێندرا کـــاتێ ئەگەرەکـــان شـــیکرانەوە. لێـــرە پیشـــانی دەدەیـــن کە چۆن هەژمارکردنەکان بەرێوەدەچێت:

هەڵـــدانی یەک بەردەزار: ئەگەری ئەوەی کە 6 دەرنەچێـــت لە هەڵـــدانی یەک زار، بـــریتییە لە 5/6، وە لە چـــوار هەڵـــدان، ئەوا ئەگەرەکە دەبێـــتە $\frac{5}{6}\times\frac{5}{6}\times\frac{5}{6}\times\frac{5}{6}=\left(\frac{5}{6}\right)^4$. لەبەر ئەوەی ئەنجـــامی هەر هەڵـــدانێک کـــار ناکـــاتە ســـەرهەڵدانەکانی دیـــکە، ئەوە هەر هەڵـــدانێک، هەڵـــدانێکی "ســـەربەخۆیە" و بۆمـــان هەیە ئەگەرەکـــان جـــارانی یەکتـــر بکەیـــن. ئەگەری ئەوەی کە بەلایەنـــی کەم لەو چوار هەڵدانە یەک 6 دەربچێت، بریتییە لە:

$$1-\left(\frac{5}{6}\right)^4=0.517746\ldots$$

هەڵـــدانی دوو بەردەزار: ئەگەری ئەوەی کە لە هەڵـــدانی دوو زار، دوو 6 دەرنەچێـــت، بـــریتییە لە 35/36 و[2] ئەگەرەکە بـــۆ 24 هەڵـــدان، دەبێـــتە $\left(\frac{35}{36}\right)^{24}$. ئەگەری ئەوەی لەم 24 هەڵـــدانە بەلایەنـــی کەم دوو 6 دەربچێـــت، دەکاتە:

---

[1] *Antoine Gombaud*

[2] هەمـــــوو ئەو ئەنجامـــــانەی لە هەڵـــــدانی دوو بەردەزار دەکەوێـــــتەوە، 36 دەرئەنجامە، چونکە هەر بەردەزارێک 6 ڕووی هەیە، بۆیە $36 = 6 \times 6$.

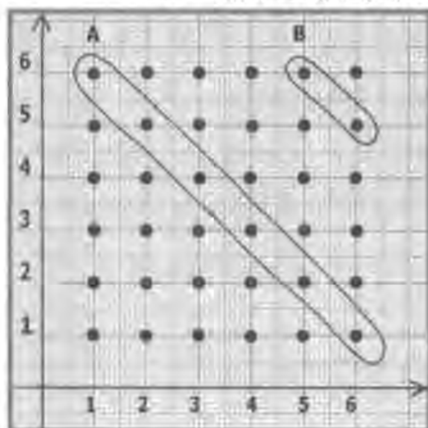
$$1-\left(\frac{35}{36}\right)^{24}=0.491404\ldots$$

کەوایە ئەگەری هەڵـــــدانی یەک بەردەزارەکە باشـــــترێکە. دەتـــــوانین ئەم نمونەیە کەمێ بە قووڵتر وەربگرین.

یاریکردن بە جووتەزار:

نمـونەی جـووتەزار، بنەڕەتـی ئەو یـاریە هـاوچەرخەی ئەمـڕۆیە کە پێـی دەوتـرێ قومـارکردن بە جـووتەزار لە نێـو یـانە شـەوانییەکان و گـازینۆ و قومارخانەکـان، تەنـانەت ماڵپەرەکـانی گرەوکـردن. کـاتێ دوو بەردەزاری ڕەنـگ جیـاواز هەڵـدەدرێت، 36 ئەنجـام-بـژاردە ڕێـیتێـدەچێت. ئەم ئەنجامـانەش دەکرێـت بەهـۆی جـووتەڕێکخراو (x,y) پیشـانبدرێت یـان تۆماربکرێـت. کـۆمەڵەی هەمـوو ئەو ئەنجامـانە، پێـی دەوتـرێ 'ئـاهووتەی نمـونەکە'. ئێسـتا بـا سـەرنجی ئەو ئەنجامـانە بـدەین کە لە هەڵـدانی دوو بەردەزار دەکەوێـتەوە بەو مەرجەی کـۆی خاڵەکـانی سـەر ڕووی هەردوو زارەکە بکـاتە 7، دەبینـین کە 6 جووتەڕێکخراومـان هەیە کە سـەرجەمەکەیان دەکـات 7، ئەوانـیش ئەمـانەی خـوارەوە و کـۆمەڵەکە بە A ناودەنێین:

$$A=\{(1,6),(2,5),(3,4),(4,3),(5,2),(6,1)\}$$



لەسـەر ئەو ڕووتەختـەیە، کە هەمـوو دەرئەنجامەکـانی هەڵـدانی دوو بەردەزار لەخۆدەگرێـت، ئەگەر بێـت و هەمـوو ئەو خـاڵانە دەوربـدەین بە ئەڵـقەیەک (وەک لەو وێـنەکە دیـارە، دەوردراوی A) دەکەوتە سـەر هێڵێـک. ئەگەری A بـریتییە لە 6 شـانس لە 36، کە دەکرێت بەم شێوەیە بنووسرێت:

$$P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

ئەگەر کـۆمەڵەی B کـۆمەڵەی هەمـوو ئەو ڕووداوانە بێـت کە لە هەڵـدانی دوو بەردەزارەکە سـەرجەمی خاڵەکـانی سـەر ڕووی هەردوو بەردەزارەکە بکـاتە 11، ئەوا $P(B) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$، چـونکە $B = \{(6,5),(5,6)\}$ وەک لە وێنەکەش دەردەکەوێت و دەوردراوی B نیشاندراو.

لەم جـۆری یـارییە (کە دوو بەردەزار هەڵـدەدرێت)، دوو بەردەزارەکە هەڵـدەدرێتە سـەر مێـزەکە، لە یەکەم قۆناغـدا، بـراوە دەبێـت یـان دۆڕاو، بەڵام بـۆ هەنـدێ لەو دەسـتکەوتانەی بە دەسـتی دێنێـت، ئەتـوانی پێـی بپەڕێـتەوە بـۆ قۆنـاغی دووەم. لە یەکەم هەڵدانـدا، بـراوە دەبێـت ئەگەر بێـت و ڕووداوێکـی نـاو کـۆمەڵەی A یـان کـۆمەڵەی B دەرکەوت- ئەمەش پێـی دەوترێـت "سروشـتی". ئەگەری "سروشـتی"ش لە ڕێـگەی خستنەسـەریەکی ئەگەری کۆمەڵەی A و B چنگمان دەکەوێت:

$$\frac{6}{36} + \frac{2}{36} = \frac{8}{36}$$

لە یەکەم قۆناغـدا، دەدۆڕێـی ئەگەر بێـت و $2,3$ یـان 12 هەڵبـدەی (ئەمە پێـی دەوترێـت "قومـاری جـووتەزار"). لێکـدانەوەیەکی لەم شـێوەیەی سـەرەوە، ئەگەری دۆڕانمـان دەداتـێ لە قۆنـاغی یەکەمـدا، ئەو ئەگەرەش بـریتییە لە $\frac{4}{36}$. ئەگەر سـەرجەمی دوو زارەکەت کـردییە یەکـێ لەم ژمـارانە $4,5,6,8,9\& 10$، ئەوا دەچیـتە قونـاغی دووەم، ئەگەری ئەوەش کە بچیتە قوناغی دووەم، بریتییە لە $\frac{24}{36} = \frac{2}{3}$.

لە جیهـانی یـاری و گایزینۆکانـدا، ئەگەرەکـان وەک شانسـی بـردنەوە نووسـراوە. لەم جـۆرە قومـارە، بـۆ هەر 36 یـارییەک کە دەیـکەی، بە تێکڕایـی 8 جـار بە قۆنـاغی یەکەم، بـراوە دەبیـت و 28 جـاریش بـراوە نابیـت، جـا بـۆیە شانسـی بـردنەوە بە یەکەم هەڵـدان، بـریتییە لە 28 بـۆ 8، ئەمەش هەمان شتە وەک 3.5 بۆ 1.

مەیمونەکەی سەر ئامێری چاپ:

ئەلفرێد مەیمونێکە کە لە باخچەیەکی ئاژەڵانی خۆجێیی دەژی. ئەلفرێد ئامێرێکی چاپی شروکۆنی هەیە کە 26 دوگمەی پێوەیە لە پیت و ژمارەکان، دوگمەیەک بۆ خاڵ (.)، یەکێک بۆ بۆر (،)، یەکێک بو نیشانەی پرسەک (!) و یەکێکی دیکەش بۆ بۆشایی دانان- بەهەمووی دەکاتە 30 دوگمە. خۆیی و ئامێرەکەی لە کوژبنێک دادەنیشن و دەکۆشێتە نووسینێکی ویژەیی، ئەو کارەش زۆر بە پەرۆشانە ئەنجامدەدات و مەراقێکی زۆری پێوە دیارە- بە شێوەیەکی هەڕەمەکیش دوگمەکان پاڵدەنێت بۆ نووسین.

هەر زنجیرەیەک لە پیت کە دەینووسێت، شانسێک هەیە کە شتێکی مانادار بێت، بۆیە هیچ سەیر نییە گەر بوترێ، شانسێک هەیە کە یەکێک لە نووسینە جوانەکانی شکسپیر بنووسێتەوە. پتر لەمەش، شانسی ئەوەش هەیە (ئەگەرچی زۆر کەمیش بێت) هەر هەمان نووسینەکە بەدوایدا وەربگێرێتە سەر زمانی فەرەنسی، پاشان ئیسپانی و دواتریش ئەڵمانی. بۆ پێوانەیەکی باش، دەتوانین دەرگای ئەو ئەگەرانەش والابکەین کە ئەلفدرێد بە بەردەوامی لەسەر ئەو ئامێرە، هۆنراوەکانی 'ئۆردسویس' بنووسێتەوە. شانسی هەموو ئەمانە زۆر بچوکە، بەلام بەدڵنیای شانسی ئەم شتانە سفر نییە. ئەمەش خاڵە گرینگەکەیە.

با ببینین کە ئەلفرێد چەندی پێدەچێت بۆ نووسینی 'To be or'. ئێمە وێنای 8 خانە دەکەین بە 8 پیت بە بۆشاییەوە:

T	*o*		*b*	*e*		*o*	*r*

ژمارەی ئەگەرەکان بۆ خانەی یەکەم، بریتییە لە 30، بۆ خانەی دووەم، دیسانەوە 30، بۆ خانەکانی دیکەش بە هەمان شێوە. جا بۆیە ژمارەی ڕێگاکان بۆ پڕکردنەوەی 8 خانەکە، بریتییە لە 30^8. جا بۆیە ئەگەری ئەوەی کە ئەلفرێد بنووسێت 'To be or' بریتییە لە 6.561×10^{11}.

ئەگەر ئەلفرێد لە هەر چرکەیە، دوگمەیەک دابگرێت، ئەوا واپێدەچێت کە ئەلفرێد بۆ نووسینی 'To be or' نزیکەی 20,000 ساڵی پێبچێت، وابێت

تەمەنــدرێژی خــۆی وەک گوانــاداری ڕەســەن دەســەلمێنێت. کەوایە چــاوەڕێی هەمــوو هۆنراوەکــان و نووســینەکانی شکســپیر مەبە. ئەلفرێــد وێــدەچێت نووســینی پــوچوبــێ واتــا بەرهەم بهێنێــت وەک "$xo, h? yt$" کە کــاتو هەوڵێکی زۆری گەرەکە.

تیۆرییەکە چۆن گەشەی سەندووە؟

کــاتێ تیــۆری ئەگەر بەکاردەهێنــدرێت، ئەنجامەکــان و ئەوەی لێــی دەکەوێــتەوە، دەکرێــت مشــتومــڕی لەســەر بکرێــت، بەڵام بەلایەنــی کەم، پشــتگیریکردنی بیرکارییــانە بــۆ بــابەتەکە، خــاڵی دەکــاتەوە لە گومــان. لە 1933دا، "ئەنــدری نیکــۆلافیچ کۆلمۆگۆلــۆف" ڕۆڵــی گرینگــی هەبــوو لە پێناســەکردن و ناســاندنی ئەگەر لەســەر بنچینــەی کۆمەڵێــک بەڵگەنەویســت؛ بەهەمــان شــێواز وەک چــۆن دوو هەزار ســاڵ بەر لە ئێســتا، ئەنــدازە لەســەر کۆمەڵێک بەڵگەنەویست دامەزرا و بنەماکانی پێناسەکران و ناسێندران.

ئەگەریش لەسەر ئەو چەند بەڵگەنەویستەی خوارەوە ناسێندرا:

1. ئەگەری هەموو ڕووداوەکان بەیەکەوە، دەکاتە 1.
2. ئەگەر؛ بەهــای ژمــارەیی هەیە، بەهــاکەی یەکســان یــان گەورەتــرە لە سفر.
3. کاتێــک ئەگەری ڕووداوەکــان نەتوانــدرێت هــاوجووت بکرێــت، ئەوا دەکرێت کۆبکرێنەوە.

لەو چەنــد بەڵگەنەویســتە، ئەگەر بەرگێکــی بە زمــانی هــونەری بە بەرداکــرا و دەکرێــت تایبەتمەنــدییە بیرکارییەکــانی فەراهەم بێــت و دەربکەوێــت. چەمکــی ئەگەر دەکرێــت بە شــێوازێکی بەرفراونتــر بەکاربهێنــدرێت. بەکــاربردنی ئەگەر لە ســەردەمی هــاوچەرخ، ڕۆڵــی بــاڵای هەیە و زۆر کــایە بەبــێ ئەو پەکیــان دەکەوێــت. لەوانەیە لە نەبــوونی ئەگەر؛ زیــان بەر ئەم کایــانە بکەوێــت، ئەوانــیش شــیکردنەوە، وەرزش، کۆمەڵناســی، دەروونزانــی، نەخشــەی ئەنــدازیاری، دارایــی و چەنــد کــایەکی تــر- ئەم خشــتەیە، کۆتــایی

مەیمونەکەی سەر ئامێری چاپ:

ئەلفرێد مەیمونێکە کە لە باخچەیەکی ئاژەڵانی خۆجێیی دەژی. ئەلفرێد ئامێرێکی چاپی شڕوکۆنی هەیە کە 26 دوگمەی پێوەیە لە پیت و ژمارەکان، دوگمەیەک بۆ خاڵ (.)، یەکێک بۆ بۆر (،)، یەکێک بو نیشانەی پرسەک (!) و یەکێکی دیکەش بۆ بۆشایی دانان- بەهەمووی دەکاتە 30 دوگمە. خۆیی و ئامێرەکەی لە کوژبنێک دادەنیشێ و دەکۆشێتە نووسینێکی ویژەیی، ئەو کارەش زۆر بە پەرۆشانە ئەنجامدەدات و مەراقێکی زۆری پێوە دیارە- بە شێوەیەکی هەڕەمەکیش دوگمەکان پاڵدەنێت بۆ نووسین.

هەر زنجیرەیەک لە پیت کە دەینووسێت، شانسێک هەیە کە شتێکی مانادار بێت، بۆیە هیچ سەیر نییە گەر بوترێ، شانسێک هەیە کە یەکێک لە نووسینە جوانەکانی شکسپیر بنووسێتەوە. پتر لەمەش، شانسی ئەوەش هەیە (ئەگەرچی زۆر کەمیش بێت) هەر هەمان نووسینەکە بەدوایدا وەربگێڕێتە سەر زمانی فەڕەنسی، پاشان ئیسپانی و دواتریش ئەڵمانی. بۆ پێوانەیەکی باش، دەتوانین دەرگای ئەو ئەگەرانەش واڵابکەین کە ئەلفدرێد بە بەردەوامی لەسەر ئەو ئامێرە، هۆنراوەکانی 'ئۆردسویس' بنووسێتەوە. شانسی هەموو ئەمانە زۆر بچوکە، بەڵام بەدڵنیای شانسی ئەم شتانە سفر نییە. ئەمەش خاڵە گرینگەکەیە.

با ببینین کە ئەلفرێد چەندی پێدەچێت بۆ نووسینی '*To be or*'. ئێمە وێنای 8 خانە دەکەین بە 8 پیت بە بۆشاییەوە:

T	*o*		*b*	*e*		*o*	*r*

ژمارەی ئەگەرەکان بۆ خانەی یەکەم، بریتییە لە 30، بۆ خانەی دووەم، دیسانەوە 30، بۆ خانەکانی دیکەش بە هەمان شێوە. جا بۆیە ژمارەی ڕێگاکان بۆ پرکردنەوەی 8 خانەکە، بریتییە لە 30^8. جا بۆیە ئەگەری ئەوەی کە ئەلفرێد '*To be or*' بنووسێت بریتییە لە 6.561×10^{11}.

ئەگەر ئەلفرێد لە هەر چرکەیە، دوگمەیەک دابگرێت، ئەوا واپێدەچێت کە ئەلفرێد بۆ نووسینی '*To be or*' نزیکەی 20,000 ساڵی پێبچێت، وابێت

تەمەندرێژی خۆی وەک گوانادارى ڕەسەن دەسەلمێنێت. کەوایە چاوەڕێی هەموو هۆنراوەکان و نووسینەکانی شکسپیر مەبە. ئەلفرێد وێدەچێت نووسینی پوچوبێ واتا بەرهەم بهێنێت وەک $'xo, h?yt'$ کە کات و هەوڵێکی زۆری گەرەکە.

تیۆرییەکە چۆن گەشەی سەندووە؟

کاتێ تیۆری ئەگەر بەکاردەهێندرێت، ئەنجامەکان و ئەوەی لێی دەکەوێتەوە، دەکرێت مشتومڕی لەسەر بکرێت، بەڵام بەلایەنی کەم، پشتگیریکردنی بیرکارییانە بۆ بابەتەکە، خاڵی دەکاتەوە لە گومان. لە 1933دا، 'ئەندری نیکۆلافیچ کۆلمۆگۆلۆف' ڕۆڵی گرینگی هەبوو لە پێناسەکردن و ناساندنی ئەگەر لەسەر بنچینەی کۆمەڵێک بەڵگەنەویست؛ بەهەمان شێواز وەک چۆن دوو هەزار ساڵ بەر لە ئێستا، ئەندازە لەسەر کۆمەڵێک بەڵگەنەویست دامەزرا و بنەماکانی پێناسەکران و ناسێندران.

ئەگەریش لەسەر ئەو چەند بەڵگەنەویستەی خوارەوە ناسێندرا:

1. ئەگەری هەموو ڕووداوەکان بەیەکەوە، دەکاتە 1.
2. ئەگەر؛ بەهای ژمارەیی هەیە، بەهاکەی یەکسان یان گەورەترە لە سفر.
3. کاتێک ئەگەری ڕووداوەکان نەتواندرێت هاوجووت بکرێت، ئەوا دەکرێت کۆبکرێنەوە.

لەو چەند بەڵگەنەویستە، ئەگەر بەرگێکی بە زمانی هونەری بە بەرداکرا و دەکرێت تایبەتمەندییە بیرکارییەکانی فەراهەم بێت و دەربکەوێت. چەمکی ئەگەر دەکرێت بە شێوازێکی بەرفراوانتر بەکاربهێندرێت. بەکاربردنی ئەگەر لە سەردەمی هاوچەرخ، ڕۆڵی بالای هەیە و زۆر کایە بەبێ ئەو پەکیان دەکەوێت. لەوانەیە لە نەبوونی ئەگەر؛ زیان بەر ئەم کایانە بکەوێت، ئەوانیش شیکردنەوە، وەرزش، کۆمەڵناسی، دەروونزانی، نەخشەی ئەندازیاری، دارایی و چەند کایەکی تر- ئەم خشتەیە، کۆتایی

نایەت. کێ وابیری دەکردەوە کە کێشەی قومار لە سەدەی حەڤدەهەمدا ببێتە هۆی خەتوخاڵی بیرۆکەیەکی لەم شێوەیە و ڕژێمێکی زۆر خاس و ڕێکوپێکی لێبکەوێتەوە؟ ئەگەری ئەمە چەندێک بوو؟

کورتەی بیرۆکەکە

ڕژێمی نهێنی قومارچییەکە

کارنامە

1650s	1785	1812
بنچینەکانی ئەگەر لە لایەن 'پاسکال و هوگینس'[1] دانرا.	'کۆندۆرسێ'[2] ئەگەری بەکارهێنا بۆ شیکردنەوەی ڕژێمی هەڵبژاردن و دەستەی سوێندخۆران.	'لاپلاس' پەرتووکێکی دوو بەرگی بڵاوکردەوە لەسەر 'شیکردنەوەی تیۆری ئەگەرەکان'.
1912	**1933**	
'کینیس'[3] توێژینەوەکەی لە هەمبەر ئەگەر بڵاوکردەوە کە کاری کردە سەر ئابوری و ئامارزانی.	'کۆلمۆگۆرۆف'[4] ئەگەری بە ڕێگای بەڵگەنەویستی خستەڕوو.	

[1] *Pascal and Hugens*
[2] *Condorcet*
[3] *Keynes*
[4] *Kolmogorov*

32 تیۆری بایس

تۆمـــاس بـــایس، لە ســـەرەتادا بە باشـــی مەشـــهور نەبـــوو، لە هەمانکاتـــدا تێگەیشـتنیش لێی؛ سـەخت بـوو. بـایس، لە باشـوری ڕۆژهەلاتی ئینگلـتەڕا لە دایـــک بـــووە، وێـــدەچێت ســـالی 1702دا بێـــت. کەســـێک بـــوو کە لە پەیڕەوەکـــانی کۆمەلگـــا، دیـــن و دابونەریتەکـــان یـــاخی بـــوو، بەلام وەک بیرکاریزانێـک ناوبـانگی هەبـوو. لە سـالی 1742دا بـۆ کـۆمەلەی شـانە لە ئینگلـــتەڕا هەلبژێـــردرا. وتـــارە بەناوبـــانگەکەی بـــایس دەربـــارەی چارەســـەکردنی پرســـیارێک لە بـــاوەڕگەی شـــانس کە لە ســـالی 1763 بلاوکـــرایەوە، دوو ســـال دوای مـــردنەکەی، یاســـایەکی لـــێکەوتەوە بـــۆ دۆزیـــنەوەی ئەگەری پـــێچەوانە. ئەم ئەگەرەش؛ ئەگەری 'بە پـــێچەوانەوە'، یارمەتیـدەر بـوو بـۆ دروسـتکردنی چەمکێکـی گرینـگ بـۆ 'فەلسـەفەی بایسی'- 'ئەگەری مەرجدار'.

تۆمـــاس بـــایس نـــاوەکەی بـــووە دروشـــمێک و بە لقێکـــی ئامـــارزانییەوە لکێنـــدرا 'بایســـییەکان' ئەمەش لە ناتەبـــایی و نـــاکۆکی لەگەل ئامـــارزانە لاســـایکەرەوەکان-تەقلیـــدییەکان هـــاتەگۆڕێ. بینیـــی ئامـــارزانە لاسـایکەرەوەکان بـۆ ئەگەر، بەهـۆی خشـتە ژمارەییەکـانەوە بـوو، جـا خشـتەیەکی زۆر سـەخت و گـرانە. لەکاتێکـدا بینینـی ئامـارزانە بایسـییەکان، بەهـۆی ڕێسـای بایسـی و بنەمـاکەیەتی، ناوەڕۆکەکەشـی-مـاوەی بـاوەڕ-دەکرێت وەک ئەگەری بیرکارییانە مامەلەی لەگەلدا بکرێت.

ئەگەری مەرجدار:

وا خەیـــال بـــکە کە دکتـــۆر 'بـــۆچی' دکتـــۆرێکی جـــوامێر و بەتوانـــایە، ئەرکێکـی لەسـەر شـانە، ئەویـش دیـاریکردنی نەخۆشـی 'سـورێژە'یە لە نـاو نەخۆشـــەکانی. دەرکەوتنـــی خـــال لەســـەر ڕووخســـار و جەســـتە، ناڕاســـتەوخۆیانە ئامـــاژەیەکە بـــۆ دیـــاریکردنی نەخۆشـــییەکە، بەلام

پەنجەدانـان لەسـەر نەخۆشـی و دەرخسـتنی، ڕاسـتەوخۆ و ڕواڵەتـانە نیـیە. نەخۆشـێک لەوانەیە سـورپێژەی هەبێـت بەبـێ ئەوەی خـاڵ و نیشـانە لەسـەر ڕووخسـاری دەرکەوتبێـت، یـانیش بە پـێچەوانەوە کە خـاڵ و نیشـانەی لەسـەر ڕووخسـاری هەبێـت، بەڵام سـورپێژەی نەبێـت. ئەگەری ئەوەی کە نەخۆشـێک خـاڵ و نیشـانە لەسـەر ڕووخسـاری هەبێـت و ئەوە بگەیەنێـت کە نەخۆشـەکە سـورپێژەی هەیە، ئەوا پێـی دەوتـرێ "ئەگەری مەرجـدار". بایسـییەکان هێڵێکـی سـتوونی (|) بەکـاردێنن لە ڕێسـاکانیان بـۆ واتـا و نواندنی "ئەوە بگەیەنێت"، جا بۆیە ئەگەر بنووسین:

$Prob$(نەخۆشەکە سورپێژەی هەبێت|نەخۆشێک خاڵ و نیشانە لە سەر ڕووخساری هەبێت)

ئەمە واتـای ئەوەیە: ئەگەری ئەوەی نەخۆشـێک خـاڵ و نیشـانە بەڕووخسارییەوە بێت و نەخۆشەکە سورپێژەی هەبێت، چەندە. بەهای:

$Prob$(نەخۆشەکە سورپێژەی هەبێت|نەخۆشێک خاڵ و نیشانە لە سەر ڕووخساری هەبێت)

جیاوازە لە بەهای:

$Prob$(نەخۆشەکە خاڵ و نیشانە لە سەر ڕووخساری هەبێت | نەخۆشێک سورپێژەی هەبێت)

لە پەیوەنـدی نێوانیانـدا، ڕێسـای بـایس بـریتییە لە ڕێسـای هەژمـارکردنی ئەگەری پـێچەوانە. بیرکاریزانەکـان بـۆ پێـدانی ئامـاژە و هێمـا بـۆ شـتەکان، باشـترینن. بـۆیە بـا بڵێـین کە ڕووداوی؛ هەبـوونی سـورپێژە M بێـت و، نەخۆشـێک کە خـاڵ و نیشـانەی بە ڕووخسـارییەوە بێـت S بێـت. هێمـای $\bar{S}$ بـا هێمـا بێـت بـۆ نەخۆشـێک کە خـاڵ و نیشـانەی لەسـەر ڕووخسـاری نیـیە و $\bar{M}$ بـۆ نەخۆشـێک کە سـورپێژەی نیـیە. دەتـوانین ئەمە ڕوونتـر ببینـین لەسەر "خشتەی دوو-ڕێگا".

	S	$\bar{S}$	
M	x		m
$\bar{M}$			N

ئەمەش بـۆ دکتـۆر "بـۆچی" واتـای ئەوە دەگەیەنێـت کە x نەخـۆش هەیە کە خـاڵی سـەر ڕووخسـار و سـورپێژەی هەیە، وە m نەخـۆش کە سـورپێژەیان هەیە، لەکاتێکـدا ژمـارەی هەمـوو نەخۆشـەکان بە گشـتی بـریتییە لە N. لەو هێڵکـارییەدا، دکتـۆر دەتوانێـت ببینێـت کە ئەگەری ئەوەی یەکێـک سـورپێژەی هەبێـت و خـاڵیش بە ڕووخسـارییەوە بێـت چەنـدە، بە سـادەیی دەکـاتە x/N، لەکاتێکـدا ئەگەری ئەوەی کە یەکێـک سـورپێژەی هەبێـت،

دەکـــاتە m/N. ئەگەرە مەرجـــدارەکە، ئەگەری ئەوەی کەســـێک خـــاڵ بە ڕووخســـــارییەوە بێـــت و ســـــورپێژەی هەبێـــت، بەم شـــێوەیە دەنووســـرێت$prob(S|M)$ و دەکـــاتە x/m بەیەکەوە دانـــانی ئەمـــانە، دکتـــۆر "بـــۆچی" ئەو ئەگەرەی دەســـت دەکەوێـــت کە کەســـێک هەم خـــاڵ بە ڕووخسارییەوە بێت و هەم سورپێژەشی هەبێت، چەندە:

$$prob(M\&S) = \frac{x}{N} = \frac{x}{m} \times \frac{m}{N}$$

یان

$$prob(M|S) = prob(S|M) \times prob(M)$$

بەهەمان شێوە:

$$prob(M\&S) = prob(M|S) \times prob(S)$$

ڕێسای بایس:

یەکســـانکردنی دەربڕینەکـــان بـــۆ $prob(M\&S)$ ڕێســـای بایســـمان دەداتـــێ لە پەیوەنـــدی نێـــوان ئەگەری مەرجـــدار و پـــێچەوانەکەی. دکتـــۆر "بـــۆچی" بیرۆکەیەکـــی باشـــی بە بیـــردا دێـــت دەربـــارەی $prob(S|M)$، ئەگەری ئەوەی کە نەخۆشـــێک ســـورپێژەی هەبێـــت، ئـــاوا خـــاڵ و نیشـــانەی بە ڕووخســـــــــــارییەوەیە.

ئەگەری مەرجـــــــداری "بە پـــێچەوانەوە" ئەو ئەگەرەیە کە دکتـــــۆر "بـــــۆچی" زۆر پێـــــوەی سەرســـــامە،

$$prob(M|S) = \frac{prob(M)}{prob(s)} \times prob(S|M)$$

یاسای بایس

خەملانـدنەکەی بـۆ ئەوەی کە "نەخۆشـێک سـورپێژەی هەبێـت؛ ئەگەر خـاڵ و نیشـــانە بە ڕووخســـارییەوە بێـــت، چەنـــدێکە. دۆزیـــنەوەی ئەو ئەگەرە، دۆزینەوەیەکـــی سەربەکێشـــەیە، بـــۆیە پێـــی دەوتـــرێ "کێشـــەی ئەگەرە پـــێچەوانەکە" و جـــۆری کێشـــەکەش لە لایەن بایســـەوە ئامـــاژەی پێکـــرا هەر ئەو کـــاتەی کە وتـــارە بەناوبـــانگەکەی پێشکەشـــکرد. بـــۆ بیرکـــردنەوە لە ئەگەرەکـــان، پێویســـتە لەســـەرمان کە هەنـــدێ ژمـــارە جێگیـــر بکەیـــن. ئەمەش

ڕەنــگە شــتێکی خــودی بێــت بەڵام ئەوەی گــرینگە، بــریتییە لە بینینــی ئەوەی کە چــۆن ئەمــانە پــێکەوە گرێــدەدرێن و یەکــدەخرێن. ئەگەر نەخۆشــێک ســـورپێژەی هەبێــت، ئەگەری ئەوەی کە خــاڵ و نیشــانە بە ڕووخســارییەوە بێـــــــت، ئەگەرەکە بەرزە، بـــــــابڵێین $prob(S|M) = 0.9$، بەڵام ئەگەر ســورپێژەیان نەبێــت، ئەگەری ئەوەی خــاڵ و نیشــانە لەســەر ڕووخســاریان هەبێــت، ئەگەرەکە زۆر نــزمە، بــا بڵێــین $prob(S|\bar{M}) = 0.15$. دکتــۆر-ە بــوێر و بەتوانــاکە بیــرۆکەی دیکەشــی لە مێشــکدایە، دەڵێــت: ڕێــژەی ئەو خەڵــکەی کە ســـورپێژەیان هەیە لە نێــو خەڵکیــدا، دەکــاتە 20%. ئەمەش دەردەبڕدرێــت بە $prob(M) = 0.2$. تەنیــا شــت لە زانیارییەکــانی دیــکە کە پێوســتمانە، بــریتییە لە $prob(S)$، ڕێــژەی ئەو خەڵــکەی کە خــاڵ و نیشــانە بە ڕووخســارییانەوەیە. ئێســتا ئەگەری ئەوەی کە کەســێک خــاڵ و نیشــانە بە ڕووخســارییەوەیە، دەکــاتە ئەگەری ئەوەی کەســێک ســورپێژەی هەبێــت و کــۆی ئەگەری ئەوەی کەســێک ســورپێژەی نەبێــت بەڵام خــاڵ و نیشانەی هەبێت. لە کلیلە پەیوەندییەکەماندا:

$prob(S) = 0.9 \times 0.2 + 0.15 \times 0.8 = 0.3$. بە دانــــــــــــانەوەی ئەو بەهایانە لە ڕێساکەی بایسی، ئەوەمان دەست دەکەوێت:

$$prob(M|S) = \frac{0.2}{0.3} \times 0.9 = 0.6$$

دەرئەنجــامەکە ئەوەیە: هەمــوو ئەو نەخۆشــانەی کە خــاڵ و نیشــانەیان پێــوە دیــارە، دکتــۆر بــۆی دەرکەوتیــە کە بە شــێوەیەکی ڕاســت و دروســت، نەخۆشــی ســـورپێژەی لە 60% بارەکــان دیــارکردییە. ئێســتا وا دابنــێ کە دکتــۆر زانیــاری زێــدەتری بەدەســت دەگــات لەســەر ڕەگەز و جــۆری ســورپێژە، بــۆیە ئەگەری پێــزانین بە نەخۆشــییەکە بەرز دەبێــتەوە، مانــای وایە کە $prob(S|M)$، ئەگەری هەبــــوونی خــــاڵ و نیشــــانە لە ئەگەری هەبــــوونی ســــورپێژە، زیــــاد دەکــــات لە 0.9 بــــۆ 0.95 و $prob(S|\bar{M})$، ئەگەری هەبــوونی خــاڵ و نیشــانە بەهــۆی هۆکــارێکی دیــکەوە، کەم دەکــات لە 0.15 بــۆ 0.1. ئــاخۆ ئەم گــۆڕانە چــۆن چــۆنی ڕێــژەی پێزانینــی دکتــۆر بــۆ ســــورپێژە پێشــــدەخات؟ $prob(M|S)$ی تــــازە دەبێــــتە چەنــــد؟ لەگەڵ ئەو

زانیــــارییە نوێیــــانە، $prob(S) = 0.95 * 0.2 * +0.1 * 0.8 = 0.27$، جـــا لە ڕێســـــــای بایســـــــی، $prob(M|S)$ دەکـــــاتە 0.2 دابەشـــــــی $prob(S) = 0.27$ و دواتـــر هەمـــووی جـــارانی 0.95، کە ئەمەش دەکـــاتە 0.704. جـا ئێسـتا دکتـۆر بـۆچی ئەتوانێـت بە 70% حاڵەتەکـان بزانێـت بەهـۆی دەستخسـتنی ئەو زانیـارییە. ئەگەر ئەگەرەکـان گـۆڕان بـۆ 0.99 و، 0.01 بە شـێوەیەکی نـۆرە و دواتـر ئەگەری دیـاریکردنی نەخۆشـییەکە، $prob(M|S)$، دەبێـتە 0.961، جـا بـۆیە شانسـی دکتـۆر بـۆ دیـاریکردنی نەخۆشییەکە لەم بارەدا، دەبێتە 96%.

سەردەمی بایسەنیس:

ئامـــارزانە کۆنەکـــان ئەوانەی بە ئامـــارزانە دووبارەکییەکـــان ناومـــان هێنـــابوون، کەمێـــک ناکۆکییـــان هەیە لەگەڵ بەکارهێنـــانی ڕێســـای بـــایس بەتـــایبەت کاتێـــک کە ئەگەرێـــک دەتوانـــدرێت پێوانەبکرێـــت. خـــاڵی نـــاکۆکییەکەش، بـــریتییە لە دابڕانـــی ئەگەر، وەک دابڕانـــی: لە مـــاوەی بـــاوەڕ یان هەندێ کات بە "ئەگەری خودی" ناودەبرێت و دەناسرێت.

چەمکـی "ئەرکـی پـێ سـەلماندن" لە دادگـادا لە "ئەو دیـوی گومـانی ژیـرانە" بـــۆ "ســـەبارەت بە هاوســـەنگی ئەگەری" درێـــژدەبێتەوە. ئەو پێـــوەرە دادوەریـــیەی پێشـــوو، لاســـایکەرەوانە بەکاردەهـــات لە هەبـــوونی تاوانـــدا، بەڵام ئەگەر ئەوەی دوومیـان بەکـارهێنرابووایە بـۆ تـاوان یـان بـێ تـاوانی، ئەوە زۆر گرینـگ دەبـوو بـۆ زانینـی ئەوە کە ئـاخۆ دەبێـت ئەم ئەگەرانە چـۆن ئازوگوێزیـان پێبکرێ. ئـا لێرەدا شـیکردنەوە بایسـیەن دێتە مەیـدانەکە بـــۆ ڕۆڵگێـــڕان و ئـــێمەش بـــۆ تێگەیشـــتن لەم باســـە، وادادەنێـــین کە سینارۆیەکی ڕێتێچوو و ژیرانەمان هەیە لە تاوانکارییەکدا.

بڕیاردەرێـک گوێبیسـتی بـارێکی تاوانکـاری دەبێـت لە دادگـادا، جـا ئەوسـا دەڵێـت ئەگەری تاوانبـارکردنی ئەو کەسـەی تـاوانەکەی خـراوەتە مـل، 1 بـۆ 100ە (بە ڕێـژەی سـەدی). لە میـانەی ڕاوێـژ و بۆچـوون؛ ئـاڵوێرکردن لە ژووری دەسـتەی بڕیـاردەران، بڕیـاردەران بـانگکرانەوە بـۆ دادگـا تـا پتـر

گونیبیستی ڕووداوەکە بن لە داواکارەوە. چەکێک لە ماڵی بەندکراوەکە دۆزرایەوە و ڕاوێژکار بەم شێوەیە لێدوانی دا: ئەگەری هەبوون و دۆزینەوەی چەک، بەرز دەبێت بۆ 0.95 ئەگەر بەندکراوەکە تاوانبار بێت، بەڵام ئەگەر ئەو بێ تاوان بێت، ئەگەری دۆزینەوەی چەکەکە تەنیا 0.1 دەبێت. ئەگەری دۆزینەوەی چەکێک لە ماڵی بەندکراوەکە زۆر بەرزترە ئەگەر بەندکراو تاوانبارەکە بێت وەک لەوەی بێتاون بێت. پرسیارەکەی بەردەم بڕیاردەرەکان ئەوەیە کە ئاخۆ چۆن دەتوانین گۆڕانکاری لە بیروڕایەکانییان بکەن لە ژێر ڕۆشنایی ئەو زانیارییە نوێیە؟ دووبارە بە بەکارهێنانی هێما و نیشانە بۆ دەستەواژەکان، G بریتییە لەو ڕووداوەی کە بەندکراوەکە تاوانبارەکە بێت و E بریتییە لەو ڕووداوەی کە بەڵگەیەکی تازە بێتەگۆڕێ. بڕیاردەرەکان دانانی سەرەتاییان دروستکرد کە $prob(G) = \frac{1}{100}$ یاخود 0.01. ئەم ئەگەرە پێی دەوترێت "ئەگەری پێشینە". بەدووبارە دانانەوە، ئەگەری $prob(G|E)$ بریتییە لە ئەگەری چاوپێخشێندراوی تاوانبار کە بەڵگەی تازەی لەسەر درابێت E، ئەمەش پێی دەوترێ "ئەگەری پاشینە". ڕێسای بایسی لەم شێوەیەیە:

$$prob(G|E) = \frac{prob(E|G)}{prob(E)} \times prob(G)$$

کە بیرۆکەی ئەگەری پێشینە نیشاندەدات لە تازەبوونەوەی بەرەو ئەگەری پاشینە $prob(G|E)$. چارەسەرکردنی $prob(S)$ وەک لە نموونەی پزیشکیدا، دەتوانین $prob(E)$ بێنینە دەرەوە و $prob(G|E)$ بدۆزینەوە:

$$prob(G|E) = \frac{0.95}{0.95 * 0.01 + 0.1 * 0.99} * 0.01 = 0.088$$

ئەمەش گێژاوی نیشان دەدات بۆ بڕیاردەرەکە چونکە دانانی شانسی سەرەتایی 1%ی تاوانبارەکە زیادی کردییە بۆ 9%. ئەگەر بڕیاردەرەکان گریمانەیەکی گەورەتریان کردبا کە: ئەگەری دۆزینەوەی چەکێکی تاوانباری بەرزە تا 0.99 ئەگەر بەندکارەوەکە تاوانبارەکەیە، بەڵام ئەگەری دۆزینەوەی چەکەکە تەنیا بریتییە لە 0.01 ئەگەر بەندکراوەکە

بـــێ تـــاوانە، پاشـــان بە دووبـــارە بەکـــاربردنەوەی ڕێســـای بایســـی، بڕیـــاردەرەکە پێویســـت دەکـــات بە بیروڕایەکیانیانـــدا بچـــنەوە لە 1% بـــۆ 50%.

بەکارهێنـــانی ڕێســـای بایســـی لەم جـــۆرە بارودۆخـــانەدا، کەوتە بەر لێشـــاوی ڕەخـــنە. لە پەســـەندکراوەکانی شـــیکردنەوەی بایســـەن، پیشـــاندانی ڕێگـــایەکە بـــۆ مـــامەڵەکردن لەگەڵ ئەگەرە خودییەکـــان و هەروەهـــا چـــۆنیش ئەو ئەگەرانە تـــازەدەبنەوە لەســـەر بنچیـــنەی بەڵگەکـــان. شـــێوازی بایســـیەن لە پانتـــاییەکی فـــراوان بەکارهێنـــانی هەیە و وەک چـــۆن هەنـــدێ کـــایەی زانســـتی ڕۆژەنێـــت و دەیانخـــاتە ســـەرپێ، وەک پێشـــبینی کەشوهەوا و دادگـــای تـــاوان. بەڵـــگەی پێشـــتوانی ئەم تیـــۆرییە، ڕاســـتییەتی و کـــارەکتەرە کردارییەکەیەتـــی لەتەک مـــامەڵکردن لەگەڵ نادڵنیـــایی. لە کۆتایـــدا ئەم بـــابەتە زۆر ســـوود و قازانجی هەیە و دەشیبێت.

نمونەیەکی سادە:

تـــورەگەیەک 10 گـــۆی ســـوری تێـــدایە کە لە 1 تـــا 10 ڕەنووســـکراون و 5 گـــۆی شینیشـــی تێـــدایە کە بە ژمـــارە تاکەکـــان $(1, 3, 5, 7, 9)$ ڕەنـــووس کـــراوە. گـــۆیەک لە تـــورەگەکە ڕاکێشـــرا؛ ئەگەری ئەوەی کە گـــۆیەکە بە ژمـــارە 9 ڕەنووس کرابێت و سوور بێت، چەندە؟

بـــا B بریتیـــی بێـــت لە ڕووداوی گـــۆی ســـوور. A ڕووداوی گـــۆیەکە بێـــت کە بە ژمـــارە 9 ڕەنووســـکرابێت. ئـــێمەش ئێســـتا دەبێـــت $P(A|B)$ بدۆزینەوە:

$$prob(A|B) = \frac{prob(A)}{prob(B)} \times prob(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(B) = \frac{10}{15}, \quad P(A) = \frac{2}{15}, P(A \cap B) = \frac{1}{15}$$

$$P(A|B) = \frac{1/15}{10/15} = 1/10$$

کورتەی بیرۆکەکە

تازەکردنەوەی باوەڕ بە بەکارهێنانی بەڵگە.

کارنامە

1763	1937	1950
لێدوانەکەی 'بایس'[1] لەمەڕ ئەگەرەکان بڵاوکرایەوە.	'دی فینیتی'[2] لایەنگریی خۆی بۆ 'ئەگەری خودی' دەربڕی وەک جێگرەوەیەک بۆ 'تیۆری دووپاتی'.	'جیمی ساڤاج و دینیس لیندلی'[3] پێشەنگی جوڵانەوەکانی بایسەنی تازە بوون.

1950s	1992
'بایسەن' وەک چەمک بۆ یەکەمجار بەکارهات.	کۆمەڵەیەکی جیهانی دامەزرا بۆ شیکردنەوەی ئەم تیۆرییە.

[1] *Bayes*
[2] *De Finetti*
[3] *Jimmy savage and Dennis Lindley*

33 کێشەی لەدایکبوونەکە

وابێنە بەرچاوت کە لە ناو پاسێکی دوونهۆمی دانیشتووی و هیچ شتێک نییە خۆتی پێوە خەریک بکەی، بەڵام بۆخۆت بە ئاقڵی سەرنشینەکانی ناو پاسەکە دەژمێری، ئەو سەرنشینانەی کە بەیانییان زوو بۆ کار دەردەچن. وەک ئەوەی کە وێدەچێت هەموو سەرنشینەکان سەربەخۆبن و بۆیەکتر ناسیاو نەبن، لەو ساتە بانگەشەیەک دەکەیت کە بەرواری لەدایکبوونی سەرنشینەکان، بە شێوەیەکی هەرەمەکی بەسەر ساڵەکان دابەشبووە. بەخۆتەوەش تەنیا 23 سەرنشین لە پاسەکەدا هەیە. ئەگەرچی زۆر نییە، بەڵام بەسە و باشترە بۆ ئەوەی بانگەشەی ئەوە بکەی کە دوان لەو سەرنشینانە هەمان بەرواری لە دایکبوونیان هەبێت. توخوا باوەڕ دەکەی؟ بە ملیۆنەها کەس باوەڕ ناکات، بەڵام ئەمە کتومت راستە. تەنانەت پسپۆڕ و شارەزا لە ئەگەر، 'ولیام فیلەر' پێی وایە ئەمە بیرۆکەیەکی تەواو دانسقەیە.

لە ئێستادا پاسی دوو نهۆمی بۆ کارەکەی ئێمە زۆر بچوکە و بە کەڵکی کارەکەمان نایەت، جا بۆیە بابەتی پاسەکە دەگۆڕین بۆ هۆدەیەکی گەورە. پێوستە چەند کەس لە هۆدەکە کۆبکەینەوە تا دڵنیابین کە دوو کەس لەوان هەمان بەرواری لە دایکبوونیان هەبێت؟ ساڵێکی ئاسایی، 365 ڕۆژە (ئەوە پەراوێز دەخەین کە ساڵێکی پڕ-366 بێت) جا ئەگەر 366 کەس لە هۆدەکە کۆبکەینەوە، بەلایەنی کەم دوو کەس لەوان کتومت هەمان ڕۆژی لەدایکبوونیان دەبێت. ئەمەش مانای ئەوەیە کە هەموویان لێکدی جیاوازن.

ئەمەش بریتییە لە ڕێسای هێلانەی کۆتر (کونە کۆتر): ئەگەر $n + 1$ کۆتر و n کونە کۆترمان هەبێت، ئەوە دەبێت لە یەکێک لە کونەکان دوو کۆتری تێخەین. ئەگەر365 کەسمان هەبێت، ناتوانین دڵنیا بین کە دوو کەس بەرواری هاوبەشیان هەیە یان نا، چونکە بەرواری هەریەکێکیان

دەکرێ تەنیا ڕۆژی لە دایکبوونیان جودا بێت لە هەمان ساڵدا. سەرەڕای ئەمەش، ئەگەر 365 کەس بخیتە هۆدەکەوە بە شێوازێکی هەڕەمەکی، زۆر بەدوورە لەوەی بیری لێدەکەینەوە و ئەگەری ئەوەش کە دوو کەس بەرواری لەدایکبوونیان هاوبەش نەبێت، ویدەچێت زۆر کەم بێت. تەنانەت ئەگەر بێت و تەنیا 50 کەس لە هۆدەکە هەبێت، ئەوا شانسی 96.5% هەیە کە دوو کەس بەرواری هاوبەشیان هەبێت.

ئەگەر بێت و ژمارەی کەسەکانی ناو هۆدەکە هێشتا کەمبکرێتەوە، ئەوا ئەگەری بەرواری هاوبەش لە نێوان دوو کەسدا، بەهەمان شێوە کەمدەبێتەوە. ئەوەمان سەرئاوخست کە ئەگەر 23 کەس لە هۆدەکە بێت، ئەگەرەکە لە 1/2 زیدەتر دەبێت و بۆ 22 کەس کەمتر لە 1/2 دەبێت. ژمارە 23 ئالێرە دەبێتە "خاڵی شلوق". ئەمەش لە کاتێکدا کە وەلامدانەوەی ئەم پرسیارە دێرینە "کێشەی لەدایکبوونەکە" سەرسامکەرە و لەوە ناچێت شتێکی بێمانا بێت.

ئەتوانین ئەمە بسەلەمێنین؟

چۆن دەتوانین بڕوابکەین؟ با کەسێک هەڵبژێرین بە هەڕەمەکی. ئەگەری ئەوەی کە کەسێکی دیکە هەمان بەرواری لە دایکبوونی ئەو کەسەی هەبێت، بریتییە لە 1/365 و ئەگەری ئەوەش کە دوو کەس هەمان بەرواریان نەبێت، دەکاتە یەک کەمی 1/365 کە دەکاتە 364/365. ئەمجارە ئەگەر کەسێکی دیکە هەڵبژێرین و ئەگەر ئەوەی ئەو کەسە هەمان بەرواری یەکێک لەو دوو کەسەی هەبێت، دەکاتە 2/365، ئەگەری ئەوەش کە بەرواریان جیا بێت لەگەڵ ئەو دوو کەسە، دەکاتە یەک کەمی 2/365 کە ئەمەش دەکاتەوە 363/365. ئەگەری هیچ یەکێک لەو دوو هاوبەشییە، بریتییە لە لێکدانی ئەو دوو ئەگەرە:

$$\frac{364}{365} * \frac{363}{365} = 0.9918$$

بە بەردەوام بوون لەسەر ئەم ڕەوتە بۆ ... ,3, 4, 5 کەس، ڕووندەبێتەوە کە ئەمە پارادۆکسی پرسی لەدایکبوونەکەیە. کاتێ دەگەینە

23 کەس، ئەوا بەهۆی ئامێری بژمێرەی گیرفانی، ئەو وەڵامەی دەستمان دەکەوێت، بریتییە لە 0.4927 وەک ئەگەری ئەوەی کە هیچ یەکێک لەوان بەرواری هاوبەشیان نەبێت. پێچەوانەی "هیچ یەکێک لەوان بەرواری هاوبەشیان نییە" بریتییە لە "بەلایەنی کەم دوو کەس هەمان بەرواریان هەیە" و ئەگەری ئەمەش دەکاتە $1 - 0.4927 = 0.5073$، ئەمەش گەورەترە لە $1/2$.

ئەگەر $n = 22$، ئەگەری ئەوەی دوو کەس هەمان بەرواریان هەبێت، دەکاتە 0.4757، کە ئەمەش کەمترە لە $1/2$. دەرکەوتنی و وێچوونی سروشتی پرادۆکسانەی پرسی لە دایکبوونەکە، بە زمان بەستراوەتەوە. ئەم پرسە دەستەواژەیەک دروست دەکات لە نێوان دوو کەسدا کە بەرواری هاوبەشیان هەیە، بەڵام پێمان ناڵێت کە ئەو دوو کەسە کێن؛ کامانەن. ئێمە نازانین کە ئاخو ئەو گونجانە لە کوێیە بۆ بەیەکتر گەیاندنیان. ئەگەر کاک قەیتەران بەروارەکەی 8ی خەرمانان بێت و لە هۆدەکە بێت، پرسیارێکی جیاوازتر لەوەیە بپرسرێت.

چەند بەروار لەگەڵ بەروارەکەی کاک قەیتەران هاوجووتە؟

بۆ ئەم پرسیارە، هەژمارکردنەکە جیاوازە. ئەگەری ئەوەی کاک قەیتەران بەروارەکەی وەک بەرواری کەسێکی دیکە نەبێت، دەکاتە $364/365$، جا بۆیە ئەگەری ئەوەی کە بەروارەکەی هاوجووت نەبێت لەگەڵ هەریەکێکی دیکە لە $n - 1$ کەس لە هۆدەکە، دەکاتە $\left(\frac{364}{365}\right)^{n-1}$. لەدوایدا، ئەگەری ئەوەی کە کاک قەیتەران هەمان بەرواری یەکێک لەو کەسانەی هەبێت، دەکاتە 1 کەم ئەو بەهایەی سەرەوە: $1 - \left(\frac{364}{365}\right)^{n-1}$.

ئەگەر ئەو ئەنجامەی کۆتایی بۆ $n = 23$ دەربێنین، ئەگەرەکە تەنیا دەکاتە 0.061151 ئەمەش واتا تەنیا شانس بریتییە لە 6% کە یەکێکی

دیـــکە هەمـــان بەرواری هەبێـــت لە 8ی خەرمانـــان، کە بەرواری کـــاک قەیـــتەرانە. ئەگەر بەهـــای n زیـــاد بکەیـــن، ئەگەرەکەش بەرز دەبێـــتەوە. بەڵام پێوســـتە بـــۆ بەرز بـــڕۆین وەک $n = 253$ (کـــاک قەیتەرانـــیش لەناویانـــدایە) بـــۆ ئەوەی ئەگەرەکە گەورەتـــر بێـــت لە ½. بـــۆ $n = 254$، ئەوا بەهـــای 0.5005 دەبەخشـــێت. ئەم ژمـــارەیە خـــاڵی وچرخـــانە، چـــونکە ئەگەر $n = 253$، ئەوا بەهـــاکەی دەکـــاتە 0.4991 کە ئەمەش کەمتـــرە لە $1/2$. بـــۆیە پێوســـتە کە 254 کەس لە هـــۆدەکە بکەیـــن تـــا شانســـی هـــاوجووت بـــوونی بەرواری کـــاک قەیـــتەران و یەکێـــک لە کەســـەکانی نـــاو هـــۆدەکە گەورەتـــر بێـــت لە $1/2$. ئەگەرچـــی ئەمە پتـــر چـــاودێری و وردبـــوونەوەیی ژیریمـــانە زیـــاتر لەگەڵ شـــیکارێکی دڵـــداخورپێن بـــۆ "کێشـــەی دیرینـــی لەدایکبوونەکە".

کێشەی لەدایکبوونەکانی دیکە:

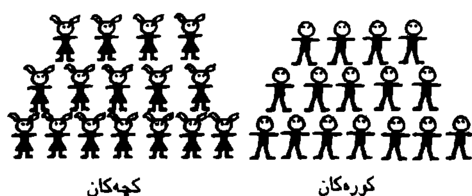
پرســـی لەدایکبـــوونەکە بـــۆ زۆر جـــۆر و شـــێوازی دیـــکە گشـــتێندرا. یەکێـــک لەو شـــێوازانە، ســـەرنجدان بـــوو لەســـەر ئەوەی کە ئەمجـــارە ســـێ کەس هەمـــان بەرواری لەدایکبوونیـــان هەبێـــت. لەم بـــارەش، پێوســـتە 88کەس لە هـــۆدەک کـــۆبکرێتەوە کە ژمـــارەیەکی داواکـــراوە لە پێشـــدا، بـــۆ ئەوەی دەرفەتـــی یەکســـانی لە نێـــوان شانســـی هەبـــوون و نەبـــوون لە نێـــو خەڵـــکەکە دروســـت بێـــت؛ تـــاکو ئەگەری ئەوەی ســـێ کەس هەمـــان بەرواریـــان هەبێـــت و ئەســـتەم نەبێـــت. بەهەمـــان زارشـــت، بـــۆ چـــوار کەس، دەبێـــت خەڵکێکـــی زیـــاتر لە هـــۆدەکە کـــۆبکەینەوە، بـــۆ پێـــنج و شـــەش،... بەهەمـــان شـــێوە. بە کـــۆکردنەوەی 100 کەس لە هـــۆدەکە، وەک نمـــونە، دەرفەتـــی شانســـی یەکسانی باشترێکە کە نۆ کەس لەو سەد کەسە هەمان بەرواریان هەبێت.

یەکێکـــی تـــر لە شـــێوازەکان، دەربـــارەی نـــزیکییە لەو بەروارەی کە مەبەســـتە. لەم پرســـەدا، بە ســـەرنج خســـتنە ســـەر ڕۆژەکـــان کە دووبـــارە بێـــتەوە لە نێـــو خەڵـــکەکە، هـــاوجووتی دروســـت دەکەن ئەگەر دوو یـــان چەنـــد کەســـێک هەمـــان ڕۆژی لە دایکبوونیـــان هەبێـــت. ئەمەش ئەوە دەردەخـــات کە

تەنیا بە هەبوونی 14 کەس لە هۆدەکەدا، دەرفەتی شانسی یەکسانی باشترێکە لە دوو کەس لە هۆدەکە کە هەمان ڕۆژی لەدایکبوونیان هەبێت.

هەمەجۆری ئەم پرسی لەدایکبوونە و ئاڵۆزییەکەی لە هەندێ باردا، وادەکات کەرەستەی زیاتری بیرکارییانە بخوازێ. یەکێک لەم شێوازانە لە هەمبەر ئەم پرسە، بریتییە لە پرسیی لەدایکبوون بۆ کچ و کوڕەکان: ئەگەر لە پۆلێکدا نیوەی ژمارەی قوتابییەکان و کوڕ بێت و نیوەکەی تر کچ بێت، ئەوە کەمترین دەرفەتی شانسی یەکسانی چەندە بۆ ئەوەی کوڕ و کچێک هەمان بەرواری لەدایکبوونیان هەبێت؟

وەڵامەکە ئەوەیە کە پێویستە 32 قوتابی لە پۆلێکدا بێت، 16ی کوڕ و 16ی کچ بێت، کەمترین ژمارەی قوتابییە بۆ ئەم پرسە. ئەمەش دەکرێت هەر بە 'کێشەی دێرینی لەدایکبوونەکە' بەراورد بکرێت لەو بارەی کە 32 کەسمان هەبێت.



بە دەست تێوەردانێکی کەمی پرسیارەکە، دەتوانین پرسیارێکی تر بێنینە ئاراوە، بەڵام وەڵامدانەوەیان ئاسان نابێت. ئێستا وادانێ فرۆشگایەکی جل و بەرگ زۆر کەیفی بە زانینی بەروار و شت دێ، سا داشکانی کردیە بۆ ئەو جمکانەی یان ئەوە سێیانەی (سێ منداڵ لە یەککاتدا لەدایکبووبن) کە پێکەوە دێن بۆ کڕینی جل و بەرگ. کاتێک خەڵکی بۆ فرۆشگاکە دێن، ئەوانیش پرسیار لەمەڕ بەرواری لەدایکبوونیان دەکەن. پرسیارە بیرکارییەکە ئەوەیە: پێت وایە چەند کەس دێت بۆ فرۆشتگاکە پێش ئەوەی دوو کڕیاری یەکلەدوای‌یەک بێت کە هەمان بەرواریان هەبێت؟ پرسیارێکی دیکە: چەند کەس سەردانی فرۆشتگاکە دەکات پێش ئەوەی کەسێک بەدەرکەوێت کە هەمان بەرواری کاک قەیتەرانی هەبێت (8ی خەرمانان)؟

لێکدانەوەی لە دایکبوونەکە، ئەو گریمانەیە دروست دەکات کە بەروارەکانی لەدایکبوون، بە یەکسانی دابەشبووە و هەر بەروارێک شانسی یەکسانی هەیە لەگەڵ بەرواری کەسێکی دیکە ئەگەر بە هەڕەمەکیش نیشانبکرێت. بەڵام تاقیکردنەوەکان ئەوە نیشان دەدات کە ئەمە کتومت ڕاست نییە (زۆرێکیان لە مانگەکانی هاوین لە دایکبوونە) بەڵام ئەمە بای ئەوەندە نزیکە تا شیکارەکە شیاو و گونجاو بێت.

پرسی لە دایکبوونەکان، نموونەگەلێکن لە "پرسە پڕەوەبوونەکان"، بۆیە تێیدا بیرکاریزانەکان بیر لە دانانی تۆپ دەکەنەوە لە ناو خانەکاندا. لە کێشەی لەدایکبوونەکە، ژمارەی خانەکان بریتییە لە 365 و دانانی تۆپەکانی بە هەڕەمەکی لە خانەکاندا، کەسەکانن. کێشەکە دەکرێت سادەتربکرێتەوە بۆ وەبەرهێنانی ئەگەری ئەوەی کە دوو تۆپ بکەوێتە هەمان خانە، چەندێکە. لە جیاتی بابەتی کچ و کوڕەکانیشن، تۆپەکان دەبێتە دوو ڕەنگ.

ئەوە تەنیا بیرکاریزانەکان نین کە کەیف و ئارەزوویان لەم کێشەی لەدایکبوونە دێت. "ساتیندرا نات بۆس" ئەو کەسەی کە بە تیۆری ڕووناکی ئاینشتاین سەرسام بوو کە لەسەر بنچینەی فۆتۆنەکان ڕۆنرابوو. ساتیندرا هەنگاوێکی دلێرانەی نا و لە چوارچێوەی ئەو توێژینەوە باوانە یاخو لاساییانە دەرچوو و هەنگاوە فیزیکییەکانی بە "پرسی پڕەوەبوون"سەرنجدا. بۆ ئەو، خانەکان، ڕۆژەکانی ساڵ نین وەک لە کێشەی لەدایکبوونەکە، بەڵکو ئاستی وزەی فۆتۆنەکانن. لە بڕی ئەوەی خەڵک بخرێتە خانەکان وەک لە کێشەی لەدایکبوونەکە، ئەو ژمارەی فۆتۆنەکانی بەسەریاندا دابەشکرد. پرسی پڕەوەبووەکان گەلێک بەکارهێنانی لە زانستەکانی دیکەدا هەیە. لە زیندەزانیدا، بۆ نموونە، بڵاوبوونەوەی پەتا کە دەتواندرێت بە مۆدێل وەک پرسێک یان کێشەیەکی پڕەوەبوون- خانەکان لەم بارەدا ناوچە جوگرافییەکانن، تۆپەکانیش نەخۆشییەکانن و کێشەکەش بریتییە لە دەرخستن و دۆزینەوەی ئەوەی کەچۆن نەخۆشییەکە لە ناوچەکان پەنگ دەداتەوە.

ئەم جیهانەی ئێمە، پڕە لە ڕووداوی بەڕێکەوت کە زۆر سەیر و سەرنج ڕاکێشن، بەڵام ئەوە تەنیا بیرکارییە کە ڕێگایەکمان پێدەدات بۆ لێکدانەوەی ئەگەری ئەو ڕووداوە سەیر و سەرنجڕاکێشانە کە ئێمە پێیان دەڵێین بەڕێکەوت.[1] پرسی دیرینی لەدایکبوونەکە، تەنیا مشتێکە لەخەروارێک لەم گرینگییەی کە هەیەتی و، دەستپێکێکی نایابە بەرەو بیرکاری فەربوودە[2] و یەکبێژی لەگەڵ بەکارهێنانی زۆر گرینگ.

کورتەی بیرۆکەکە

لێکدانەوەی شتە ڕێکەوتەکان

کارنامە

1654	1657	1718
"پاسکال" بنچینەی تیۆری ئەگەری دانا.	"کریتسیان هویگینس"[3] یەکەم توێژینەوەی لەسەر ئەگەر بڵاوکردەوە.	"ئەبراهەم دی موفەر" باوەڕگەی شانسی بڵاوکردەوە، بەدوایدا لەگەڵ بەرفراوانکردنی لە 1738 و 1736.
1920s	**1939**	
"بۆس"[4] سەرنجی خستە سەر تیۆری ڕووناکی ئاینشتاین وەک پرسی پڕەوەبوون.	ڕیچارتد ڤۆن میزیس[5] کێشەی لە دایکبوونەکەی خستە ڕوو.	

[1] من لەگەڵ ئەو بۆچوونە " ئەم جیهانەی ئێمە، پڕە لە ڕووداوی بەڕێکەوت.." نیم.

[2] فەربوودە: جدی، بێگاڵتەوگەپ، گران.

[3] *Christiaan Huygens*

[4] *Bose*

[5] *Richard von Mises*

34 دابەشبوونەکان

'لادیسلاوس جی بۆرتکیویز' بەهۆی خشتەی ژمارەی مردووەکانەوە، سەرسام بوو. ئەم باسە بۆ ئەو باسێکی وشک و ناخۆش نەبوو، ئەوان لە بواری لێکۆڵینەوە و پرسیارکردنی زانستی، نمایشکارێکی مەزن بوون. ئەو بە شێوەیەکی زیرەکانە ژمارەی ئەو سوارەسەربازانەی ژمارد کە لە سوپای پروسدا کوژراون بەهۆی تێهەڵدانیان لەلایەن ئەسپەکانییانەوە. دواتر 'فرانک بینیفۆرد' کە ئەندازیارێکی بواری کارەبا بوو، ڕەنووسی یەکەمی ژمارەکانی ژمارد لە چەند جۆرێکی جیاوازیی خشتەی ژمارەیی، بۆ ئەوەی ببینێت کە چەند ژمارە لە ژمارە یەک هەیە، دواتر دوو، تا کۆتایی بەم شێوەیە. هەروەها 'جۆرج کینگسیلی زیپف'، ئەو کەسەی کە زمانی ئەڵمانی لە هارڤارد خوێندووە، زۆر بە زانستی زمان سەرسام بووە و، بەسەرنجدانی لە پارچە نووسینەکان، دووبارەبوونەوەی وشەکانی شیکردۆتەوە و بە شێوەیەکی بیرکارییانە لێیان دواوە.

لە هەموو ئەم نموونانەدا، پێوانەکردنی ئەگەری ڕووداوەکان بەشدارە، بەواتایەکی دیکە، ئەگەر لەوانیشدا بوونی هەیە. ئەو ئەگەرە چەندە کە x ئەسپسوار لە ساڵێکدا بەهۆی جفتەوەشاندنی[1] ئەسپەکانەوە بشێلدرێن؟ نووسینی ئەگەرەکان لە خشتەیەکدا بۆ هەر بەهایەکی x پێی دەوترێ 'دابەشبوونی ئەگەرەکان'، یان بە کورتی پێی دەوترێ 'دابەشبوونی ئەگەر'. ئەم دابەشبوونە ئەگەرییە، دابەشبوونێکی پچڕاوە، چونکە x تەنیا ئەو بەهایانە وەردەگرێت کە دابڕاون- لە نێوان بەهاکانی x کەلێن و بۆشایی ژمارەیی نییە. دەکرێت 3 یان 4 ئەسپسواری شێلدراوت لە سەربازگەکەدا هەبێت، بەڵام ناکرێت بوترێ 3 1/2 شێلدراومان هەیە. مەبەست لەوەی کە دابەشبوونێکی پچڕاوە، واتە ژمارە تەواوەکان دەخوازێت. لە نێوان 3 و4 ژمارەی تر هەن، بەڵام باسەکەی ئێمە لەگەڵ

---

[1] جفتەوەشاندن: جووتە وەشاندن؛ جووتە؛ لۆشکە یان لوشکە؛ لەقەی وڵاغ.

ژمارەکـــانی ئەو نێـــوانە، دابـــڕاوە. هەروەک دەبینـــین، لە "دابەشـــبوونی بینیفـۆرد"، تەنیـا سـەروکەیفمان بە دەرکەوتنـی ژمارەکـانی ... ,1, 2, 3 دێـت، بــۆ "دابەشــبوونی زیپـــف" ڕەنــگە ئەوە ببینـــی کە وشـــەی "it" لە پـــلەی هەشـتەمی وشــە زۆر دووبارەبووەوەکـان بێـت، بەڵام ناکرێـت بڵێـین کە ئەو وشـــەیە، لە پـلەی 8.23 دایە. واتە لەم ئەگەرە، بـابەتی لێکـۆڵینەوەکە، ژمـارە تەواوەکان دەخوازێ.

ژیان و مردن لە سوپای پروسدا:

بۆرتکیـــویز لە 10 لەشـــکردا، لە مـــاوەی 20 خـــولی ســـاڵێکدا زانیـــاری لە ســەر ژمــارەی مردوەکــان تۆمــارکرد. ئەو کــارەی ئەو کــردی، خشــتەیەک لە زانیـــاری 200 لەشـــکری لە ســـاڵێکدا پێـدا.[1] ســـەیری ژمـــارەی مردووەکـــانی کــرد (ئەمە ئەو شـــتە بـــوو کە بیرکاریزانەکـــان بە گـــۆڕاو نـــاوی دێـــنن) و ژمـارەی لەشـکرەکانیش؛ کـاتێ ئەو ژمـارەی مردنـانەی لـێ تۆمـارکراون. بـۆ نمـــونە، لەو 200 لەشـــکرە، 109 لەشـــکر هەبـــوو کە هـــیچ مردنێکێـــی تێـــدا تۆمـــارنەکراوە، لەکاتێکـــدا لە لەشـــکرێک، 4 مـــردن لەو ســـاڵەدا هەبـــووە. لە ســـەربازگەکەدا، لەشـــکری c (نـــاوی بنێـــین) لە یەک ســـاڵدا، 4 مردنیـــان لـــێ تۆمارکراوە.

باشـــە ژمـــارەی ئەو مردنانـــانە چـــۆن دابەشـــبوونە؟ کـــۆکردنەوەی ئەم زانیارییـــانە، تەنیـــا لە یەک ڕوو؛ کـــاری ئامارزانەکـــانە، چەنـــدین دیـــو و ڕووی دیـــکە هەیە دەبێـــت بـــیکەن- ئەویـــش دەرئەنجـــامی ئەو زانیـــاری کـــۆکردنەوەیە و ڕێکخستنەکانییەتی. بۆرتکیویز بەم خشتەزانیارییەی خوارەوە گەشیت:

ژمارەی مردنەکان	0	1	2	3	4
دووبارەبوونەوە	109	65	22	3	1

[1] 10 لەشــکرمان هەیە، هەر لەشــکرێک لە ســاڵێکدا 20 خــولی (نــازانین چەنــد ڕۆژە مەوداکەی) هەیە. کەواتە بۆرتکیـــویز لەســـەر هەر لەشـــکرێ، 20 خشـــتە زانیـــاری کۆدەکـاتەوە کە هەر خشـتەیەک بـۆ خولێـک، بـۆ 10 لەشـکر کە هەر لەشـکرێک 20 خول دەبینێت، دەکاتە خشتەی 200 لەشکر لە ساڵێکدا.

$$e^{-\lambda}\lambda^{x}/x!$$

ڕێسای پۆیسن

سوپاسگوزارین کە ژمارەی مردن بەهۆی جفەوەشاندنی ئەسپەوە، ڕووداوێکی دەگمەنە. گونجاوترین هونەری بیردۆزی بۆ زانینی ئەوەی کە چەند جار ڕووداوی وادەگمەن ڕوودەدات، بەهۆی بەکارهێنانی شتێکە کە پێی دەوترێ 'دابەشبوونی پواسۆن'. لەگەڵ ئەم هونەرە، بۆرتکیویز توانیبووی پێشبینی ئەنجامەکەی بکات بەبێ ئەوەی سەربازگەکە بکات؟ ئەگەری ئەو ژمارەی مردنە (ئێمەی بەو ژمارەیە دەڵێین X) بەهاکەی دەکاتە x بەهۆی یاسای پواسۆن، کاتێک e بریتییە لە نەگۆڕێکی مەزن و تایبەتی بیرکاری کە پەیوەندی بە گەشەسەندنەوە هەیە، وە نیشانەی سەیرەک (!) کە مەبەست لێی لێکدراوی ژمارەیە[1]. پیتی گریکی λ (لامدا) بریتییە لە ناوەندی مردووەکان. ئێستا پێویستە کە ئەو ناوەندە ژمارەیە بدۆزینەوە، بۆیە:

$$\frac{0*109+1*65+2*22+3*3+4*1}{200}=\frac{122}{200}=0.61$$

کەواتە ناوەندە ژمارەی مردنەکان دەکاتە 0.61.

ئەم ئەگەرە بیردۆزییانە (ئێمەی پێی دەڵێین p) دەکرێت بدۆزرێنەوە بەهۆی دانانەوەی بەهاکانی $r = 1,2,3,\&\ 4$ لە یاسای پواسۆن. ئەنجامەکان ئەمانە دەبێت:

ژمارە مردوان	0	1	2	3	4
ئەگەرەکان، p	0.543	0.331	0.101	0.020	0.003
پێشبینی ژمارەی مردنەکان، $200 \times p$	108.6	66.2	20.2	4.0	0.6

[1] لێکدراوی ژمارە: لێکدروای ژمارەیەکی تەواوی ئەرێنی n دەکاتە لێکدانی ژمارەکە n لەگەڵ هەموو ژمارە تەواوەکانی نێوان خۆی و 1. بۆ نمونە:
$3! = 3 * 2 * 1 = 6$ یان $5! = 5 * 4 * 3 * 2 * 1 = 120$.

وەک ئەوەی دەیبینـین کە بیـردۆزی دابەشـبوون، تەواو بـاش و گونجـاوە بۆ خشتە زانیارییەکی ئەزموونی کە لەلایەن بۆرتگیویز کۆکرابۆوە.

یەکەمین ژمارەکان:

ئەگەر بێت و کۆتـا ژمـارەی؛ ژمـارە مۆبایلەکـانی نـاو خشـتەیەک بپشـکنین، راسـتەوخۆ وای بـۆ دەچـین کە ژمارەکـانی 9 ,... ,0,1,2 بە یەکسـانی و بەرێکـی دابەشـبوونە. بـۆ نمـونە وای بـۆ دەچـین کە ژمـارەی ئەو ژمـارانەی بە 5 کۆتاییـان دێـت هەر هێنـدەی ژمـارەی ئەو ژمـارە مۆبـایلانەیە بـۆ نمـونە کە بە 3 کۆتاییان دێ.

وادەردەکەون کە هەرەمەکـی بـن و هەر ژمـارەیەکیش شانسـی یەکسـانی هەبێـت بـۆ دەرکەوتـن. لە سـالّی 1938دا، ئەنـدازیاری کارەبـا "فرانـک بینیفـۆرد" ئەوەی دۆزیـیەوە کە ئەمە ڕاسـت نیـیە بـۆ ڕەنووسـی یەکەمـی هەنـدێ کـۆمەڵە. لە ڕاسـتیدا، بینیفـۆرد دووبـارە شۆرشـی بەسـەر دۆزینـەوەکەی ئەسـتێرەناس "سـیمون نیوکۆمـب" کـرد، کە ئەو یەکەمـین کەس بوو سەرنجی ئەو ڕێسایەی دابوو لە سالّی 1881دا.

دونـێکە، تـاقیکردنەوەیەکی بچـوکم ئەنجامـدا. سـەیری ئـالّوگۆڕی پـارەم کـرد لە نێـو ڕۆژنـامە نیشـتیمانییەکان کە جـۆری دراوەکـان چـۆن بەرامـبەر بەیەکتـر دەگـۆڕێن. بەم شـێوەیە بـوو: بـۆ کڕینـی 1 ئیسـتەرلین، 2.119$ پێوسـتە. بەهەمـان شـێوە، 1.59 یـۆرۆت پێوسـتە بـۆ کڕینـی 1 ئیسـتەرلین، هەروەهـا 15.390 دۆلاری هۆنگکۆنگـت پێوسـتە بـۆ کڕینـی 1 ئیسـتەرلین. بە پێـداچوونەوەی ئەم زانیارییـانەی کە لە خشـتەکەدا هەیە و تۆمـارکردنی ژمارەکـان بەهـۆی یەکەم ڕەنووسـییانەوە، ئەو خشـتەی خوارەوەمـان دەست دەکەوێت:

یەکەم ڕەنووس	1	2	3	4	5	6	7	8	9	سەرجەم
دەرکەوتنەکان ژمارەی	18	10	3	1	3	5	7	2	1	50
ڕێژە %	36	20	6	2	6	10	14	4	2	100

ئەم ئەنجامـانە لایەنگیـری یاسـایی بینیفـۆرد دەکـات، کە دەڵێـت: بـۆ هەنـدێ پـــۆل لە خشـــتەیەکدا، دەرکەوتنـــی ژمـــارە 1 لە دەوروبەری 30% دایە (30% خشـتەکە پێکـدێنێت). بـۆ ژمـارە 2، بەرێـژەی 18% و بەم شـێوەیە. بە دڵنیـایی ئەمەش دابەشـبوونێکی یەکسـان و رێـک نیـیە کە لە کۆتـا رەنووسی ژمارەکانی مۆبایلیش ڕوودەدات.

ئەو شـتەی کە ڕوون نیـیە، ئـاخۆ بـۆچی بەشـێکی زۆر لە خشـتە زانیـارییە ژمارەییەکـان دەچـنە ژێـر چەتـری یاسـاکەی بینیفـۆردەوە؟! لە سـەدەی نـۆزدەهەم کـاتێ 'سـایمۆن نیوکۆمـب' سـەرنجی ئەو شـتەی دا لە بەکارهێنـانی خشـتەیەکی بیرکارییـانە، زۆر بە سـەختی تـوانی پێشـبینی بکـات کە ئەمە شتێکی زۆر بەربڵاوە.

ئەو نمونـانەی کە یاسـاکەی بینیفـۆرد تێیـدا دەتوانـدرێت تێبینـی بکرێـت، ژمـارەی گۆڵەکـان لە یاریـدا، بـازاری دراو، ژمـارەی خانووەکـان، ژمـارەی خەڵکـی وڵاتـان و درێـژی ڕووبارەکـان. یەکەی پێـوان لێـرەدا گرینگیـی نیـیە- گرینـگ نیـیە کە ئەگەر درێـژی ڕووبارەکـان بە مەتـر یـان بە میـل بپێورێـت. یاسـاکەی بینیفـۆرد بەکارهێنـانی کردەیـی هەیە. یەکێـک لەو بەکارهێنـانەی کە زانـراوە، ئەوەیە کە زانیـارییە ژمێرپارییەکـان شـوێن ئەو یاسـایە دەکەوێـت، بەهـۆیەوە جیـاکردنەوەی زانیـاری هەڵە و دەرخسـتنی فێـڵ و ساختەچییەتی، ئاسانتر دەبێت.

وشەکان:

یەکـێ لەو شـتانەی کە 'جـۆرج کینگسـیلی زیپـف' زۆر حەزی پێکـردبیە، ڕاهێنـان و تـوێژینەوەی نائاسـایی بـووە لەسـەر ژمـاردنی وشـەکان. ئەوەی لەم کارەشـی وەدەرکەوت، ڕیزبەنـدی ئەو وشـانە بـوو کە زۆرتـرین جـار لە زمـانی ئینگلیـزی دووبـارە دەبـنەوە، کە لەم خشـتە خـوارەوە وشـە بچـوک و زۆر باوەکان پیشاندراوە:

پلە	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
وشە	*the*	*of*	*and*	*to*	*a*	*in*	*that*	*it*	*is*	*was*

ئەم دۆزیـــنەوەیەش بە وەرگرتنـــی چەنـــدین نووســـراوی قەبـــارە گەورە بەدەســـتهاتووە کە تێیـــدا تەنیـــا ژمـــارەی وشـــەکان ژمێـــردراون و پلەبەنـدکراون. بـاوترین وشـــە، پـلەی یەکەمـــی هەیە، دوای ئەو پـلەی دووەم و بەم شـێوەیە. هەرچەنـدە لەوانەیە جیـاوازییەکی کەم هەبێـت ئەگەر بێـت و چەنـــدیتی نووســـراوەکە ســنووردار بێـت، بەڵام جیـاوازییەکە زۆر کەمە و جێگای سەرنج نییە.

ئەمە هـــیچ جێگـــای سەرســـوڕمان نیـیە کە 'the' بـــاوترین وشـــەیە و، لەدوای ئەوەوە 'of' دووهەمیـــنە. ئەم خشـــتەی وشـــانە، بەردەوامە، بـــۆ نمـونە ئەگەر بتەوێـت بزانیـت وشـــەی '$among$' لە پـلەی چەنـدەمین دایە، ئەوە دەبینیـــت کە ئەم وشـــەیە پـــلەی 500مینـــی هەیە و '$neck$' پـــلەی 1000مـــین. ئەوەی بـــۆ ئـــێمە گـــرینگە، ســـەرنجدانە تەنیـــا لە بـــاوترین دە وشـــەی یەکەم. ئەگەر بێـت و دەقێکـــی ئینگلیـــزی بە شـــێوەیەکی هەڕەمەکـــی هەڵبژێـری و ژمـارەی بـاوترین وشـەکان بژمێـری، ئەوە دەبینیـت کە کەمتـر یـان زیـاتر هەر هەمـان ئەو وشـانەی خشـتەکەت بـۆ دەردەچێـت. ڕاسـتییە سەرســـوڕهێنەرەکە ئەمەیە کە لەم پلەبەنـــدییە دا، پەیوەنـــدی هەیە لە نێـــوان ژمـــارەی دووبـــارە بووەکـــانی وشـــەیەک لەگەڵ وشـــەکانی دوای خـــۆی. وادیـــارە کە وشـــەی 'the' دوو ئەوەنـــدەی وشـــەی 'of' و ســـێ ئەوەنـــدەی وشـەی 'and' دووبـارە دەبێـتەوە. بـۆ زانینـی ژمـارەی دووبـارە بـوونەوەی وشـــەیەک کە پـــلەکەی r بێـــت، ئەوا بەهـــۆی یاســـایەکی ناســـراوەوە دەتوانـــدرێت بزانـــدرێت. ئەم یاســـایە، یاســـایەکی تاقیکـــارییە و لە لایەن 'زیپـــف' دۆزرایەوە بەهـــۆی ســـەرنجدان و وردبـــوونەوە لە خشـــتەی زانیارییەکـان. یاسـایەکە دەڵێـت: ڕێـژەی دووبـارە بـوونەوەی وشـەیەک کە پلەی r بێت، دەکاتە:

$$\frac{r}{k} \times 100$$

کاتێـک ژمـارەی k تەنیـا بەنـدە لەسـەر ژمـارەی وشـەکان کە نووسـەری دەق بەکـاری هێنـاوە[1]. ئەگەر نووسـەرێک هەمـوو فرمـانی وشـەکان ڕەچاوبکـات لە زمـانی ئینگلیـزی و، میلۆنێـک وشـە بێـت بە نزیکـی، ئەوا بەهـای k نـزیکەی 0.0964 دەبێـت. لە یاسـای زیپفـدا، ژمـارەی هـاتنی وشـەی 'The' بـۆ ئەم دەقە، دەکـاتە نـزیکەی 6.64%ی وشـەکان پێکـدێنێت. بەهەمـان ڕێگـا، وشـەی 'of' نیـو ئەوەنـدەی وشـەی 'the'یە کە بە نزیکـی دەکـاتە 3.47%ی وشـەکان لە دەقەکەدا. وتارێـک کە لە 3000 وشـە پێکهاتبێـت، نـزیکەی 208 جـار وشـەی 'the' و 104 جـار وشـەی 'of' تێـدا دووبارە دەبێتەوە.

بـۆ نووسـراوێک کە لە 20,000 وشـە پێکهاتبێـت، بەهـای k زیـاد دەکـات بـۆ 0.0954، بـۆیە وشـەی 'the' 286 جـار و وشـەی 'of' 143 جـار لە نووسـراوەکەدا هـاتووە بە نزیکەیـی. هەتـا ژمـارەی وشەسـازی کەمتـر بێـت، زیاتر وشەی 'the' دەبینیت.

چاوتێبڕینە تۆپی فالگرتنەوە[2]

ئـاخۆ دابەشـبوونەکانی پواسـۆن، بینفـۆرد یـان زیپـف هەمـوو ئەمـانە ڕێگەمـان دەدەن بـۆ پێشـبینیکردن؟ ئـێمە لەوەیە ئەو توانایەمـان نەبێـت کە پێشـبینی مردنمـان بکەیـن بە دڵنیـایی بەڵام زانینـی ئەوەی کە چـۆن ئەگەرەکـان خۆیـان دابەشـدەکەن زۆر باشـترێکە لە گولەنـان بە تـاریکییەوە.[3] سـەرەڕای ئەم سـێ جـۆری دابەشـبوونە، دابەشـبوونی دیکەشـمان هەیە

[1] نووسـەر هەیە کە خـو بە وشـەیەک دەگرێـت لە نـاو نووسـینەکەیدا زۆر بەکـاری دێنێـت. لەم بـارەدا بەهـای k پشـت بە وشەسـازی نووسـەرەکە دەبەسـتێت لە هەمبەر نووسینەکە.

[2] مەبەسـت ئەو تـۆپە ئەفسـووناوییە کە زۆر جـار لە فلیمەکـان دەیبینـین و کەسـی جادووگەر دەستی بەسەردا دەجوڵێنێت و پێشبینی ڕووداوەکانی پێدەزانێت.

[3] مەبەسـت ئەوەیە کە بەکارهێنـانی ئەگەرەکـان بـۆ زانینـی ئەگەری ڕوودانـی ڕووداوێـک، باشـترە لەوەی کە بەنەزانـی و لە گـۆترە (بەبـێ زانیـاری) پێشـبینی شتەکان بکەیت.

وەک دووڕادەیی، نەریتی دووڕادەیی، ئەندازەیی، زەبەندەئەندازەیی و زۆری دیکەش. ئامارزانەکان بۆ ئامرازی شیکردنەوەی ئەو چالاکییە بەرفراوانەی مرۆڤایەتی، ڕێکخستنی کاریگەریان هەیە.

کورتەی بیرۆکە

ژماردنی "چەند"

کارنامە

1837	1881	1898
'سیمون پواسۆن'[1] دابەشبوونەکەی ناساند و ڕاڤەی کرد و بە ناوی خۆشییەوە نرا.	'نیوکومب'[2] یاسای 'بینفۆردی دۆزییەوە'.	' بۆرتکیویز'[3] ڕاڤەی ڕێژەی مردنەکانی سوپاسی پورشای کرد.
1938	**1950**	**2003**
'بینفۆرد'[4] بەشێوەیەکی تازە باسی یاسای بینفۆردی لە دابەشبوونی ڕەنووسی یەکەمییەکان کرد.	'زیپف'[5] یاسایەکی ڕۆنا کە پەیوەندی بە دووبارەبوونەوەی وشەکان هەبوو لە نێو دەقەکاندا.	لە باشووری زەریای ئەتڵەسی دابەشبوونی پواسۆن بەکارهات لە ڕاڤەکردن و شیکردنەوەی سەرمایەی ماسی.

---

[1] *Siméon – Denis Poisson*
[2] *Simon Newcomb*
[3] *Bortkiewicz*
[4] *Benford*
[5] *Zipf*

35 چەماوە ئاساییەکە

چەماوە 'ئاسایی'ەکە ڕۆڵێکی سەرەکی دەگێڕێت لە ئامارزانیدا. تەنانەت دەوترێت؛ هاوتای ڕاستەهێڵە لە بیرکاریدا. بەدڵنیاییی سیفەت و تایبەتمەندی گرینگی بیرکارییانەی هەیە، بەڵام ئەگەر هات و کار لەسەر خشتە زانیارییەکی ڕێکنەخراو بکەین، ئەوە دەگمەنە ببینین کە کارەکەمان کتومت بەگوێرەی چەماوەی ئاسایی بێت.

چەماوەی ئاسایی، بەهۆی یاسایەکی تایبەتی بیرکارییانە وەسفدەکرێت کە لەم یاسایەوە شێوەیەکمان بۆ دروست دەبێت کە وەک شێوەی زەنگۆڵە وایە- چەماوەیەک کە تەنیا یەک ماوەی قۆقزی هەیە. گرینگی و بایەخی ئەم چەماوەیە، هەم لە تیۆریدا و هەم لە سروشتدا جێی خۆی هەیە، بەڵام لە تیۆریدا بەشێوەیەکی زیاتر، بەهۆیەوە بنچینەیەکی بەرفراوانی هەیە. لە ساڵی 1733دا، 'ئەبراهەم دی مۆفیر'، ئەو کەسەی ئینگلتەرای جێهێشت بۆ دەربازبوون لە زۆرداری و چەوساندنەوەی ئاینیی، ئەو چەماوەی لە پەیوەندی لەگەڵ شیکردنەوەکەی لەهەمبەر شانسدا، ناساند. 'لاپلاس' دەرئەنجامەکانی سەبارەت بەو بابەتە بڵاوکردەوە و 'گاوس' لە گەردونناسی بەکاریهێنا کە ئەمەش هەندێجار ئاماژە بە 'یاسای هەڵەی گاوسیی' دەکات.

'ئادۆلف کویتلیت' چەماوەی ئاسایی بەکارهێنا لە تووێژینەوە کۆمەڵناسییەکەی و، لە ساڵی 1835دا بڵاویکردەوە، کە تێیدا پێوانی لادان؛ لە 'کەسایەتی ئاسایی' کرد بەهۆی ئەم چەماوەیە[1].

---

[1] پێوەری لادان لە کەسی ئاسایی، زۆر شت دەگرێتەوە. بۆ نموونە لە پزیشکیدا؛ کەسێکی ئاسایی پێوستە ڕێژەی ڤیتامین D لە خوێنیدا، پتر لە $50\ nmol/l$ بێت، ئەگەر کەسێک کەمتر لەو ڕێژەی هەبێت، ئەوە لەم قەوارەیە، لە کەسی ئاسایی لایداوە.

لە تاقیکردەوەکانی دیکەدا، بەرزی بالای سەربازە فەرەنسییەکانی پێوانەکرد و، دواتر پێوانەکردنی قەبارە و پانی سنگی سەربازە سکۆتلەندییەکان، وای دانابوو کە ئەمانە گشتی شونێکەوتووی چەماوەی ئاسایین. هەر لەم ماوەیەدا، باوەڕێکی بەهێز لە ئارادابوو کە زۆربەی دیاردەکان، 'ئاسایی' بوونە بەهۆی ئەم تێگەیشتنە.

ئاهەنگە تێکەڵاوەکە:

با وادەبنێین کە "جۆرجینا" چوو بۆ ئاهەنگێکی تێکەڵاو و، خانەخوێیەکەی، سبەستیان، پرسیاری ئەوەی لێ کرد ئەگەر ئەو هاتبایە؟[1] ئەوا لە پاشان درکی بەوە دەکرد ئەمە پرسیارێکی زۆر لە جێیە بۆ ئاهەنگە تێکەڵاوەکان- ئەمە بەکاردێت بۆ هەموو کەسێک و وەڵامێکی لێوە دەستگیر دەبێت. ئەمەش شتێکی نارەحەتکار نییە، بەڵکو تێکۆشانێکی لێزانانەیە بۆ هاندان و ڕازیکردنیان ئەگەر گفتوگۆکە سەختودژوار بێت.

ڕۆژی دواتر، سەرەڕای نەخۆشی و بێهێزی بەهۆی مەی خواردنەوەی دوێنێ شەوی، جۆرجینا سەردانی نووسینگەکە دەکات و دەپرسێت ئەگەر هاوپیشەکانی هاتبانایە بۆ کار[2]. لە باوڵی زانیاری هاوپیشەکانی، ئەوەی زانی کە هەندێک لە هاوپیشەکانی هەر نزیک لەو پشتەوە دەژین و هەندێکیش لە دووری 50میل لە شوێنی کارەکەوە دەژین- ڕێکەوتنێکی گرینگی جۆراوجۆریشی بەرچاوکەوتن. ئەو لایەنە باشەکانی ئەو ڕاستییەی قۆستەوە چونکە ئەو بەڕێوبەری سەرچاوە مرۆییەکان بوو لە کۆمپانیاکی زۆر گەورە بۆ ئەوەی سالانە لەسەر تەواوی فەرمانبەرەکانی پرس و ڕا وەربگرێت. 'ئەمرۆ چەندەت ڕێگا بڕیوە تا بێیتە سەر کار؟' ئەو ویستی کە کار لەسەر ئەم زانیارییانە بکات تاکو ناوەندی ئەو دووریانە

---

[1] دیارە هۆکاری نەهاتنی خانەخوێکەی، دووری ڕێگا بووە، بۆیە بابەتی دووری ڕێگا دەبێتە بابەتێک کە جۆرجینا لە مێشکی دەرناچێت.

[2] دیارە ئەم پرسیارەی لە بن هۆشییان کردییە و، بابەتی دووری ڕێگاشی هەر لە بیردا بووە.

بزانێت کە فەرمانبەرەکــان بــۆ هــاتنە ســەرکار دەیگــرنە بەر. کــاتێ جۆرجینــا بە "ئەســـتوونە ڕوونکردنەوەیـــی" ئەنجامەکـــانی کێشـــا، دابەشـــبوونەکە هـــیچ شـــێوەیەکی تـــایبەتی لێـــوە بەدیـــی نەکـــرا، بەلام بەلایەنـــی کەم تـــوانی ناوەنـــدە دوورییەکە هەژماربکات.

ناوەنـــــدەکەش وادەرکەوت کە 20 میــل بێــت. بیرکاریزانەکـــان "ناوەنـــدی کۆمەڵگـــا" بە پیتـــی گریکـــی "میـــو" هێمـــا دەکەن کە بەم شـــــێوەیە μ دەنووســـــرێت، جـا بــۆیە لەم نمــونەی ســەرەوە $\mu = 20$ "پەرتبـــــــــوون" لە کۆمەڵگـــادا بە پیتـــی گریکـــی "ســیگما، هێمـــا دەکرێـــت و بەم شـــــێوەیە دەنووســـــرێت σ، کە



هێڵکارییەکەی جۆرجینا بۆ پیشاندانی دووری فەرمانبەرەکان لە شوێنی کارەکەیان

هەنـدێجاریش پێـی دەوتـرێ "لادانـی پێـوانەیی". ئەگەر لادانـی پێـوانەیی بچـوک بێـت، ئەوا پێــدراوەکان (داتــا) لەیەکتــرەوە نــزیکن و پەرتبــوونێکی کەمیــان هەیە، بەلام ئەگەر لادانـــــی پێـــــوانەیی گەورە بێـــــت، ئەوا پێـــــدراوەکان لەیەکتـــــرەوە دوورن و پەرشوبـــــلاون. بە بـــــازاڕکەری کۆمپانـــــایەکە، ئەو کەســـەی کە ڕاهێنـــانی پێکـــراوە وەک ئامارزانێـــک، پیشـــانیدا کە جۆرجینـــا هەمـان ئەنجـام 20ی بەدەسـتدە گەیشـت بەهـۆی "بژاردەگیـری"[1]. چ پێویسـت نیـیە لە بـارەیەوە پرسـیار لە هەمـوو فەرمانبەرەکـان بکەیـت تـاکو ناوەنـدە دووری بـدۆزیتەوە. ئەو هــونەری خەملانــدنە بەهــۆی بژاردەگیــری، بەنــدە لەسەر "بیردۆزی کەرخی ناوەندی".

چەنـد فەرمانبەرێـک بە هەڕەمەکـی وەرگـرە لە فەرمـانبەرانی کۆمپانیـاکە، چەنـدی زیـاتر بێـت، باشـترێکە، بەلام بـا ئەوەنـدە زۆر نەبێـت کە کـارەکە

---

[1] بژاردەگیـری: لە نـاو هەمـوو بژاردەکـان، وەرگرتنـی تەنیـا چەنـد بـژاردەیەک نەوەک هەمووی.

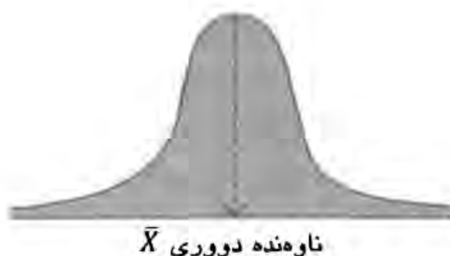
سـەخت بکـات، بـۆیە 30 کەس زۆر گونجـاوە بـۆ ئەم کـارە. لە هەڵبژاردنـی ئەم فەرمـانبەرانە بە هەڕەمەکـی، پێـدەچێت کە کەسـانێکی تێـدا بێـت هەم لە دەوروبەری شـوێنی کـارەکە بـژین، هەم کەسـانێک کە دوور لە بـازنەی شـوێنی کارەکەیـان بـژین. کاتێـک ناوەنـدە دووری بـۆ ئەو بـژاردانە دەدۆزیـنەوە، کـاریگەری دووریـیە زۆرەکـان بەسـەر دووریـیە کەمەکـان، ناوەندە دووری لێوە دەردێت.

بیرکاریزانەکـان بـۆ دەربڕینـی بەهـای ناوەنـدی بـژاردەکە[1]، هێمـای $\bar{X}$ بەکـاردێنن کە بە "بـاڕ X" دەخوێنـدرێتەوە. لە کـارەکەی جۆرجینـا، وێـدەچێت کە $\bar{X}$ نزیـک بێـت لە 20 لە بەهـای ناوەنـدی کۆمەڵگـاکە[2]. هەرچەنـدە بەدڵنیـایەوە گونجـاوە و پێناچێـت کە ناوەنـدی نمـونەیەک زۆر گەورە یـان زۆر بچوک بێت.

---

[1] لە ئامـاردا دوو جـۆرە بەهـای ناوەنـد هەیە. یەکەم: بەهـای ناوەنـدی بـژاردە. کاتێـک چەنـد نمـونەیەک لە کۆمەڵگـا وەردەگرێـت و بەهـای ناوەنـدی بـۆ دەدۆزیـتەوە، ئەوە بە $\bar{X}$ هێمـا دەکرێـت، بەڵام ئەگەر هـاتوو ناوەنـدت بـۆ تەواوی نمونەکـانی نـاو کۆمەڵگـا دۆزیـیەوە، بە μ هێمادەکرێـت. وەک کـارەکەی جۆرجینـا کە زانیـاری لە هەموو فەرمانبەرەکانی ناو کۆمەڵگاکەی وەرگرت.

[2] ڕەنـگە تـۆی خـوێنەر بپرسـیت کە وشـەی "کۆمەڵگـا" لێرە واتـای چـیە. کۆمەڵگـا: ئەو کـۆمەڵەیەیە کە تـۆ سـەبارەت بە شـتێکییانەوە، زانیاریـت لێیـان وەرگرتـووە. لەو نمـونە سـەرەوە، کۆمەڵگاکەمـان بـریتییە لە 30 فەرمـانبەر کە لەبـارەی دووری شـوێنی کارەکەیـان و شـوێنی زینـدەگییان، زانیارییـان لـێ وەرگیـراوە. یـان کاتێـک ئەتەوێـت بەهـۆی ڕاپرسـییەک زانیـاری لەبـارەی دیـاردەیەکەوە کـۆبکەیتەوە، ئەوا سـەرەتا کۆمەڵگـاکەت دیـار دەکەیـت، بۆنمـونە: ئەم ڕاپرسـییە تەنیـا بـۆ چینـی فێرخوازی زانکۆیە، یان تەنیا بۆ ئەوانەی کە فیتەری دەکەن. بەم شێوەیە.



"بیردۆزی کەرتی ناوەندی" هۆکارێکە کە بۆچی "چەماوەی ئاسایی" ئەوەندە بۆ ئامارزانەکان گرینگ و جێگای ئەرزشە. وەها دەردەخات کە ڕاستی دابەشبوونی ناوەندی نموونەیەک $\bar{X}$ نزیکدەبێتەوە لە چەماوەیی ئاسایی؛ لە کاتێکدا دابەشکردنی x هەرچۆنێک بێت. ئەمە واتای چییە؟ چی دەگەیەنێت؟ لە نموونەکەی جۆرجینادا، x دووری شوێنی کار دەنوێنێت و، $\bar{X}$ ناوەندی دوورییەکانە لە بژاردەکەدا. دابەشبوونی x لە ئەستوونە ڕوونکردنەوەییەکەی جۆرجینا، لە هیچ ناچێت وەک لە شێوەی زەنگوڵە یان شێوەیەکی قۆقز، بەڵام دابەشبوونی $\bar{X}$ شێوەکەی لەم دەکات و، بەتەواوی لە ناوەڕاستیدایە کاتێ $\mu = 20$.

لەبەر ئەمەیە کە دەتوانین بەهای ناوەندی بژاردەیەک $\bar{X}$ وەک بەهای ناوەندی کۆمەڵگاکە μ بەکاربهێنین بەڵام بە نزیکەیی. پەرتبوونی بەهای ناوەندی بژاردەکە $\bar{X}$ دەستکەوتێکی زیادکراوە. ئەگەر پەرتبوونی بەهاکانی x لادانی پێوانەیی بێت σ، پەرتبوونی $\bar{X}$ بریتیی دەبێت لە $\sigma/\sqrt{n}$ کاتێک n بریتییە لە قەبارەی بژاردەکە[1] کە هەڵمانبژاردییە. گەورەیی قەبارەی بژاردەکە، وادەکات تەسکی چەماوەکە لە باری ئاسایی بێت-چەماوەی ئاسایی، کە ئەمەش چاکتر دەبێت بۆ خەملاندنی بەهای μ.

چەماوە ئاساییەکانی دیکە:

با تاقیکردنەوەیەکی سادە ئەنجام بدەین. لەم تاقیکردنەوەیەدا چوار جار دینارێک هەڵدەدەین. بۆ هەر هەڵدانێک ئەگەری دەرکەوتنی شێر دەکاتە

[1] قەبارەی بژاردەکە مەبەست ئەوەیە ئەگەر لە تەواوی کۆمپانیاکە 123 کارمەند هەبێت، ئەوا لەو 123یە چەندمان هەڵبژاردییە.

1/2 بـۆ خەتـیش بەهەمـان شـێوە. بـۆ هەڵـدانی ئەم دینـارە بـۆ چـوار جـار، وادادەنـێین کە H بـریتییە لە شـێر و، T بـریتییە لە خەت. ئەنجـامی هەر چـوار هەڵـدانەکە، بەدوای یەکتـر ڕیـزدەکەین. لەبەر ئەوەی دینـارەکە دوو ڕووی هەیە و، چـوار جـار هەڵیـدەدەین، کەواتە $2^4 = 16$ دەرئەنجـام ڕێـی تێـدەچێت بـۆ ئەم چوارجـار هەڵـدانەدا، ئەنجـامەکە یەکێـک دەبێـت لەو 16 دەرئەنجـامە. وادانـێ لە تـاقیکردنەوەکە هەڵـدانی یەکەم خەت و سـێیانەکەی دیـکە شـێر دەرچـوون $THHH$. لە ڕاسـتیدا، ئەمە تەنیـا بـار نیـیە کە سـێ Hی تێـدا بێـت، بەڵکـو سـێ بـاری دیـکەش هەیە کە سـێ شـێری تێـدایە $(HHHT, HTHH, HHTH)$ بـۆیە ئەگەری ئەوەی کە لەم چـوار هەڵـدانە، سێ جار شێر دەربچێت، دەکاتە $\frac{4}{16} = 0.25$.

لەگەڵ ژمـارەیەکی کەم لە هەڵـدان، ئەگەرەکـان بە ئاسـانی هەژمـاردەکرێن و دەخـرێنە خشـتەوە، ئەوەش هەژمـاردەکەین کە ئـاخۆ ئەگەرەکـان چـۆن چـۆنی دابەشـبوونە. ئێسـتاکە دەتوانـدرێت ژمـارەی گونجێنەکـان بـدۆزرێتەوە بەهۆی سێگۆشەی پاسکالەوە:

ژمارەی شێرەکان	0	1	2	3	4
ژمارەی گونجێنەکان	1	4	6	4	1
ئەگەر	0.0625	0.25	0.375	0.25	0.0625
	$\left(=\frac{1}{16}\right)$	$\left(=\frac{4}{16}\right)$	$\left(=\frac{6}{16}\right)$	$\left(=\frac{4}{16}\right)$	$\left(=\frac{1}{16}\right)$

ئەمە پێـی دەوتـرێ 'دابەشـبوونی دووڕادەداری ئەگەرەکـان'، ئەوکاتـانە دێـتە گـۆڕێ کە دوو ئەنجامـمان هەبێـت (لێـرە نمـونەکە تەنیـا دوو ئەنجـام لە خۆدەگرێـت شـێر یـان خەت). ئەم ئەگەرانە لەوانەیە بەهـۆی هێڵکـاری-وێـنەی ڕوونکردنەوەیـی پیشـانبدرێت کە هەم بەرزی و هەم ڕووبەر ڕاڤە دەکەن.

هەڵـدانی دینارێـک بـۆ چـوار جـار، سـنوردارە و تـا ڕادەیەک شـتەکان لە بـارەیەوە سـانا و سـاکار دەردەکەوێـت. باشـە چـی ڕوودەدات ئەگەر

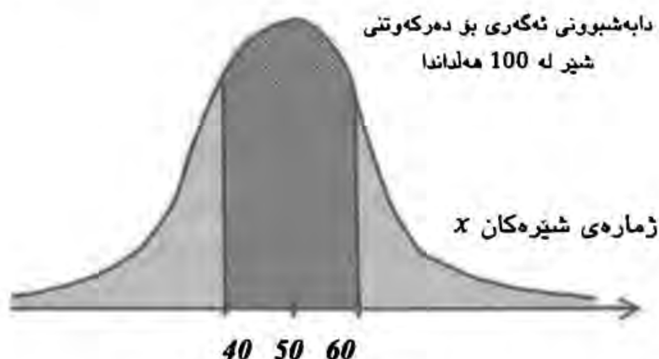
دینارێــک 100 جـــار هەڵبـــدرێت؟ دابەشـــبوونی دووڕادەداری ئەگەرەکـــان دەتوانــدرێت بــۆ بەم ئەم بــارەش بەکاربهێنــدرێت، بەڵام ئەمە سوودبەخشــانە دەتوانــدرێت نزیکبکــرێتەوە بەهــۆی چەمــاوەی ئاســایی[1]- شــێوە چەمــاوەیەک لەگەڵ ناوەنــدی $\mu = 50$ (وەک پێشــبینی دەکەیــن 50 شــێر دەرکەوێــت لە 100 هەڵدانــدا) و پەرتبــوویی (لادانــی پێــوانەیی) لە $\sigma = 5$. ئەمە ئەوەیە کە "دی موفەر" لە سەدەی شازدەهەم دۆزییەوە.



بــۆ بەهــای گەورەی n، گــۆڕاوی x کە ژمــارەی ئەو ســەرکەوتنانە تۆمــار دەکــات، پراوپــڕ-فیــت دەبێــت لەگەڵ چەمــاوەی ئاســایی. بەهــای گەورەتــری n، نزیکبوونەوەکــان و هەڵــدانی دینــارەکە 100 جــار، گەورەتــر نیشــان دەدات. ئێســتا بــا وادابنێــین کە دەمــانەوێ بــزانین ئەو ئەگەر چەنــدە کە لەم 100 جــار هەڵــدانە 40 بــۆ 60 شــێر لەو نێوانە دەرکەوێــت؟ لەم وێــنەی خــوارەوە، نــــاوچە ڕەنگکــــراوەکە، ڕووبەری نێــــوان 40 و 60 پیشــــان دەدات و، پێشــییەوە سەرســامین، چــونکە ئەو نــاوچەیەیە کە ئەو ئەگەرەمــان دەداتــێ؛ ئەگەری دەرکەوتنــــی شــــێر لە نێــــوان 40 و 60 جــــار لەو هەڵــــدانە سەدجارییە، بۆیە ئەو ئەگەرە بەم شێوەیە دەنووسین:

$$prob(40 \leq x \leq 60)$$

[1] چەماوەی ئاسایی=چەماوەی زەنگوڵە=چەماوەی گاوسی



بۆ دۆزینەوەی بەهایەکی نزیکراوەیی؛ نزیک لە بەهای ڕاستی، پێوستە خشتەی هەژمارکراوی بیرکارییانە بەکاربێنین و، دەگەینە وەلام، بەهۆیەوە ئەوە دەدۆزینەوە کە $prob(40 \le x \le 60) = 0.9545$. ئەمەش ئەوە دەردەخات کە هاتنی شێر لە نێوان 40 بۆ 60 جار لە 100 هەڵداندا، دەکاتە 95.45%، کە ئەمەش واتای ئەوەیە ئەمە شتێکی ئەستەم نییە و وێدەچێت بەو ڕێژە زۆرە ڕووبدات.

ئەو پارچە ڕووبەرەی لە لای چەپ یان ڕاست بەجێماوە، دەکاتە $1 - 0.9545 = 0.0455$. یەکێک لە باشییەکان یاخود خاڵە ئەرێنییەکانی چەماوەی ئاسایی، ئەوەیە کە ئەگەر لە ناوەڕاستییەوە لەتی بکەین، دوولای هاوشێوە دەردەچێت، ئەمەش واتای ئەوەیە کە ئەم چەماوەیە، وێنەدانەوەیە. لە ناوەڕاستەوە بۆ ڕاست، ئەگەر هاتنی 60 شێر لە 100 هەڵداندا، پیشاندەدات. ئەم ئەگەرەش تەنیا بریتییە لە 2.275% کە ئەمەش لە ڕاستیدا ئەگەرێکی زۆر کەمە.

کورتەی بیرۆکەکە

چەماوە زەنگوڵەییەکە لە هەموو شوێنێک

کارنامە

1733	'دی موفەر'[1] توێژینەوەیەکی لەسەر چەماوەی ئاسایی بلاوکردەوە وەک نزیکراوەیەک بۆ دابەشبوونی دووڕادەداری.
1820	'گاوس' دابەشبوونی ئاسایی (دابەشبوونی گاوسیی) بەکارهێنا لە گەردووناسیدا وەک یاسای هەڵەیی.
1835	'کوتیلی'[2] چەماوەی ئاسایی بەکارهێنا بۆ پێوانی لادان لە کەسی ئاسایی.
1870s	ئەم دابەشبوونە ناوی 'ئاسایی' وەرگرت.
1901	'ئەلیکساندەر لیاپانۆف'[3] بە وردی 'بیردۆزی کەرختی ناوەندی' سەلماند بە بەکارهێنانی نەخشە تایبەتییەکان.

[1] *De Moivre*
[2] *Lambert Adolphe Jacques Quetelet*
[3] *Aleksandr Lyapunov*

36 پێکەوەبەستنی پێدراوەکان

بە چ شـــێوازێک دوو دەســـــتە پێـــدراو بەیەکەوە دەبەســــــترێتەوە؟ ئامارزانەکـــان بەر لە ســـەدان ســـاڵ، پێیـــان وابـــووە کە وەڵامـــی ئەم پرسـیارەیان لە هەگبەدا بـووە. هەردوو چەمکـی "پەیوەسـتی و لێژبـوونەوە" دوو چەمکـــی لێکـــدانەبڕاون، هەردەم بەیەکەوە دێـــنە بەربـــاس و خـــواس، وەک تیـــروکەوان، یـــان وەک شـــیشوکەبـــاب. بەڵام وەک جـــووتێ شـــتێک، لێکجیـاوازن و ئەرک و بـاری جیاوازییـان هەنە. "پەیوەسـتی" ئەوە دەپێوێـت کە ئـاخۆ چـۆن دوو بـڕی وەک کـێش و بەرزی، پەیوەنـدییان بە یەکتـرەوە هەیە یـان نـا. دابەزیـن (لێـژی) دەتوانـدرێت بەکاربهێنـدرێت بـۆ پێشـبینیکردنی بەهای تایبەتمەندییەک با بڵێین (کێش) لەوانی دیکەوە (بەرزی).

پەیوەستی پیرسۆن:

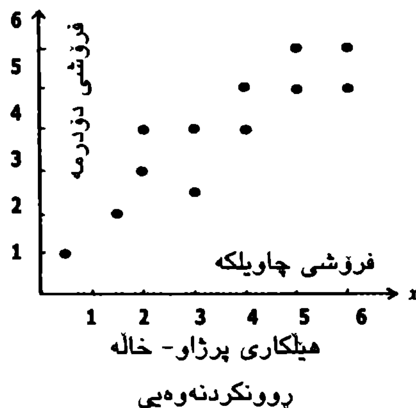
چەمکـــی "پەیوەســـتی" لە لایەن "فـــرانکس گۆلتـــۆن" لە ســـاڵی $1880s$دا ناسـینـدرا. بە شـیوەیەکی وردتـر چەمکانـدنی "هـاو-پەیوەنـدی"[1] وشـەیەکی باشـترە بـۆ ڕاڤەکردنـی مانـاکەی وەک لە (پەیوەسـتی). گۆڵتـۆن، زانـایەکی زانسـتی بـوو لەسـەردەمی فیکتۆریـا، حەز و مەراقـی زۆری بـۆ پێـوان هەبـوو. بـۆ پێـوانی هەمـوو شـتێک، پەیوەسـتی بەکارهێنـا بـۆ لێکـۆڵینەوە و پشـکنین بـۆ جـووتە گۆڕاوەکـان، بـۆ نمـوونە: درێـژی بـاڵ و کلکـی تەیروتوارەکـان. هـاوکۆلکەی پەیوەسـتی پیرسـۆن، بە نـاوی ژیننامەنووسـی گـاڵتۆن و شـاگرد کـارل پیرسـۆنەوە نـراوە، لەسـەر پێوەرێـک دەپێورێـت کە لە نێـوان کەم یەک و کـۆ یەک دایە. ئەگەر ئەم بەهـایە ژمـارەییەکی بەرز بـێ، بـا بڵێـین 0.9+ بێـت، دەوترێـت کە پەیوەنـدییەکی بەهێـز لە نێـوان گۆڕاوەکانـدا هەیە. هـاوکۆلکەی پەیوەسـتی، ئەو خواسـت و بەرەولاربوونـانە

---

[1] *Co − relation*

دەپێویـــت بـــۆ پێـــدراوەکان کە دەکەونە ســـەر ڕاســـتەهێڵێک. ئەگەر ئەو لاربـــوونەوەیە نزیـــک بێـــت لە ســـفر، ئەوا پەیوەســـتی لە نێـــوان گۆڕاوەکانـــدا بوونی نییە.

زۆر جـــار ئـــێمە وا دەخـــوازین کە پەیوەســـتی نێـــوان دوو گـــۆڕاو بەدەربێخـین، ئەویـش تـا ببینـین کە چەنـدە بەهێـز بە یەکتـر بەسـتراونەتەوە. بـا نمـونەیەک وەربگـرین دەربـارەی چـاویلکە فرۆشـێک کە چـۆن پەیوەنـدی بە دۆدرمە فرۆشـێکەوە هەیە. بـۆ شـوێنەکەش، سـانفرانسیسـکۆ شـوێنێکی بـاش دەبێـت بـۆ مەبەسـتی توێژینەوەکەمـان و، پێوستیشـە کە لە مانگێکـدا زانیـاری کـۆبکەینەوە لەو شـارە. خاڵەکـان لەسـەر ڕووتەخـت نیشـان دەدەیـن کاتێـک تەوەرەوەی x (ئاسـۆ) فرۆشـتنی چـاویلکە و، تەوەرەی y (سـتوون) فرۆشـتنی دۆدرمە دەنوێنێـت. لە هەر مانگێـک پێـدراوێکمان دەبێـت (x,y) کە مەبەسـت بـازاڕی هەر یەک لە چـاویلکە و دۆدرمەیە لە مانگێکـدا. بـۆ نمـونە، خـاڵی $(3,4)$ مەبەسـت لێـی ئەوەیە کە لە مـانگی نیسـان بەبـڕی $30,000 چـاویلکە و، بەبـڕی $40,000 دۆدرمە لە شـارەکە فرۆشـراوە. سـا بـۆیە زانیـاری کـۆکراوەی هەر مانگێـک دەتـوانین بە خاڵێـک دابنـێن، بـۆ سـاڵێکی تەواو، 12 خاڵمـان دەبێـت (لە وێـنەی ڕوونکردنەوەیـی پـڕژاو نیشان دراوە).



هێڵکاری پرژاو- خاڵە ڕوونکردنەوەیی

بـۆ ئەم نمـونەیە، بەهـای "هـاوکۆلکەی پەیوەسـتی پیرسـۆن" لە دەوروبەری 0.9+ دەبێـت، کە ئەمەش پەیوەنـدییەکی بەهێـز دەگەیەنێـت. کەواتە ئەو زانیارییـانەی چنگمـان خسـتییە، مەیـل و خواسـتی ڕاسـتڕووگەیـی هەیە، واتە ئەیەوێـت بکەوێـتە سـەر هێڵێکـی ڕاسـت. بەهـاکەی ئەرێنییە (+) چـونکە هـێڵە ڕاسـتەکە لاری ئـایەکی هەیە- ڕوو لە زیـاد بـوونە لە چەپەوە بۆ ڕاست (بەرەو باکوری ڕۆژهەلات).

هۆ و پەیوەستی:

دۆزینەوەی پەیوەندییەکی بە هێز لە نێوان دوو گۆڕاودا، مەرج نییە وا گریمان بکرێت کە یەکێکیان هۆکاری ئەوەی دیکەیانە. لەوانەیە هۆکار و کاریگەری هەبێت لە نێوان دوو گۆڕاودا، بەڵام ئەمە ناکرێت تەنیا لەسەر بنەمای ڕووداوێکی ژمارەیی گریمان بکرێت. سەبارەت بە بابەتی هۆ و پەیوەستی، نەریت وایە کە وشەی "یەکێتی"یان بۆ بەکاربهێنرێت و، دەبێت وریاتر بێت لە گریمانەکردنێکی زیاتر لەمە.

لە نموونەی چاویلکە و دۆدرمەکەدا، پەیوەندییەکی بەهێز لە نێوان فرۆشتنی چاویلەکە و دۆدرمەدا هەیە. هەر چەند فرۆشی چاویلکە زیاد بکات، ژمارەی فرۆشتنی دۆدرمەش زیاددەکات. ڕەنگە شتێکی پێکەنیناوی بێت کە واگریمان بکەین: زۆری فرۆشی چاویلکە هۆکاری زۆری فرۆشی دۆدرمە بێت. لەگەڵ پەیوەستیدا، لەوەیە گۆڕانێکی ناوەندی هەبێت بەلام لە کارەکەدا شاراوە بێت. بۆ نموونە، خواست لەسەر چاویلکە و دۆدرمە، هەردووکیان بەیەکەوە بەستراونەتەوە وەک هۆکاری وەرزیانە (گەرمی کەشوهەوا لە هاوین و ساردی کەشوهەوا لە زستاندا). لە ڕاستیدا مەترسییەکی دیکە هەیە لە مەڕ بەکارهێنانی پەیوەستی. ڕەنگە پەیوەستییەکی بەرز لە نێوان گۆڕاوەکاندا هەبێت بەلام ڕەنگە هیچ پەیوەندییەکی لۆژیکیانە یان زانستیانە لە نێوانیاندا نەبێت. بۆ نموونە ڕەنگە پەیوەستییەکی بەرز لە نێوان ژمارەی خانووەکان (ژمارەی دەرگا) و تەمەنی دانیشتوانی خانووەکان هەبێت، بەڵام خوێندنەوەی هەر مانایەک و واتایەک لەمەدا، شتێکی نابەجێ و نەخوازراو دەبێت.

پەیوەستی سپێرمان:

پەیوەستی دەتواندرێ بخرێتە نێو بابەتەکانی دیکەش و، بەکاربهێندرێت. هاوکۆلکەی پەیوەستی دەکرێت بگونجێندرێت بۆ مامەڵەکردن لەگەڵ پێدراوە ڕێکخراوەکان- ئەو پێدراوانەن کە دەمانەوێ یەکەم، دووەم، ...، هتد، بزانین، بەڵام بەهایە ژمارەییەکانی دیکەی، مەرج نییە.

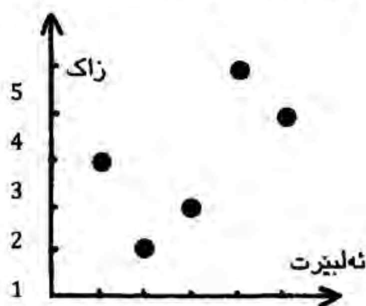
هەندێ جار بە ڕێکەوت پلەبەندیمان هەیە وەک زانیاری-پێدراو. با سەیری "ئەلبێرت و زاک" بکەین، کە دوو دادوەری زیرەکن و لە پێشبڕکێیەکی خلیسکانی سەر بەفر بەشدارن و پێوستە لە سەریان کە یاریزانان هەڵسەنگێن سەبارەت بە هونەری لێهاتوویی و کارامەیی. ئەم هەڵسەنگدنەش، هەڵسەنگاندنێکی کەسی دەبێت. ئەلبێرت و زاک هەردووکیان مەدالیای ئۆلمپیاتیان بردۆتەوە و، بانگێشتکراون تا دادوەری بکەن بۆ کۆتا قۆناغ کە تێدا 5 کەس لە کۆتایدا ماونەتەوە: ئان، بیت، چارلۆت، دۆرۆتی و ئیلی. ئەگەر ئەلبێرت و زاک ئەو 5 کەسە بەهەمان شێواز پلەبەند بکەن، ئەوە شتێکی باش دەبێت، بەڵام ژین بەم شێوەیە نییە. لە لایەکی دیکە، ئێمە وا پێشبینی لە ئەلبێرت ناکەین کە پلەبەندی 5 کەسەکە بکات بە شێوازێک کە تەواو پێچەوانە و دوور بێت لە پلەبەندییەکەی زاک. لە ڕاستیدا، پلەبەندییەکە لە نێوان ئەم دوانەدا، دەکرێت پەرگر بێت. هەر یەکەیان بەم شێوەیە پلەبەندییەکەیان کرد. ئەلبێرت: ئان (باشترین)، ئیلی، بیت، چارلۆتی، دۆرۆتی (خراپترین). زاکیش بەم شێوەیە: ئیلی (باشترین)، بیت، ئان، دۆرۆتی، چارلۆتی (خراپترین). ئێستا ئەم دوو پلەبەندییە دەکرێت لە خشتەیەک بخرێتە ڕوو وەک لە ئەمەی خوارەوە:

یاریزان	پلەبەندی ئەلبێرت	پلەبەندی زاک	جیاوازی پلەبەندییەکان، d	d^2
ئان	1	3	-2	4
ئیلی	2	1	1	1
بیت	3	2	1	1
چارلۆتی	4	5	-1	1
دۆرۆتی	5	4	1	1
$n = 5$			سەرجەم	8

$$1-\frac{6\times sum}{n\times(n^2-1)}$$

یاسای سپیرمان

چۆن دەتوانین ئاستی گونجاو بزانین لە نێوان دادوەرەکان؟ هاوکۆلکەی پەیوەستی سپیرمان، ئامرزایکە بیرکاریزانەکان بەکاری دێنن بۆ وەڵام دانەوەی ئەو پرسیارەی کە کردمان و، خشتەی ڕێکخراوی لەم شێوەیەش کەرەستەکەیە. بەهاکەی لێرەدا بریتییە لە 0.6+ (ئەو نرخە بەهۆی ئەم یاسایەی سەرەوە زانیمان کاتێک $sum = 8$ و $n = 5$) کە ئاماژەیە بە پێوانێکی سنووردار بۆ ئاستی گونجاوی لە نێوان دادوەرەکان؛ ئەلبێرت و زاک. ئەگەر وەک خاڵ مامەڵە لەگەڵ ئەم پلەبەندییە بکەین، ئەوا دەتوانین لەسەر وێنەی ڕوونکردنەوەیی پیشانیان بدەین تا ببینین کە چەندە دادوەرەکان هاورابوونە و چەندە ئەنجامەکانیان لەیەکتر نزیکە.



هەڵسەنگاندنی نێوان دوو دادوەرەکە

ئەو یاسایە بۆ کۆلکەی پەیوەستی، لە ساڵی 1904دا گەشەی سەند لە لایەن 'چارڵس سپیرمان' ئەو کەسەی کە بە 'فرانکس گالتون' سەرسام و کارتێکەر بوو، ئەو ئیلهام بەخشی سپیرمان بوو.

لێژبوونەوەی هێڵەکان:

ئایا تۆ درێژتری یان کورتتری لە دایک و باوکت، یان بەرزی باڵای تۆ دەکەوێتە نێوان بەرزی دایک و باوکت؟ ئەگەر هاتبا ئێمە هەموومان لە دایک و باوکمان بەرزتر بوواین و، ئەمەش لە هەموو نەوەیەک هاتبایەدی، ئەوا ڕۆژێک دەهات هەموو دانیشتوان بەرزییان لە دە پێیەوە بەرەوسەر دەبوو، بەڵام بە دڵنیایی ئەمەش نابێت. ئەگەریش هاتبا هەموومان لە دایک و باوکمان کورتتر باین، ئەوا پاشان هەموو دانیشتوانان وردە وردە بەرزییان لە کەمی دەدا و، ئەمەش بە تەواوی چاوەڕواننەکراوە. ڕاستی لە شوێنێکی دیکە ڕاکشاوە.

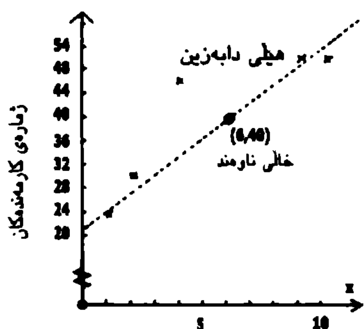
'فرانکس گالتۆن' لە سالی 1880s تاقیکردنەوەیەکی ئەنجامدا کە تێیدا بەراوردی بەرزی باڵای نێوان هەرزەکارەکان و، دایک و باوکیانی کرد. بۆ هەر بەهایەک، گۆڕاوی x پێوانەی بەرزی دایک و باوکیانە (لە ڕاستیدا پێکەوە گرێدانی بەرزی هەریەک لە دایک و باوکەکە بۆ بەرزییەکی ناوەند= ناوەندی بەرزی دایک و باوک). گالتۆن سەرنجی خستە سەر بەرزی نەوەکانیان. ئالێرەدا ئێمە دەربارەی زانستێکی کرداری قسە دەکەین، جا بۆیە پێنووسێک و پارچەیەک کاغەز بێنە و بکە بە دووپارچەی چوارگۆشەوە بۆ ئەوەی زانیارییەکانی لەسەر تۆماربکەین و دواتر بە وێنەش بیخەینە ڕوو. بۆ 205 دایک و باوکی مام ناوەند و 928 نەوە، گالتۆن ئەوەی دۆزییەوە کە ناوەندی بەرزی لە هەردوو کۆمەڵەکەدا دەکاتە $68\frac{1}{2}$ ئینج یاخود $173.4\ cm$، ئەم بەهایەش گالتۆن بە 'مامناوەندێتی' لە باڵادا نێوی برد. سەرەڕای ئەمانەش، ئەوەشی دۆزییەوە کە ئەو منداڵانەی؛ دایک و باوکیان ناوەندی باڵایان بەرزە، ئەوە منداڵەکانیشیان لەو مامناوەندییەی سەرەوە کە دەرمانهێناوە، بەرزتر دەبن، بەڵام وەک ناوەندی بەرزی دایک و باوکیان نابن. لە کاتێکدا ئەو منداڵەی کە بەرزی دایک و باوکیان لەو ناوەندە کەمتر بێت، ئەوە باڵایان لەو بەها مامناوەندییەی کە دۆزیومانەتەوە، کەمتر دەبێت. بە واتایەکی دیکە، بەرزی باڵای منداڵان بەرەو بەرزی مامناوەندێتی دەچێت. ئەمە

کەمێک وەک توانای لێدانەکانی دەستی 'ئەلیکس ڕۆدریگز' وایە بۆ یانەی 'نیۆرک یاکنیز'. ناوەندی لێدانەکان ڕۆدریگز لە وەرزێکی چاوەڕوانەکراودا لەوەیە کەمترین ناوەندی لێدانی بە دوادابێت لە لێدانی دواتردا، بەڵام ئێشتا ناوەندی لێدانەکانی ئەو باشترێکە لە لێدانەکانی هەموو یاریزانەکانی دیکەی یانە وەرزشتییەکە. سا بۆیە ئێمە دەڵێین کە ناوەندی لێدانەکانی ئەو دابەزییە بۆ ڕادەی مام ناوەند.

دابەزین (لێژی) هونەرێکی کاریگەرە و بە شێوەیەکی بەرفراوان بەکاردەهێندرێت. با وا گریمان بکەین کە بۆ لێکۆڵینەوەیەک، دەستەیەک لە لێکۆلەرانی کردارییانە، بۆ زنجیرە بازاڕێک ئەرکێک بەجێ دەگەیەنن بە مەبەستێکی دیاریکراو. ئەو دەستەیە، لەو زنجیرە بازارە، 5 بازاڕ هەڵدەبژێرن، ئەویش بە شێوەیەک کە لەم 5 بازاڕە، بچوکەکەیان مانگانە 1000 کڕیاری هەیە و، گەورەترینەکەشیان مانگانە 10,000 کڕیاری هەیە. دەستەی لێکۆڵینەوە لێرەدا سەرنجی ژمارەی کارمەندەکان دەدەن لە هەر بازاڕێک. پلانیان ئەوەیە کە 'لێژبوونەوە' بەکاربێنن بۆ خەملاندنی ئەوەی کە ئاخۆ چەند کارمەندیان پێوستە بۆ بازاڕەکانی دیکەیان.

ژمارەی موشتەرییەکان (1000 → 1)	10	9	6	4	1
ژمارەی کارمەندان	53	47	46	30	24

ئێستا با ئەمانە وەک خاڵ لەسەر وێنەی ڕوونکردنەوەیی نیشان بدەین.



تەوەرەی x (ئێمە پێی دەڵێین 'گۆڕاوی ڕاڤەکراو') ژمارەی موشتەرییەکان و تەوەرەی y (ئێمە پێی دەڵێین 'گۆڕاوی پەرچەدانەوە') ژمارەی کارمەندەکان دەنوێنێت. ئەوە ژمارەی موشتەرییەکانە کە شیکردنەوەمان دەداتێ سەبارەت بە ژمارەی کارمەندانی پێوست و

ڕێگەیەکــی دیــکە لە ئــارادا نیــیە بــۆ ئەم مەبەســتە. ناوەنــدی ژمــارەی موشــــتەرییەکان لە بازاڕەکـــان وەک ئەوەی کە نیشـــاندراوە، بـــریتییە لە 6 (واتە 6000 کڕیــار) و ناوەنــدی کارمەنــدەکان لە بازاڕەکــان، بــریتییە لە 40 کارمەنــد. هێڵــی لێژبــوونەوە یــاخود هێڵــی لێــژی، هەمیشــە بە "خــاڵی ناوەنــد" تێــدەپەڕێت، لێــرە $(6, 40)$ خــاڵەکەیە. بــۆ ئەم مەبەســتە، یاســایەک هەیە بــۆ هەژمــارکردنی "هێڵــی لێژبــوونەوە"، ئەو هــێڵەی کە فیــتە لەگەڵ پێــدراوەکان (بە "هێڵــی کەمتــرین دووجاکــان" یــان "باشــترین هێڵــی نوانــدن"یش ناســراوە). لەم بارەمانــدا، هێڵەکەمــان بـــریتییە لە $\hat{y} = 20.8 + 3.2x$ (هاوکێشــــەی ئەو ڕاســتەهێڵە خۆمــان دەیــدۆزینەوە بەهــۆی خەملانــدن، ســەیری وێــنەکە بــکە) کە وایە لاری بـــــریتییە لە 3.2 و بەهاکەشـــــی دیـــارە کە ئەرێنیـــیە (ڕوو لە زیــــادبوونە لە چەپەوە بـــۆ ڕاســــت). ئەم هـــێڵە تەوەرەی y دەبڕێـــت لە 20.8. ڕادەی $\hat{y}$ بــریتییە لە خەملانــدنی y؛ ئەو بەهــایەی لە هــێڵەکەوە پێــی دەگەیــن. ئێســتا ئەگەر گەرەکمــان بێــت بــزانین کە ئــاخۆ پێوســتە چەنــد کارمەنــد لە بازاڕێــک دابمەزرێنــین ئەگەر ئەو بــازاڕە مانگــانە 5000 کڕیــاری هەبێــت، ئەوە تەنیــا بەهــای $x = 5$ لە هاوکێشــەی لێژبــوونەوەکە دادەنێیــنەوە و دەگەیــنە بەهــای خەملێنــدراوی $\hat{y} = 37$، ئەمەش واتــا بــۆ ئەم بــازاڕە کە مانگـــانە 5000 کڕیـــاری هەیە، پێوســـتە 37 کارمەنـــدی لێـــدابنێن. ئەمەش ئەوە دەردەخــات کە لێژبــوونەوە چەنــدە بە ســـوودە و، چەنــدە ئامـــانجێکی کردارییانەی هەیە.

کورتەی بیرۆکەکە

کارلێکی پێدراوەکان

کارنامە

1806	1809	1885-88
'ئادرین-ماری لینجیندری'[1] پێدراوەکانیان لەگەڵ کەمترین دووجاکان گونجاند.	'گاوس' ڕێگای کەمترینی دووجاکانی بەکارهێنا لە پرسە گەردوونناسییەکان.	'گالتون'[2] پەیوەستی و لێژبوونەوەی ناساند.

1896	1904
'پیرسون'[3] تویژینەوەکەی لەسەر 'پەیوەستی و لێژبوونەوە' بلاوکردەوە و بەشدارییەکی گرینگی لەم پانتاییە بەجێهێنا.	'سپیرمان'[4] پەیوەستی پلەیی بەکارهێنا وەک ئامرازێک بۆ لێکۆڵینەوە دەروونییەکان.

[1] *Adrien – Marie*
[2] *Galton*
[3] *Pearson*
[4] *Spearman*

37 بۆماوەزانی

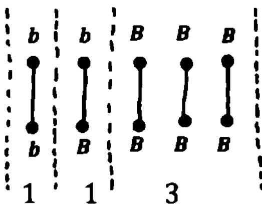
بۆمـــاوەزانی لقـــێکە لە لقەکـــانی زینـــدەزانی، جـــا باشـــە کە ســـەر بە زینـدەزانییە، ئەی لەم پەرتـوکە بیرکـارییە چـی دەکـات؟ وەڵامەکە ئەوەیە کە ئەم دوانە پشـــتوانی یەکتـــرن و، یەکتـــر بەهـــادارتر و دەوڵەمەنـــدتر دەکەن. پـــرس و کێشـــەکانی بۆمـــاوەیی، یـــارمەتی بیرکـــاری گەرەکە، هەروەهـــا بۆمـاوەیی پێشـنیاری لقێکی نـوێی بـۆ جەبـر کـرد. 'گریگـۆر مەنـدل' کەسـە سـەرەکییەکە بـوو بـۆ هەمـوو باسـی بۆمـاوەیی و لێکـۆڵینەوە لە بۆمـاوەیی مـرۆڤ. سـیفات و تایبەتمەنـدییە بۆماوەییەکـانی وەک: ڕەنگـی چـاو، ڕەنگـی پـرچ، ڕەنگکـوێری، چەپ/ڕاسـت ڕەوی و جـۆری کۆمەڵەکـانی خـوێن، هەمـوو ئەمـــانە دیاردەکرێـــت بەهـــۆی هۆکـــارگەلێکی بـــۆمێلی. مەنـــدل وتـــی: ئەم هۆکـــارگەلانە بە شـــێوەیەکی ناپشتبەســـتوو بـــۆ نەوەکـــانی دواتـــر دەگوازرێتەوە.

باشـە چـۆن چـۆنی هۆکـاری بۆمـاوەیی- ڕەنگـی چـاو بـۆ نەوەکـانی دیـکە دەگـوازرێتەوە؟ لە نمـونەیەکی بنچینەیـدا، دوو هۆکـار هەیە کە دەسـتدەگرن بەسەر سیفەتێک، b و B:

b هۆکاری چاوی شینە

B هۆکاری چاوی قاوەییە

لە کەســـەکاندا، هۆکارەکـــان بە جـــووت دەردەکەوێـــت، ئەمەش هۆکـــارێکە بـــۆ دەرکەوتنـــــی بۆماوەبابەتەکـــــان (bb, Bb & BB) باســـــی bB نـــــاکەین، چـــونکە هاوتـــایە لەگەڵ Bb). کەســـێک کە هەڵگـری یەکێـک لەو سـێ بۆماوەبـابەتەیە، ئەوا ئەو بۆماوەبـــابەتە ڕەنگـــی چـــاوی دیاریـــدەکات. بـــۆ نمـــونە، کۆمەڵگـــایەک



ڕێژەی $3:1:1$ی بۆماوەبابەتەکانی bb، Bb و BB

دەکرێت 1 لە 5 کەس بگرێتە خۆی کە بۆماوەباباتەکەی bb بێت، 1 لە 5 کەسیش کە Bb بێت و، 3 لە 5 کەسەکەی دیکەش BB بێت. لە ڕووی ڕێژەوە، ئەم بۆماوەبابەتانە، ڕێژەی 20%، 20% و 60% کۆمەڵگاکە پێکدێنێت. ئەمەش دەکرێت بەهۆی وێنەیەکی ڕوونکردنەوەیی کە بنەڕەتی ئەم بۆماوەبابەتانە پیشاندەدات، بخرێتە ڕوو. هۆکاری B، کە ڕەنگی چاوی قاوەیی دەنوێنێت، هۆکارێکی زاڵە، وە b، کە هۆکاری ڕەنگی چاوی شینە، هۆکارێکی بەزیوە. کەسێک لەگەڵ بۆهێڵێکی یەکڕەگی بۆماوەبابەتی BB، ڕەنگی چاوەی قاوەیی دەبێت، بەڵام ئەو کەسانەی بۆماوەبابەتییان دووڕەگە Bb، ئەوا لێرەدا B زاڵە. کەسێک لەگەڵ بۆهێڵێکی یەکڕەگی بۆماوەبابەتی bb، چاوی شین دەبێت، چونکە تاکە بۆماوەبابەتە کە دەبێتە هۆی دەرکەوتنی چاوی شین.

لەسەرەتای سەدەی نۆزدەهەمدا، پرسیارێکی زۆر گرینگ ئاراستەی زانایانی بۆماوەزانی کرا، یاخود دەکرێت بڵێین کە پرسیارێکی زۆر بەجێ لە دەڤەری زیندەزانی سەری دەرهێنا: ئایا لە کۆتایدا ڕەنگی چاوی قاوەیی زاڵدەبێت و ڕەنگی چاوی شین دادەمرکێتەوە؟ چاوی شین بەرەو لەناوچوون دەچێت؟ وەڵامەکەی 'نەخێر' بوو.

یاسای هاردی-وینبیرگ:

ئەم پرسیارەی سەرەوە بەهۆی یاسای هاردی-وینبیرگ ڕوونکرایەوە، ئەویش بەهۆی جێبەجێکردن و بەکارهێنانی بیرکارییەکی سەرەتایی بۆ بابەتی بۆماوەیی. ئەمە ئەوە ڕووندەکاتەوە کە چۆن لە تیۆری بۆماوەیی مەندل، بۆهێڵێکی زاڵ تەواو زاڵ نابێت بە شێوەیەکی براوەیی و، بۆهێڵی بەزیویش، هەر بەدامرکاوی نامێنێتەوە. ڕێسای هاردی-وینبیرگ پێی وایە کە لە کۆمەڵگایەکی گەورەدا ڕێژەی ئەلیلیەکان لە نەوەیەکەوە بۆ نەوەی داهاتوو بە نەگۆڕی دەمێنێتەوە، تەنها لە کاتی شێواندنی یەکسانی دا نەبێت بەهۆی کۆچکردن، بازدانی بۆماوەیی یان هەڵبژاردنەوە.

"هـاردی" یەکێـک بـوو لە بیرکـاریزانە ئینگلیـزە زۆر مەزنەکـان، لە پانتـایی بیرکـاری، تـوێژەرێکی زۆر مەزنـی بیرکـاری پەتـی بـوو. هـاردی زۆر شـانازی بەخـۆی و بیرکـاری پەتـی دەکـرد و دەیگـوت: ئەمـانە شـتانێکی بیرکـارین کە بەکارهێنانیـان لە زانسـتەکانی دیـکەدا نیـیە- نـاتوانن سـوود بە زانسـتەکانی دیـکە بگەیەنـن. سـەرەڕای ئەم هەمـوو کـارەی هـاردی، بەڵام زیـاتر بەهـۆی یەکێـک لە کارەکـانی ناسـراوە، کە ئەویـش دەربـارەی بۆمـاوەییە- ژیـان وەک بەشـێکی بیرکـاری لەسـەر زەرفێکـی نـامە دەسـتی پێکـرد و، بە داخرانـی نـامەکەش تەواو بـوو. "ویلهـیلم وینبیـرگ" بە پاشـخانێکی زۆر جیـاواز دەرکەوت کە پزشـکێکی گشـتی بـوو لە ئەڵمانیـا و تەواوی ژیـانی بـۆ لێکـۆڵینەوە لە بۆمـاوەیی تەرخـانکرد. ئەو هەر لە هەمـان کاتی هاردی، یاساکەی دۆزییەوە کە لە دەوروبەری ساڵی 1908 بوو.

یاسـاکە پەیوەنـدی بە کۆمەڵگـایەکی گەورەوە هەیە کە یەکگـرتن- جووتبـوون، بە شـێوەیەکی هەڕەمەکـی تێیـدا ڕوودەدات. لەم جووتبـوونەش هـیچ بەچاکزانینێـک نیـیە بـۆ دووکەسـەکە لە مەڕ هەنـدێ شـت، جـا بـۆیە ئەگەر نمـوونەیەک وەربگـرین، ئەوا کەسـە چـاو شـینەکان پێیـان گونجـاو نیـیە یـان پەسـەندی نـاکەن کە لەگەڵ چاوشـینێکی دیـکە جـووت بـن. لە دوای ئەو یەکگـرتنە، منـداڵەکە تەنیـا یەک هۆکـار لە هەر بـاوانێکی وەردەگرێـت. بـۆ نمـوونە، بۆمـاوە بـابەتێکی دوو ڕەگـی وەک Bb لەگەڵ بۆماوەبـابەتێکی دوو ڕەگـی وەک Bb یەکبگرێـت، ئەوا دەتوانـدرێت هەر یەک لەمـانە بەرهەمبێنێـت bb, Bb, BB بەڵام بۆماوەبـابەتی bb یەکگرتنـی لەگەڵ BB تەنیـا دەتوانێـت بۆماوەبـابەتی Bb بەرهەم بێنێـت. جـا ئایـا ئەو ئەگەرانە بـۆ هەریەکەیـان چەنـدە کە بگـوازرێتەوە؟ بە ژمـاردنی هۆکـاری b، ئەوا دەبینـین کە دوو هۆکـاری b هەیە بـۆ هەریەکێـک لە بۆمـاوە بـابەتی bb و، یەک هۆکـاری bهەیە بـۆ هەریەک لە بۆمـاوە بـابەتی Bb. ئەمەش ڕێژەیەکمـان دەداتـێ، سـەرجەمی هەرسـێ هۆکـاری bیەکە سـێ لە 10 یە (لەم نمـوونەیەدا، هەرسـێ بۆماوەبابەتەکـان بە $1:1:3$ بەرامـبەریەکن). ئەگەری گواسـتنەوەی هۆکـاری b کە لە بۆماوەبـابەتی منـداڵەکە بـوونی هەبێـت، دەکـاتە $3/10$ یـا خـود 0.3. ئەگەری گواسـتنەوەی هۆکـاری B، دەکـاتە

7/10 یــــــــاخود 0.7. ئەگەری ئەوەش کە بۆماوەبــــــــابەتی bb لە نەوەی دواتــــر هەبێــت، دەکـــاتە $0.3 \times 0.3 = 0.09$. کـــۆمەڵەی تەواوی هەمــــوو ئەگەرەکان، لەم خشتەی خوارەوە پوختکراوەتەوە:

b	b		B	
b	bb	$0.3 \times 0.3 = 0.9$	bB	$0.3 \times 0.7 = 0.21$
B	Bb	$0.3 \times 0.7 = 0.21$	BB	$0.7 \times 0.7 = 0.49$

بۆماوەبـــابەتە دووڕەگەکـــانی Bb و bB چـــونیەکن، بـــۆیە ئەگەری ڕوودانـــی ئەمـــانە دەکـــاتە $0.21 + 0.21 = 0.42$. دەربڕینیــــان بە شـــێوەی ڕێـــژە، ڕێـــژەی بۆماوەبـــابەتی bb, Bb & BB لە نەوەی تـــازەدا دەکـــاتە 9%، 42% و 49%. لەبەر ئەوەی کە B هۆکـــــــــــاریکی زاڵە، $42\% + 49\% = 91\%$ لە نەوەی یەکەم ڕەنگـــی چاویـــان قـــاوەیی دەبێـــت. جـــا تەنیـــا ئەو تاکـــانەی کە بۆماوەبـــــابەتی bb هەیە، هۆکـــاری کەســـــایەتی b نیشـــــاندەدەن و تێیانـــــدا بەدەردەکەوێت، لەبەر ئەمەیە کە تەنیا 9%خەڵکی ڕەنگی چاویان شینە.

دابەشـــبوونی ســـەرەتایی بۆماوەبابەتەکـــان 20%، 20% و 60% دەبێـــت، وە لە نەوەی تـــــازەدا، دابەشـــــبوونی بۆماوەبابەتەکـــــان 9%، 42% و 49% دەبێــت. دواتـــر چـــی ڕوودەدات؟ بـــا ببیـــن کە چـــی ڕوودەدات ئەگەر نەوەی تـــازە لەمەوە پێبگـــات بەهـــۆی یەکگرتنـــی هەڕەمەکـــی لە نێـــوان خۆیانـــدا. ڕێـــــژەی هۆکـــــاری b بـــــریتییە لە $0.09 + \frac{1}{2} \times 0.42 = 0.3$، ڕێـــــژەی هۆکـــاری Bیـــش دەکـــاتە $\frac{1}{2} \times 0.42 + 0.49 = 0.7$. چـــونیەکی بـــوونی هەیە بـــۆ ئەگەری گواســـتنەوەی هۆکارەکـــانی پێشـــووتر b و B. دابەشـــبوونی بۆمـــــاوە بابەتەکـــــانی bb، Bb و BB لە نەوەی داهـــــاتوودا، هەمـــــان دەرئەنجـــامی دەبێـــت لەگەڵ نەوەی پێشـــوو، وە بە شـــێوەیەکی تـــایبەتی، بۆمـــاوە بـــابەتی bb کە دەبێـــتە هـــۆی ڕەنگـــی چـــاوی شـــین، دانـــامرکێتەوە بەڵام هەر لە ڕێـــژەی 9%ی خەڵکـــی دەمێنێـــتەوە. ڕێـــژەی یەکبەدوای‌یەکـــی بەدەســـتهاتوو لە بـــۆ بۆماوەبابەتەکـــان بە شـــێوەی جووتبـــوونی هەڕەمەکـــی، ئەمە دەبێت:

$$20\%, 20\%, 60\% \rightarrow 9\%, 42\%, 49\% \rightarrow \cdots \rightarrow 9\%, 42\%, 49\%$$

ئەمە بەهۆی یاساکەی هاردی-وینبێرگ تۆمارکراوە: دوای یەک نەوە، ڕێژەی بۆماوە بابەتەکان بە نەگۆڕی لە نەوەیەک بۆ نەوەیەکی تر، دەمێنێتەوە. هەروەها ئەگەری گواستنەوەش بەهەمان شێوەیە، ئەویش هەر بە نەگۆڕی دەمێنێتەوە.

بەڵگەکەی هاردی:

بۆ بینینی ئەوەی کە یاسای هاردی-وینبێرگ بێ کێشە کاردەکات بۆ هەموو کۆمەڵگایەکی سەرەتایی، نەک تەنیا 20%، 20% و 60% کە وەک ئەو نموونەی دەستنیشانمان کردبوو. لە ڕاستیدا، ناتوانین لە بەڵگەکەی هاردی باشتر پێشکەشبکەین کە لە ساڵی 1908دا خۆی کارەکەی بۆ سەرنووسەری گۆڤارێکی زانستی ئەمەریکی نووسی.

هاردی سەرەتای کارەکەی دەستپێکرد بە دابەشبوونێکی ئاسایی بۆ؛ بۆماوەبابەتەکانی $bb, Bb \& BB$ وەک $p, 2r \& q$ و ئەگەری گواستنەوەکانیش $p + r$ و $r + q$. لە نموونە ژمارەییەکەمان (20%، 20%و 60%)، $p = 0.2, 2r = 0.2 \& q = 0.6$. ئەگەری گواستنەوەی هۆکارەکانی b و B دەکاتە: $p + r = 0.2 + 0.1 = 0.3$ و $r + q = 0.1 + 0.6 = 0.7$. ئەی چی ئەگەر دابەشبوونی سەرەتایی جیاواز لە گۆڕێ بێت بۆ بۆماوەبابەتەکانی $bb, Bb \& BB$ و بەم ڕێژانەوە دەستپێبکەین 10%، 60% و 30%؟ یاسای هاردی-وینبێرگ لەم بارە چۆن کاردەکات؟ لێرەدا، بەهایەکان بەم شێوەیە دەبێت $p = 0.1, 2r = 0.6 \& q = 0.3$ و ئەگەرەکانی گواستنەوەش بۆ هەریەک لە هۆکارەکانی b و B بەم شێوەیە دەبێتp یەکبەدوایەک $r + q = 0.6$ و $p + r = 0.4$. کەواتە دابەشبوونی بۆماوەبابەتەکانی لە نەوەی داهاتوو دەکاتە $16\%, 48\% \& 46\%$.

ڕێژەی یەکبەدوای یەکی بەدەستهاتووی بۆماوەبابەتەکان بە شێوەی جووتبوونی هەڕەمەکی، ئەمە دەبێت:

$$10\%, 60\%, 30\% \rightarrow 16\%, 48\%, 36\% \rightarrow \cdots \rightarrow 16\%, 48\%, 46\%$$

ڕێــــژەکە دوای یەک نەوە، جێگیـــــر دەبێـــت و، نەوە دوای نەوە وەک خـــۆی دەمێنێـــتەوە. هەروەهـــا ئەگەرەکـــانی گواســـتنەوە لە 0.4 دەبێـــتە 0.6 دوای ئەمە بە نەگـۆڕی دەمێنێـتەوە. بە پێـی ئەم بەرچـاوڕوونییەی ئێسـتا هەمـانە، 16% خەڵکـی چاویـان شـین دەبێـت و، 84% = 36% + 48% ڕەنگـی چاویان قاوەیی دەبێت، چونکە B هۆکارێکی زاڵە لە بۆماوەبابەتی Bb.

کەواتە یاســـای هـــاردی-وینبێـــرگ ئەوە دەگەیەنێـــت کە ئەم ڕێـــژەی بۆماوەبابەتـــانە bb, Bb & BB لە نەوەیەک بـــۆ نەوەیەکـــی تـــر، بە نەگـــۆڕی دەمێنێتەوە؛ کاتێـک دابەشـبوونی سـەرەتایی کۆمەڵگـا هەرچـیەک بێـت. ئەلیلـی زاڵـیB تەواو باوســـەند[1] نابێـت و ڕێـژەی بۆمـاوە بابەتەکـانیش سـەرەکییانە جێگیرن.

هـــاردی ســـەبارەت بـــۆ نمـــونەکەی، پەروشـــی پێـــوە دیـــاربوو چـــونکە نمـــونەکەی تەنیـــا نزیککراوەیـــی بـــوو. ســـادەیی و جـــوانییەکەی پشـــت بە کۆمەڵێــک گریمـــانە دەبەســـتێت کە نـــاکەونە نـــاو ژیـــانی ڕاســـتییەوە. لە نمـــونەکەدا، ئەگەری بـــازدانی بـــۆهێڵی یـــان ئەگەری گـــۆڕانی بۆهێڵەکـــان خۆیـــان، کەم بـــوون و، ســـەرئەنجامی گواســـتنەوەی ڕێژەکـــانیش نەگـــۆڕ بـــوون، ئەمەش واتـــای ئەوەیە کە هـــیچ شـــتێک نیـــیە دەربـــارەی پەرەســـەندن بـــوترێ. لە ژیـــانی ڕاســـتیدا 'لادانـــی بۆمـــاوەیی' هەیە و ئەگەری گواســـتنەوەی هۆکارەکـــانیش بە نەگـــۆڕی نـــامێننەوە. ئەمەش هۆکـــاری هەمەچەشـــنییە کە لە ڕێژەی گشتی دایە و جۆری تازە بەهۆیەوە پەرەدەسەنێت.

یاســـای هـــاردی-وینبێـــرگ بەیەکەوە نەخشـــەی تیـــۆری مەنـــدل- 'تیـــۆری کـــوانتەمی بۆمـــاوەیی' - و 'داروینیـــزم و هەڵبـــژاردەی سروشـــتی' دەکێشـــن بە ڕێگـــایەکی بنچینەیـــی. ئەمەش چـــاوەڕێی کەســـێکی فزوڵـــی وەک 'فیشـــەر' بـــوو بـــۆ پێکهێنـــانەوە و یەکخســـتنەوەی تیـــۆری مەنـــدڵییەن لەمەڕ بۆمـــاوەیی لەگەڵ تیۆری بەردەوامی؛ کاتێ سیفەت و تایبەتمەندییەکان پەرەدەسێنن.

ئەوەی تـــا ســـاڵی $1950s$ و ســـەرەتای ســـەدەی بیســـتەم لە زانســـتی بۆمـــاوەزانی نادیـــار و لێـــل بـــوو، بریتیبـــوو لە تێگەیشـــتنی فیزیاییـــانەی چیەتـــی

---

[1] زاڵبوون بەسەر شتێکدا.

بۆمـاوەیی خـۆی و، چەنـد پرسـێکی تـر. دواتـر پێشـکەوتنێکی هـونەری هـاتە ئـاراوە لە لایەن فـرانکس کریـک، جەیمـس واتسـۆن، مەواریـس ویلکنـیس و رۆسالیند فرانکلین.

وەلامـی ئەو پرسـیارەی سـەرەوە درایەوە کـاتێ زانـرا کە DNA بـۆ مـاوە مـاددەیە، ئەو زانیـنەش بەهـۆی بڵاوبـوونەوەی نەخۆشـی سـییەکان لە سـەدەی بیسـتەمدا چنگمـان کەوت. DNAش بەهـۆی مـۆدێلێکی بیرکـارییەوە ناسـرا، کە ناسـراوە بە هـاوجووتە لـولپێچ یـان لـولپێچی هـاوجووت (دوو لـولپێچ بە دەوری لولەکێـک لولـدەخۆن). بۆهێڵەکـان کەوتـونەتە سـەر پارچەکانی ئەو جووتە لولپێچیانە.

بیرکـاری کەرەسـتەیەکی زۆر گـرینگە لە لێکـۆڵینەوە لە بۆماوەزانیـدا. لە ئەنـدازەی سـەرەتایی؛ لولپێچەکـانی DNA و، دانسـقەیی یاسـای هـاردی-وینبێـرگ؛ نمـونە بیرکارییەکـان، مـامەڵە لەگەڵ گەلێـک تایبەتمەنـدی دەکەن (نەک هەر رەنگـی چـاو)، بەڵکـو جیاوازەییەکـانی نێـر-مـێ و، ئەو جووتبوونـانەش کە هەرەمەکـی نـین، بەهـۆیەوە پێشـکەوتن. زانسـتی بۆمـاوەزانیش لە بەرامـبەر ئەم پـارمەتییەی بیرکـاری[1]، جـگە لەوەی ستایشـی دەکـات، پاداشتیشـی دایەوە بەوەی کە پێشـنیاری لقێکـی نـوێی بـۆ جەبـری پوخـت کـرد، بـۆ ئەو تایبەتمەنـدییە سەرنجراکێشـە بیرکارییـانەی کە لەمەوە وەدەرکەوتن.

---

[1] لادانـی بیرکـاری بۆمـاوەیی، بەنـدە لەسـەر قەبـارەی کـۆمەڵەکە-کۆمەڵگـا، بەڵام روون نییە کە چۆن پەیوەستدارە بە ژمارەی راستەقینەی تاکەکانی کۆمەڵەکە.

کورتەی بیرۆکەکە

نادڵنیایی لە کۆ بۆهێڵەکان

کارنامە

1718

ئەبراهەم دی موفیری[1] پەرتوکێکی بە نیوی باوەڕگەی شانسەکان بڵاوکردەوە.

1865

مەندل[2] پێشنیاری هەبوونی بۆماوە و یاساکانی بۆماوەیی کرد.

1908

هاردی و وینبێرگ[3] پیشانیان دا کە بۆچی بۆهێڵە زاڵەکان بەتەواوی شوێنی بۆهێڵی بەزیوەکان ناگرنەوە.

1918

فیشەر[4] تیۆرییەکەی داروینی لەگەڵ تیۆری بۆماوەیی مەندلی یەکخست.

1953

پێکهاتەی هاجورتە لولپێچی DNA دۆزرایەوە.

[1] *Abraham De Moivre*
[2] *Mendel*
[3] *Hardy & Weinberg*
[4] *Fisher*

38 گرووپەکان

'ئیڤاریست گالوا' لە تەمەنی 20 ساڵیدا، تووشی شەڕێک[1] دەبێت و تێیدا دەکوژرێت، بەڵام بای ئەوەندە شتانێکی لە پاش جێدەمێنت تا بیرکاریزانەکان بۆ چەند سەدەیەک پێی سەرقاڵبکات. ئەو شتانەش، تیۆری گرووپەکانی گرتبووە خۆ، بنیادنانێکی بیرکارییانە کە دەکرێت بۆ دیاریکردن و پێوانەکردنی هاوجێبوون بەکاربهێندرێت. بەدەر لە جوانییە هونەرییەکەی، هاوجێبوون کەرەستە و پێکهاتەیەکی سەرەکییە بۆ زاناکان، ئەوانەی کە خەون بە تیۆرییەک دەبینین 'بۆ هەموو شتێک'. تیۆری گرووپ، تیۆرییەکە لە چەسپ (سیکۆتین) دەچێت کە هەموو شتێک بەیەکەوە دەنووسێنێت و دەبەستێتەوە.

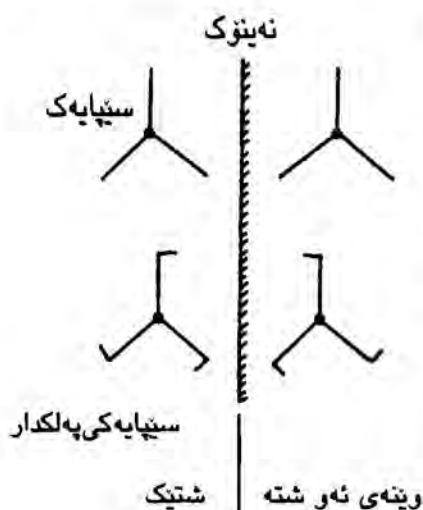
لە ڕاستیدا، دەوروبەرمان پڕە لە هاوجێبوون. گوڵدانی گریکەکان، کریستاڵی کڵوە بەفر، خانوو و تەلارەکان هەمیشە هاوجێبوونیان هەیە و هەندێ لە پیتەکانیشمان بە هەمان شێوە. گەلێک جۆر و شێوازی هاوجێبوون هەیە: سەرەکیترین و گرینگترینیان، بریتین لە هاوجێبوونی وێنەدانەوە و هاوجێبوونی خولانەوە. لەم بابەتەدا، تەنیا سەرنج دەخەینە سەر هاوجێبوونی دوو ڕەهەندی- هەموو ئەو شتانەی لەسەر ڕوویەکی تەختن.

هاوجێبوونی وێنەدانەوە:

ئێستا وادانێ کە نەینۆکێکمان (ئاوێنە) بە دیوارەوە هەڵواسیوە. ئایا ئەو شتەی کە دەخرێتە پێش نەینۆکەکە هەمان شتە لەگەڵ ئەوەی لە نەینۆکەکە نیشانی دەدات؟ چ شتێک جیاواز دەبێت؟ وشەی *MUM* وێنەدانەوەیە، بەڵام *HAM* ئەو وێنەدانەوە نییە؛ *MUM* لەبەردەم نەینۆک

[1] داخەکەم کە بەهۆی کچێکەوە تووشی ئەم شەڕە دێت.

هەمان شتە لەگەڵ *MUM* لە ناو نەینۆکەکە لەکاتێکدا *HAM* لە بەردەم نەیکۆکەکە، دەبێتە *MAH* لە ناو نەینۆکەکە. سێپایەکی (ستاند) کامێرا، هاوجێبوونی وێنەدانەوەیە، بەڵام سێپایەکی-پەلکدار، هاوجێبوونی وێنەدانەوە نییە. سێپایەکیپەلکدار لە بەرامبەر نەینۆکدا، پەلکەکانی بەرپاش دەبێتەوە (وەک لە وێنەکە نیشاندراوە).



هاوجێبوونی ڕێژەیی:

ئێستا با باسی هاوجێبوون بکەین بەهۆی خولانەوە کە ناومان ناوە هاوجێبوونی خولانەوە. ئەم هاوجێبوونە بەهۆی خولاندنەوەی شێوەکە قسەی لێوەدەکرێت، هاوجێبوونێکە کە کاتێ شێوەیەک بە گۆشەیەک بخولێنینەوە، ئەوە هەمان شێوەی بنەڕەتی وەردەگرێتەوە؟ لە سەرەوە باسی سێپایەکی و سێپایەکیپەلکدارمان کرد، ئەمانە هەردووکیان هاوجێبوونی خولانەوەیان هەیە. سێپایەکی واتە 'سێ پێهک' کە شێوەیەکی سەرنجڕاکێشە. لەم وێنەی تەنیشت، شێوەیەک نیشاندراوە کە پێی دەوترێ 'ناوچەی مانی سێپایەکی' کە هێمایە بۆ ئەو ناوچەیە و، ئاڵای سیسیلییەکانە.


مانی سێپایەکی

ئەگەر بێت و ئەم شێوەیە بە گۆشەی 120 پلە یان 240 پلە بخولێنینەوە، ئەوە دوای خولاندنەوەی شێوەکە هەر دەگەڕێتەوە باری سەرەتایی خۆی.

ئەگەر چــاوت دابــخەی و بە یەکێــک لەم گۆشــانە شــێوەکە بخــولێنیتەوە و دواتر چاوت بکەیتەوە، دەبینیت کە هیچ شتێک نەگۆڕاپە.

ئەوەی زۆر ســەیر و عەنتــیکەیە لەم شــێوە ســێ لاقیــیە، ئەوەیە کە هــیچ گۆشــەیەکی خــولانەوە ناتوانێــت ســێپایەکی دەســتە چەپ بێنێــتە ســەر شــێوە و هەڵکەوتــوویی ســێپایەکی دەســتە ڕاســت (وەک لە وێــنەکە). ئەو شــتانەی کە وێــنەکەی جیــاواز دەردەکەوێــت لە نــاو نەینــۆک و کــتومــت لە شــتە بنەڕەتیــیەکە ناکــات، ئەوا پێیــان دەوتــرێ "نــیمچە لێکچــوو"- وەک یەکتــر دەردەکەون بەڵام یەک شــت نــین. پێکهــاتەی گەردیلەیــی هەنــدێ تــێکەڵەی کیمیــایی لەوانەیە بە هەردوو شــێوەی دەســت ڕاســت و دەســتە چەپ لە ســێ ڕەهەندیــدا بــوونی هەبێــت، کە ئەمــانەش نمــونەگەلێکن لە شــتە نــیمچە لێکچووەکــان. ئەم بــارەش وەک تــێکەڵەی لیمــۆنین وایە، کە لە شــێوەیەک تامی لیمۆ دەدات و، لە شێوەیەکی تر تامی پرتەقاڵ.

پێوانەکردنی هاوجێیەتی:

لە نمــونەی ســێپایەکیپەلکــدار، کــرداره بنەڕەتییەکــانی هــاوجێبوون بــریتین لە R خــولانەوە بە 120 پــلە، S خــولانەوە بە 240 پــلە و I خــولانەوە بە 360 پــلە کە هەر دەکــاتەوە شــێوەکە خــۆی- یەک خــولی تەواو (خولانەوەکــان بە ئاراســتەی میلــی کــاتژمێرە). ئێســتا بەهــــۆی ئەو کــــردارانەوە دەتــــوانین خشــــتەیەک لە پێکەوەبەســتانیان دروســت بکەیــن، بەهەمــان شــێواز، دەتــوانین خشــتەی لێکــدانیش دروســت بکەیــن. دەرمــانی تالیدۆمیــدی لە یەک شــێوەدا، چارەســەرێکی سوودبەخشــە بــۆ ئــافرەتی دووگیــان لە بەیانیانــدا، بەڵام بە شــێوەی دیــکە و جیــاواز، کاریگەری خراپی دەبێت.

o	I	R	S
I	I	R	S
R	R	S	I
S	S	I	R

خشتەی کەیلی بۆ گرووپێکی هاوجێی سێپایەکیپەلکدار

ئەم خشــــتەیە هەروەک خشــــتەی لێکــــدانی ئاســــاییە لەگەڵ ژمارەکــان، بەڵام لێــرە لە جیــاتی لێکــدانی ژمارەکــان، هێماکــان لێکــدەدەین. ســەبارەت بە چــۆنییەتی لێکــدانی ئەو هێمایــانە، وا لەســەری

ڕێککەوتوونە: ئەم لێکدانە RoS واتە؛ یەکەمجار خولانەوەی سێپایەپەلکدارەکە بە گۆشەی 240بە ئاراستەی میلی کاتژمێر بەهۆی S و، دواتر بە گۆشەی 120 بەهۆی R، بە جێبەجێکردنی ئەم دوو کردارە، دەبینین کە تەواوی کردارەکە دەکاتە 360 پلە، ئەمەش وەک ئەوە وایە هیچ شتێک بەسەر سێپایەپەلکدارەکە نەهاتبێت بەهۆی خولانەوە. جا مادام ئەم دوو کردارە بەیەکەوە خولێکی تەواویان کرد، ئەمەش واتە $RoS = I = 360$. ئەنجامی ئەم لێکدانەی سەرەوەش، لە خشتەکەدا دەبینیت.

گرووپی هاوجێی سێپایەکیپەلکدار، لە سێ دانە پێکهاتووە $R, S \& I$ و خشتەی لێکدانەکەشی هەر ئەم سێ دانەیە دەگرێتە خۆی. لەبەر ئەوەی ئەم گرووپە سێ دانەی هەیە، ئەوا قەبارەکەی بریتییە لە 3. ئەم خشتەیە ناوێکی تریشی هەیە کە پێی دەوترێت "خشتەی کەیلی" کە بە ناوی بیرکاریزان "ئارثەر کەیلی" نراوە.

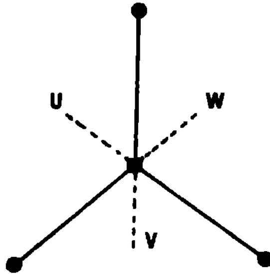
ئێستا بەهەمان شێوە ئەگەر باسی سێپایەکی بکەین بەلام ئەم جارە بەبێ پەلکەکانی؛ ئەمیش هاوجێی خولانەوەی هەیە. بەلام لەبەر ئەوەی ئەم سێپایە دوو هاوجێی هەبوو، خولانەوە و وێنەدانەوە، ئەوە گرووپێکی گەورەتری هاوجێ دروستدەکات. لە دانەکانی ئەم گرووپە: $R, S \& I$ هەردەمێنێت، چونکە ئەم کردارانە بەهۆی هاوجێی خولانەوە هاتبوون، بەهۆی ئەوەش کە ئەم سێپایەکییە هاوجێی وێنەدانەوەشی هەیە، کەواتە دانەی دیکەشی هەیە، کە ئەمانەن: $U, V \& W$ کە وێنەدانەوەکانن لەگەڵ هەرسێ تەوەرەکان.

D	I	R	S	U	V	W
I	I	R	S	U	V	W
R	R	S	I	V	W	U
S	S	I	R	W	U	V
U	U	W	V	I	S	R
V	V	U	W	R	I	S
W	W	V	U	S	R	I

خشتەی کەیلی بۆ گرووپێکی هاوجێی سێپایەکی

ئەم گرووپە گەورە هاوجێیە، شەش دانەی هەیە، کەواتە قەبارەکەی بریتییە لە 6. گرووپەکەش لە یەکگرتنی ئەو

شـــەش دانەیە دروســـت دەبێـت کە ئەمـــانەن $I, R, S, U, V \& W$ کە خشـــتەی لێکدانەکانیان پیشاندراوە.



وێنەدانەوەی سێپایەک

ئەم خشـــتەیە شـــتی جـوانی تێـدا دەبینـدرێت، بەتـــایبەت کـــاتێ دوو دانەی وێـــنەدانەوە لە دوو تەوەری جیـــاواز پـێکەوە لێکـدەدرێن وەک UoW (وێـــــنەی دانەوەی W یەکەمجـــــار بەکاردێـــــت و U لە دوای ئەو). لێـــــدانی ئەم دوانە وەک ئەوە وایە تەنیـــا ســـــێپایەکە بە گۆشـــەی 120 پـــلە بخـــولێنینەوە، بە هێمـــایی $UoW = R$ کە ئەمەش شـــــتێکی جـــــوانە.

لێکـــدانی وێنەدانەوەکـــانی دیـــکە $WoU = S$ خـــولانەوەی ســـێپایەکەمان دەداتـــێ بە گۆشـــەی 240 پـــلە. بەڵام دەبینـــین کە $UoW \neq WoU$. ئـــا ئەمە ســـەرەکیترین جیـــاوازییە لە نێـوان خشـــتەی لێکـدانی ئاســـایی ژمارەکـــان و خشتەی لێکدانی گرووپەکان.

ئەو گـــرووپەی کە پێکەوەبەســـتانی دانەکـــانی ئەم تایبەتمەنـــدییەی هەبێـــت $AoB = BoA$ بـــۆ هەمـــوو دانەکـــانی، ئەوا پێـــی دەوتـــرێ "گرووپـــی ئەبیلـــی یـــان گرووپـــی ئـــاڵوگۆڕ" کە بە نـــاوی بیرکـــاریزانی نەرویجـــی "نـێلس ئەبیـل"ەوە کراوە. گرووپی هاوجێی سێپایەکی، بچوکترین گرووپە کە ئەبیلی نییە.

گرووپە رووتەکان- ئەبستراکت:

خواســـتی کـــارکردنی زۆر لەســـــەر جەبـــر، ئەوە بـــوو کە لە ســـــەدەی بیســـتەهەم بەرەو پەتـــی بـــوون هەنگـــاوی نـــا- جەبـــری ڕووت، ئەوە بـــوو کە گـــــرووپ بەهـــــۆی چەنـــــد یاســـــایەکی بنچینەیـــــی کە ناســـــراوە بە بەڵگەنەویســـــتەکان، پێناســـــەکرا. لەم ڕوانـــــگەیەوە، گـــرووپە هاوجێیەکـــانی سێگۆشـــە تەنیـــا بـــوونە یەک نمـــونە لە ڕژێمێکـــی ڕووت. لە جەبـــردا، چەنـــدین ڕژێـــــم هەیە کە لە گـــــرووپ بنچینەبتـــــرن و ژمـــــارەیەکی کەمتـــــر لە بەڵگەنەویستیشـــــی گەرەکە، لەکاتێکـــــدا ڕژێمـــــی دیـــکە هەیە کە ئـــــاڵۆزتر و

بەڵگەنەویستی زۆری بۆ سەرپێخستنی پێوستە. لەگەڵ ئەوەشدا، چەمکی گرووپ کتومت راست و بێ گرێوگۆڵە و، لە نێو رژێمە جەبرییەکان، گرینگترینیانە. ئەوەی جێگای سەرنجە، ئەوەیە کە تیۆری گرووپ زۆر فراوان و ناوەرۆک دەوڵەمەند دەردەکەوێت لە کاتێکدا کە ژمارەیەکی زۆر کەم لە بەڵگەنەویستی هەیە. یەکێ لە باشییەکانی شێواز-میتۆدی رووت ئەوەیە کە دەتواندرێت بۆ هەموو گرووپەکان؛ بیردۆزە گشتییەکانی لێوە دەربهێندرێت و بەکاربهێندرێت، ئەگەر پێوست بوو، ئەوکات بۆ یەکێکی تایبەت.

جیاکەرەوە و توانستنی تیۆری گرووپ لەوەدایە کە لەوانەیە گرووپێکی بچوکتر لە ناو هەناوی گرووپێکی گەوردا بوونی هەبێت. گرووپی هاوجێی سێپایەکیپەلدار کە قەبارەکەی 3 بوو، بنەگرووپە لە گرووپی هاوجێی سێپایەکی کە قەبارەکەی 6 بوو (وەک لە وێنەکە دەردەکەوێت). 'لاگرانج' راستییەکی بنچینەیی سەبارەت بە بنەگرووپەکان سەلماند. بیردۆزی لاگرانج دەڵێت: قەبارەی بنەگرووپێک دەبێت هەمیشە قەبارەی گرووپەکە دابەشبکات. کەواتە بەهۆی ئەم بیردۆزەوە، یەکسەر دەزانین کە گرووپی هاوجێی سێپایەکی هیچ بنەگرووپێکی نییە کە قەبارەکەی 4 یان 5 بێت، چونکە قەبارەی گرووپی هاوجێی سێپایەکی بریتییە لە 6، شەشیش بەسەر 4 یان 5 دابەش نابێت.

پۆلێنکردنی گرووپەکان:

لە راستیدا بەرنامەیەک هەبوو بۆ پۆلێنکردنی هەموو گرووپە کۆتادارە شیاوەکان. لەبەر ئەوەش پێوست ناکات هەموو گرووپە کۆتادارەکان لەو خشتەیە دابن کە تێیدا گرووپەکان پۆلێنکراون، چونکە هەندێ لەو گرووپانە لە گرووپی دیکەوە دروست بوونە، بۆیە ئەو بنەگرووپانەی کە گرووپێکی تر بنچینەکەیەتی، ناخرێنە ناو ئەو خشتەی پۆلێنکردنە و، ئەمەش ئەو بنەما سەرەکییە کە پێوستمانە بۆ ئەم کارە. بنەمای ئەم پۆلێنکردنەش، وەک کە لە کیمیادا هەیە؛ کاتی توێژەر سەرنج دەخاتە سەر

تــوخمە کیمیــاییە بنەڕەتییەکــان نەوەک ئەو پێکهــاتە و مــادانەی کە دەکرێــت لێـیەوە دروســتبکرێت. گرووپــی هــاوجێی ســێپایەکی کە قەبــارەکەی بــریتییە لە 6 شـــەش دانەی هەیە، دەبــنە کەرەســـتە و پێکهــاتەی گرووپێکــی تــر، بە واتــایەکی دیــکە دەتــوانین بڵێـین ئەم گــرووپە لە پێکهاتەکــانی دوو گرووپــی تــر دروســت بــووە، ئەوانــیش گرووپــی هــاوجێی ســێپایەکی(قەبارە ســێ) و سێپایەکیپەلدار (قەبارە دوو).

بەنزیکەیــی هەمــوو گــرووپە ســەرەکییەکان دەتوانــدرێت پــۆلێنبکرێن بــۆ چەنـد پـۆلێکی ناسـراو. پـۆلێنکردنی تەواو، پێـی دەوتـرێ "گەورە بیـردۆز" ئەم بیــردۆزە لە ســاڵی 1983دا لە لایەن "دانیــاڵ گۆرنشــتاین" لە رێــگەی ئەو هەوڵ کــارە تــاقەت پــڕوکێنەی 30 ســاڵی بیرکاریزانەکــان لە تــوێژینەوە دۆزیــنەوە، بە کۆتــا گەیشــت. ئەمەش دەفتەری هەمــوو گــرووپە زانراوەکــانە. گــرووپە ســەرەکییەکان دەکەونە ژێــر ســێبەری یەکێـک لە چــوار جــۆرە بنەڕەتییەکــان، بەلام تــا ئێســتا 26 گــرووپ دۆزراوەتەوە کە ســەر بەهــیچ یەکێــک لەو چــوار پــۆلە نــین و نــاکەونە ژێــر ســێبەری ئەوانەوە. ئەو گرووپانەش ناسراون بە "گرووپە تاکوتەراکان".

گــرووپە تــاکوتەراکــان گرووپــانێکی ســەربەخۆن و، بە شــێوەیەکی تایبەتیــانە قەبارەیــان گەورەیە. لە ســاڵی 1860کــانەوە، پێــنج گــرووپ لە بچوکترینیــان ناســراون بە "ئیمڵــی مــاثوی" بەلام بە هــۆی چــالاکیی زۆری هــاوچەرخ، ناســاندنی کەوتە نێــوان ســالانی 1965 و 1975. بچــوکترین گرووپــی تــاکوتەرا گــرووپێکە کە قەبــارەکەی بــریتییە لە $7920 = 2^4 \times 3^2 \times 5 \times 11$ بەلام کۆتــا گرووپیــان "گرووپــی درنــدەی ساوا" و "درندەی بەرچاو" ئەمە قەبارەکەیەتی:

$$2^{46} \times 3^{20} \times 5^9 \times 11^2 \times 13^3 \times 17 \times 19 \times 23 \times 29 \times 31 \times 41 \times 47 \times 59 \times 71$$

کە بە دەیــی لە دەورووبەری 8×10^{53} دایە یــان ئەگەر حەز بــکەی، 8 لەگەڵ 53 ســفر لە پــاڵ یەکتــر ڕیــز بــکە- کە ژمــارەیەکی ئێجگــار گەورەیە لە ڕاســتیدا. دەکرێــت پیشــانبدرێت کە 20 گــرووپ لەو 26 گــرووپە تــاک- وتەرایــانە، وەک بنەگرووپەکــانی گرووپــی "درنــدە" پیشــانبدرێت- شـــەش

گرووپەکەی دیکە کە بەرەنگاری هەموو ڕژێمە پۆلێنکارییەکان دەبێتەوە، وەک "شەش گرووپی ترۆکراو" ناسراون.

هەرچەندە سەلماندنی پوخت و سەرپێی، لە هەوڵە هەرە خوازراوەکانی بیرکاری بووە، بەلام وەک دەبینین کە ئەو سەلماندنەی لە پشت پۆلێنکردنی گرووپە کۆتادارەکانەوەیە، سەلماندنێکە کە بە نزیکەیی 10 هەزار پەڕێک دەبێت، لە نزیکەوەش وتوێژێکی هێمایییە. نابێت ئەوەش لە بیر بکەین کە ئەو پێشکەوتنە بیرکارییەی دەیبینین، بەهۆی هەوڵ و تەقلای کاری یەک بیرکاریزانەوە نەهاتۆتە بوون! بەڵکو هەوڵ و کۆششی چەندین بلیمەتە.

کورتەی بیرۆکەکە

دیاریکردنی هاوجێیەتی

کارنامە

1832	1854	1872
"گالوا"[1] بیرۆکەی گرووپەکانی سەرناو خست.	"کەیلی"[2] هەوڵی دا چەمکی گرووپ بگشتێنێت.	"فلێکس کلاین"[3] دەستی بە بەرنامەیەک کرد بۆ پۆلێنکردنی ئەندازە بەهۆی گرووپەکانەوە.

1891	1983
"ئێڤگراف فیدۆرۆڤ و ئارثەر شۆنفلیس"[4] هەریەکەیان سەربەخۆ لەوی دیکە، 230 گرووپی بلوریان پۆلێنکرد.	پۆلێنکردنی گرووپە کۆتادارەکان بەکۆتا گەیشت و گەورە بیردۆزیش سەلمێندرا.

---

[1] *Galois*

[2] *Cayley*

[3] *Felix Klein*

[4] *Evgraf Fedorov & Arthur Schönflies*

39 ڕیزکراوەکان

ئەمە بـریتییە لە چیرۆکـی "جەبـری نائاسـایی" شۆڕشـێکە لە بیرکاریـدا کە لە ناوەڕاسـتی سـەدەی نـۆزدەهەم شـوێنی خـۆی گـرت. بیرکاریزانەکـان بـۆ چەنـدین سـەدە، مامەڵەیـان لەگەڵ ژمارەکـان کـردووە بە شـێوەی خشـتەکی، بەڵام بیـــرۆکەی بەکارهێنـــان و مـــامەڵەکردن لەگەڵ ئەم خشـــتەکانە وەک ژمـارەیەکی تـاقیتەنی، 150 سـاڵ لەمەوبەر چـرۆی کـرد بە هـۆی پـۆلێکی بچوک لە بیرکاریزانان کە بە لایەنە شاراوەکەی ئەم بابەتەیان زانیووە.

جەبـری ئاسـایی هەر ئەو جەبـرە ئاسـاییە کە ئـێمە لە مـاوەیەکی کەمـی خوێنـدن پێـی ئاشـنادەبین، جەبـرێکە کە هێماگەلێـک دەگـرێتە خـۆی، وەک: a, b, c, x &y کە ئامـــاژە بـــۆ ژمـــارەیەک دەکەن- ژمـــارەیەک دەنـــوێنن. زۆرێـک لە خەڵکـی؛ تێگەیشـتن لە جەبـر بە سـەخت و گـران دەبیـنن، بەڵام بـۆ بیرکاریزانەکـان ئەمە هەنگـاوێکی ئێجگـار مەزنە بـۆ بەردەوام بـوون بەرەو پێشـەوە. لە ڕووی بەراوردکـارییەوە، "جەبـری نائاسـایی" گۆڕانکـارییەکی گەورەی زانسـتی هێنـایە ئـاراوە. یەکێـک لە دیـارترین پێشـکەوتنەکان و جێەجێکـارییە کارامەیەکـانی ئەم جەبـرە، لە ڕووی ڕەهەنـدەوە بـوو، چـونکە ئیـدی لێـرەوە جەبـر هەر یەک ڕەهەنـد نیـیە، بەڵکـو ئەمە جەبـرێکە کە لە جەبری یەک ڕەهەنـدەوە بـۆ جەبـری فـرە ڕەهەنـدی هەنگـاوی نـا، کە ئەمەش هێز و واتایەکی زۆر دەخاتە ڕوو.

ژمارە فرە ڕەهەندییەکان:

لە جەبـــری ئاســـایی، پیشـــاندانی هێزێکـــی ژمـــارەیی، وەک 7، ڕەنـــگە بنووســـین $a = 7$، بەڵام لە تیـۆری ڕیزکراوەکـان A بـریتییە لە "ژمـارەیەکی فرە ڕەهەند"، بۆ نمونە ئەم خشتەیە:

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 5 & 0 & 1 \\ 0 & 4 & 3 & 7 \\ 3 & 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

ئەم ڕیزکــراوە 3 ڕیــز و 4 ســتوونی هەیە (ڕیزکراوێکــی 3 بە 4ە)، بەڵام لە بنەڕەتــدا؛ هەر چەنــد ڕیــز و هەر چەنــد ســتوونمان پــێ خــۆش بێــت، دەکرێــت ڕیزکــراوی لــێ دروســت بکەیــن- بــۆ نمــونە ڕیزکراوێکــی 100 بە 200 کە 100 ڕیــز و 200 ســتوونی هەبێــت. یەکێــک لە باشــییەکانی ڕیزکراوەکــان ئەوەیە کە دەتــوانین بەهــۆیەوە بیــر لە تــاقە ڕیزێــک یــان ســتوونێک بکەیــنەوە (ڕیزکراوێــک تەنیــا یەک ســتوون یــان یەک ڕیــزی هەبێــت)، وەک ڕیزێــک لە زانیــاری لە بــابەتی ئەگەرەکــان، وەک تــاقە قەوارەیەک. زیــاتر لەمەش، دەتــوانین یــاری بەو خشــتە ژمــارەیە بکەیــن بە شــێوەیەکی زۆر ئاســان و کــارامە. ئەگەر بمانەوێــت هەمــوو پێــدراوەکانی نــاو دوو خشــتەیە بەیەکەوە کــۆبکەینەوە یــان لێکبــدەین، کە هەریەکەیــان لە 1000 ژمــارە پێکهاتبێــت، ئەوە پێویســت ناکــات کە 1000 جــار بــۆ هەر ژمــارەیەک بە کــردارەکە هەســتین- بەڵکــو تەنیــا هەڵدەســتین بە کــۆکردنەوە یــان جــارانکردنی دوو ڕیزکــراوەکە بەیەکەوە بە پێــی ئەو ڕێســا و یاسایانەی کە لە هەمبەر کردارەکان فێری دەبین.

نمونەیەکی کردارییانە:

واگریمــان بــکە کە ڕیزکــراوەی A بەرهەمەکــانی کۆمپانیــای $AJAX$ پیشــاندەدات لە مــاوەی یەک هەفــتە. کۆمپانیــای $AJAX$ ســێ کــارگەی هەیە کە دەکەونە ســێ نــاوچەی لێکجیــاوازی وڵات و، بەرهەمەکانیــان بە پێــی یەکەک هەژمــاردەکرێن (1 واتە 1000 دانە) کە هەر کــارگەیەک، چــوار بــابەت بەرهەم دێنێــت. لەم نمــونەیەدا، بڕەکــان لەم ڕیزکــراوەی خــوارەوە خراوەتە ڕوو:

	بەرهەمی 1	بەرهەمی 2	بەرهەمی 3	بەرهەمی 4
کارگەی ژمارە 1	7	5	0	1
کارگەی ژمارە 2	0	4	3	7
کارگەی ژمارە 3	3	2	0	2

لە هەفتەی دواتر، لەوانەیە خشتەکە جیاواز بێت لەم خشتەی سەرەوە، بەڵام دەکرێت بەهۆی ڕیزکراوەیەکی دیکە B بنووسرێت، لەوانەیە B ئەمە بێت:

$$B = \begin{pmatrix} 9 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & 1 & 8 \\ 4 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

ئایا سەرجەمی بەرهەمەکانن لە هەردوو هەفتەکەدا چەندە؟ پسپۆڕان و شارەزایانی ڕیزکراوەکان دەڵێن: سەرجەمی بەرهەمەکان دەکاتە $A + B$ کاتێک ژمارەکان ئەوانەی هەمان شوێنیان لە ڕیزکراوەکان هەیە، پێکەوە کۆدەکرێنەوە:

$$A + B = \begin{pmatrix} 7+9 & 5+4 & 0+1 & 1+0 \\ 0+0 & 4+5 & 3+1 & 7+8 \\ 3+4 & 2+1 & 0+1 & 2+0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 & 9 & 1 & 1 \\ 0 & 9 & 4 & 15 \\ 7 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

هەر زۆر ئاسانە. بەڵام لێکدانی دوو ڕیزکراوەکە، وێدەچێت زۆر ڕوون و ئاسان نەبێت. با بگەڕێینەوە بۆ کۆمپیانیاکە، وادانێ کە یەکەی قازانج بۆ هەریەک لە بەرهەمەمان دەکاتە 3، 9، 8، 2. بەدڵنیاییی دەتوانین ڕێژەی قازانجی هەر کارگەیەک هەژماربکەین بە لێکدانی ژمارەی هەر بەرهەمێک بە ژمارە دراوەکەی و دۆزینەوەی سەرجەمەکەیانە. بۆ نمونە، بۆ کارگەی 1، کارەکە بەم شێوەیەیە: $7 \times 3 + 5 \times 9 + 0 \times 8 + 1 \times 2 = 68$.

بەڵام لە جیاتی ئەوەی تەنیا مامەڵە لەگەڵ یەک کارگە بکەین، ئەوە دەتوانین بە ئاسانی هەمان کار بۆ کارگەکانی دیکەش بکەین بۆ دۆزینەوەی تەواوی قازانجییان T بە کۆی بەرهەمەکانیانەوە (T بریتییە قازانجی هەر کارگەیەک بە هەموو بەرهەمەکانییەوە):

$$T = \begin{pmatrix} 7 & 5 & 0 & 1 \\ 0 & 4 & 3 & 7 \\ 3 & 2 & 0 & 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \mathbf{3} \\ \mathbf{9} \\ \mathbf{8} \\ \mathbf{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \times \mathbf{3} + 5 \times \mathbf{9} + 0 \times \mathbf{8} + 1 \times \mathbf{2} \\ 0 \times \mathbf{3} + 4 \times \mathbf{9} + 3 \times \mathbf{8} + 7 \times \mathbf{2} \\ 3 \times \mathbf{3} + 2 \times \mathbf{9} + 0 \times \mathbf{8} + 2 \times \mathbf{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 68 \\ 74 \\ 31 \end{pmatrix}$$

بەوردی سەیرکە و دەبینی کە ڕیزەکان جارانی ستوونەکە کراوە، ئەمەش بنەمای جیاکەرەوەی؛ جارانکردنی ڕیزکراوەکانە. ئەم جارە ئەگەر بمانەوێ قازانجی هەر کارگەیەک بە یەکەی جیاوازتر بزانین: 7، 4، 1، 5،

وە ئەوەی پێشــووش هەر وەک خــۆی بمێنێــتەوە تــاکو جیــاوازییەکە ببینــین، ئەوا بەم شێوەیەی لێدێت:

$$\begin{pmatrix}7 & 5 & 0 & 1\\0 & 4 & 3 & 7\\3 & 2 & 0 & 2\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}3 & 7\\9 & 4\\8 & 1\\2 & 5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}68 & 74\\74 & 54\\31 & 39\end{pmatrix}$$

ســتوونی دووەم قــازانجی کارگەکــان نیشــان دەدات ئەگەر بێــت و یەکەی جیــــاوازتر بەکاربێــــت، ئەوانــــیش کە بــــریتییە لە $74, 54\&39$. تیــــۆری ڕیزکراوەکــــان زۆر بەهــــادار و سوودبەخشــــە. وا بێــــنە بەرچــــاوت کە کۆمپانیــــایەک ســــەدان کــــارگەی هەیە و، لەگەڵ هەزاران بەرهەم و، یەکەی جیــاوازی قــازانجیش، ســا بــۆیە تێگەیشــتنی ئــێمە بــۆ ئەم تــێکە و لــێکەیە، ڕاســتەوخۆ و ڕاشــکاوانە دەبێــت بەهــۆی بیــرۆکەی ڕیزکراوەکــانەوە بەبــێ هەبوونی نیگەرانی لە بارەی وردی شتەکانەوە.

جەبری ڕیزکراوە بەرامبەر بە جەبری ئاسایی:

زۆر پەیوەنــدی ناهــاوبەش هەیە لە نێــوان جەبــری ڕیزکــراوە و جەبــری ئاســایی، ناســراوترین و دیارترینیــان لە کــرداری جــارانکردنی ڕیزکراوەکــان دەبینــــدرێت. ئەگەر بێــــت و ڕیزکــــراوەی A لە ڕیزکــــراوەی B بــــدەین و هەوڵیش بدەین هەمان شت بە ڕێگاکانی دیکەش (پێچەوانە) ئەنجامبدەین:

$$A\times B=\begin{pmatrix}3 & 5\\2 & 1\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}7 & 6\\4 & 8\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\times 7+5\times 4 & 3\times 6+5\times 8\\2\times 7+1\times 4 & 2\times 6+1\times 8\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}41 & 58\\18 & 20\end{pmatrix}$$

$$B\times A=\begin{pmatrix}7 & 6\\4 & 8\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}3 & 5\\2 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}7\times 3+6\times 2 & 7\times 5+6\times 1\\4\times 3+8\times 2 & 4\times 5+8\times 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}33 & 41\\28 & 28\end{pmatrix}$$

کەواتە لە جەبــری ڕیزکــراوە لێکــدانی $A\times B$ لەوانەیە جیــاواز بێــت لە $B\times A$، کە ئەمە دۆخــێکە لە جەبــــری ئاســــایی ڕووبەڕووی نــــابینەوە و، هەمیشــە لێکــدانی دوو ژمــارە بە هەردوو شــێوە: $a\times b$ جیــاواز نابێــت لە $b\times a$ و ئەنجام وەک خۆی دەمێنێتەوە.

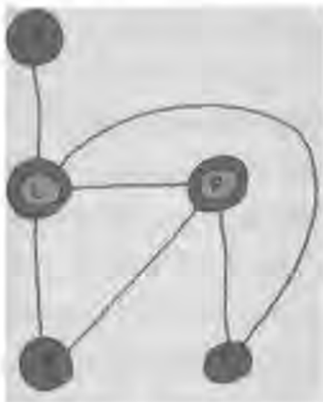
یەکێکیتــر لە جیاوازییەکــان، لە بــارەی هەڵــگەڕاوەیە. لە جەبــری ئاســایی ئەگەر $a=7$ ئەوا هەڵــــگەڕاوەی ئەم ژمــــارەیە (بە گــــوێرەی جــــاران) بە ئاســانی دەدۆزرێــتەوە کە دەکــاتە $1/7$، چــونکە لێکــدانی ئەم دوانە دانەی بــێ

لایەن دروستدەکات $7 \times \frac{1}{7} = 1$. هەندێ کات بەهۆی هێماوە گوزارشت لە هەڵگەڕاوەی ژمارەیەک دەکەین، بۆ ئەم ژمارەی سەرەوە، بەم شێوە دەینووسین: $a^{-1} = 7$ و $a^{-1} \times a = 1$. پێویستە ئاگاداربین کە لەگەڵ توانی نەرێنی لێمان تێکنەچێت.

نموونەیەکیش لە تیۆری ڕیزکراوە، بریتییە لە $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$ وە دەتوانین ئەوە ساغبکەینەوە کە $A^{-1} = \begin{pmatrix} 7 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$، چونکە:

$$A^{-1} \times A = \begin{pmatrix} 7 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

کاتێک $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ بریتییە لە دانەی بێ لایەن لە تیۆری ڕیزکراوەکان کە هاوتایە لەگەڵ 1 کە دانەی بێ لایەنە لە جەبری ئاسایی.



خشتەی گەشتەکان:

نموونەیەکی دیکە لە بەکارهێنانی ڕیزکراوەکان، بەکارهێنانیتی لە شیکردنەوەی ڕایەڵەی فڕین و گەشتە ئاسمانییەکان- هێڵی ئاسمانی. ئەمەش هەردوو جۆری فڕۆکەخانە لەخۆدەگرێت، واتە فڕۆکەخانەی گەورە و بچووک. ئەمەش لە ڕاستیدا سەدان مەبەست و بار لەخۆدەگرێت- بۆیە لێرە تەنیا نموونەیەکی بچوک دێنینەوە: فڕۆکەخانەی لەندەن L و فڕۆکەخانەی پاریس P، پاشان فڕۆکەخانە بچوکەکان: ئیدینبرا E، بۆردواکس B و تولوز T، ئەم تۆڕەش، گەشتە ڕاستەوخۆیەکان نیشاندەدات (وەک لە وێنەکە دیارە). بەکارهێنانی کۆمپیوتەر بۆ شیکردنەوەی تۆڕێکی لەم شێوەیە، پێش هەموو شتێک تۆڕەکە بە هێما دەنووسرێت؛ ئەویش بە بەکارهێنانی ڕیزکراوەکان. ئەگەر بێت و گەشتی ڕاستەوخۆ لە نێوان فڕۆکەخانەکان هەبێت، ژمارە 1 تۆماردەکەن کە لە یەکتربڕینی ڕیز و ستوونەکە دروست دەبێت و بۆ ئەم

گەشــتە نــاونراوە (وەک لە لەنــدەن بــۆ پــاریس)، ئەگەریــش نەبێــت، بە 0 هێمــای بــۆ دەکەن، وەک دەبینــین لە نێــوان پــاریس و ئیدنبرا، هــیچ گەشــتێک بــوونی نییە (لێی نووســراوە 0). ڕیزکــراوەی 'بەســتەرەوە' کە ڕاڤەی ئەم تــۆڕەی ســەرەوە دەکــات، بریتییە لە ڕیزکراوەی A.

لە ڕیزکــراوەی Aدا، بنەڕیزکــراوەیەک دەردەکەوێــت کە بە هێڵــی خاڵخــاڵی جیــاکراوەتەوە، ئەوە پیشــان دەدات کە هــیچ گەشــتێک-پەیوەندییەک نییە لە نێــوان ســێ فرۆکەخــانە بچــوکەکە. لێکــدانی ڕیزکــراوەکە لە گەڵ خــۆی $A \times A = A^2$ دەکرێــت لێکبــدرێتەوە وەک زانینــی ژمــارەی ئەو گەشــتانەی کە ڕێــی تێدەچێت لە نێــوان دوو فرۆکەخــانە هەبێــت بەڵام لەم نێــوانە تەنیــا یەک وەســتان هەبێــت. ئینجــا بــۆ نمــونە، دەبینــین کە ســێ هێڵــی گەشــتکردن هەیە بــۆ پــاریس، بەڵام هــیچ هێڵێکــی گەشــتکردن نییە لە لەنــدەن بــۆ ئیــدینبرا کە وەســتانی تێــدا بێــت. لە وێــنەی دووەم، ژمــارە 3 واتە ســێ گەشــت لە فرۆکەخانەکــانی دیــکە بــۆ بــۆ پــاریس هەیە. ژمــارەی ئەو ڕێگایــانەی کە ڕاســتەوخۆ بێــت یــان یەک وەســتانی تێــدا بێــت، دەکــاتە دانەکــانی ئەم ڕیزکــراوەیە: $A + A^2$ ئەمەش لە ڕاســتیدا نمــونەیەکی تــر بــوو لە مەڕ هێــز و توانــای ڕیزکراوەکــان بــۆ دەســت بەســەرداگرتنی نــاوەڕۆکی خشــتەیەکی زۆر گەورەی پــڕ لە زانیــاری و، هێنــانە ژێــر ئاســۆکی تــاقە ژمێرکــارییەک- ئەو هەمــوو ئەرک و زانیــارییە تەنیا بە یەک هەژمارکردنی بیرکارییانە، شیدەکاتەوە.

وەختــێ لە ســاڵی $1850s$دا کە دەســتەیەکی بچــوک لە بیرکاریزانەکــان تیــۆری ڕیزکراوەکانییــان دروســت کــرد، بەوە نەوەســتان و بەکاریــان هێنــا بــۆ ئەوەی کێشــە و پرســە پەتییەکــانی پــێ شــیکار بــکەن، ئەو پرســانەی کە

تەواو پەتی-ڕووتن. لە بەجێهێنەرە هەرە بەرچاوەکان، تیۆری ڕیزکراوەکان بێ ئەندازە گرجوگۆل بوو، 'شیکارێک، پرسیارێکی گەرەکە'. بەم شێوەیە سەرهەڵدانی هەر 'کێشەکی تازە، هۆکارێکە بۆ لەدایکبوونی تیۆرییەکی نوێ. بەکارهێنانی ڕیزکراوەکان زوو یان درەنگ، کەڵکی زۆری لێ وەرگیرا، بەڵام هەر زوو لە ساڵی $1920s$دا سەرکەوتنێکی زۆری بەخۆیەوە بینی کاتێ 'هایزنبێرگ' لە 'ڕیزکراوەی میکانیکی' کۆڵییەوە وەک بەشێک لە تیۆری کوانتەم. یەکێکی تر لە بەکارهێنانە بەرچاوەکانی ڕیزکراوەکان، لە لایەن 'ئۆلگا تاوسکی-تۆد' بوو، ئەو کەسەی کە بۆ ماوەیەک کاری لەسەر نەخشەی فڕۆکە و بالۆن کرد و تێیدا جەبری ڕیزکراوەکانی بەکارهێنا. کاتێ کە پرسیارێ لێکرا چۆن ئەو بابەتەی دۆزییەوە، وا وەڵامی دایەوە: بە پێچەوانەوە، تیۆری ڕیزکراوەکان منیان دۆزییەوە. ئەمەش یارییەکی بیرکارییانەیە.

کورتەی بیرۆکەکە

پێکەوە بەستانی خشتە ژمارەکان

کارنامە

200 پ.ز	1850	1858
بیرکاریزانە چینییەکان، ڕیز و ستوونی ژمارەیان بەکارهێناوە.	'سلڤێستەر'[1] دەربڕینی 'ڕیزکراوە'ی بەکارهێنا.	'کەیلی' توێژینەوەکەی لەسەر تیۆری ڕیزکراوەکان بڵاوکردەوە.
1878	**1925**	
'جۆرج فرۆبنیوس'[2] هەندێک کلیلەئەنجامی زۆر گرینگی لە جەبری ڕیزکراوەکان سەلماند.	'هایزنبێرگ'[3] ڕیزکراوەی میکانیکی لە تیۆری کوانتەم بەکارهێنا.	

[1] *J.J.Sylvester*
[2] *Georg Frobenius*
[3] *Heisenberg*

40 نووسراوی نهێنی (کۆد)

'جۆلیوس سیزار' ع هاوبەشییەکی لەگەڵ گواستنەوەی: هێمایە ژمارەییە هاوچەرخەکان هەیە؟ وەڵامی کورت بریتییە لە: نووسراوی نهێنی و بە نهێنیکردن. بۆ ناردنی هێمایە ژمارییەکان بۆ کۆمپیوتەر یان تەلەفیزیۆن، بە هێماکردنی وێنەکان و دەنگەکان کارێکی پێویستە، ئەم کارەش بەهۆی ڕژێمی دووانی- سفر و یەک دەکرێت، چونکە ئەمە زوبانێکە کە کۆمپیوتەر و ئامێرە ئەلکترۆنییەکان لێی تێدەگەن. سیزار شێوازی بەنهێنیکردنی بەکارهێنا بۆ پەیوەندی کردن بە ژمنەڕاڵەکانی و، تەواوی پەیامەکانی نێوانیانی بە نهێنی هێشتەوە بە هۆی گۆڕینی نووسینەکانی خۆی بۆ جۆرە هێمایەک- گۆڕانکارییەک کە کلیلی تێگەیشتنی ئەو هێمایانە، تەنیا خۆی و ئەوان دەیانزانی.

ڕاست و ڕەوانی سیزار لەم کارەدا پێویست بوو، هەروەها ئەمە بۆ گواستنەوەی هێمایە ژمارییەکانیش پێوستە و کاریگەری دەبێت. هەروەها سیزار دەیویست پارێزگاری لە نووسینە نهێنییەکانی بکات و جگە لە خودی خۆی، کەسی دیکە نەیزانێت، وەک وایەری سەتەلایت و پەخشی کۆمپانیاکانی تەلەفیزیۆن کە لەم ڕێگەیەوە پارە لە بەشداربووان وەردەگرن تا بتوانن مانایەک لە هێمایەکان (سیگناڵ) بەدەستبێنن[1].

---

[1] مەبەست لێی ئەوەیە کە کاتێ کۆمپانیایەکی پەخش هەندێ کەناڵ دەکرێتەوە، ئەوا لە ڕاستیدا زانیارییە نێردراوەکانی (کۆد) دەکرێتەوە. وەک چۆن ئێستا لە کوردستاندا دەبینین کە کەناڵە ناوەخۆییەکان بوتە پارە و، دەبێت ئامێرێکی تایبەت بکڕی تا کەناڵە ناوەخۆییەکان بەدەستبێنیت. ئەو ئامێرەی کە دەیکڕین، کۆمپانیایەک خاوەنییەتی، ئەو کۆمپانیایە زانیاری نێردراوی ئەو کەناڵە ناوەخۆییانەی لە مانگە دەستکردەکان کڕیوەتەوە کە زانیارییەکی بە نهێنی کراوە و تایبەتە، لە ناو ئامێرەکانی کە دروستی دەکات، بەرنامەیەک دادەنێت کە ئەو زانیارییانە (کۆد) بکاتەوە، پاشان لەسەر شاشەی تەلەفیزیۆنەکەمان، دەنگ و ڕەنگ دەردەکەوێت.

لە سەرەتادا با سەیری ڕێژەی وردی ئەم کارە بکەین. هەڵەی مرۆڤ یان ژاوەژاوەی سەر هێڵەکان هەمیشە لە بارن بۆ ڕوودان و، دەشبێت مامەڵەی لەگەڵدا بکەین تاکو چارەسەری بۆ بدۆزینەوە. بیرکردنەوەی بیرکارییانە بۆ ئەم گرفتانە، ڕێگەمان پێدەدات کە بتوانین ڕژێمێکی بەنهێنیکردن دروستبکەین کە ڕاستەوخۆ هەڵەکان بدۆزێتەوە و تەنانەت ڕاستیشی بکاتەوە.

دۆزینەوەی هەڵەکان و ڕاستکردنەوەیان:

لە ناو ڕژێمەکانی بە نهێنیکردنی دووانی، یەکەمین ڕژێم بریتییە لە بە نهێنیکردنی مۆرسی (کۆدی مۆرسی) کە تێیدا تەنیا دوو هێما بەکاردێت، ئەوانیش خاڵ • و بەندەک –. 'ساموێل ئیف بی' داهێنەری ئەمەریکی، لە ساڵی 1844دا یەکەم پەیامی خۆی بە شێوەی نهێنی لە واشنتۆنەوە بۆ باڵتیمۆر نارد. ئەمەش بەنهێنیکردنێک بوو کە بۆ بروسکبەری (تێلیگراف) کارەبایی ناوەڕاستەکانی سەدەی نۆزدەهەم نەخشێنرابوو. لە بیرۆکەیەکی بچوکەوە بۆ داتاشینی نەخشەیەکی کارامە و مەزن. کۆدەکەی مۆرسی، پیتی A بە – • هێما کراوە، B بە ••• – و، C بە • – • – پیتەکانی دیکەش بە یەکبەدوای‌یەکی جیاواز لە خاڵ و بەندەک، بە نهێنی کراون. ئیشگۆڕکێی بروسکبەر، دەستەواژەیەکی وەک 'CAB' بە ڕیزبەندی ••• –/– •/• – • –دەنێرێت. هەرچۆنێک بێت، ڕژێمەکەی مۆرسی ئەوەندە لەبار نییە، چونکە لە هەڵە بەدەر نییە و ئەگەری هەبوونی هەڵەی تێدا هەیە. ئەگەر سەیری نمونەیەک بکەین. ئەگەر ئیشگۆڕکێی هێمایی مۆرسی بیەوێت دەستەواژەی 'CAB' بنێرێت و بیکاتە هێما، بەڵام بە کردنی هەڵەیەک ئەویش کاتێ لە C بەندەکێک بکەینە خاڵێک و، لە A بەندەکێک لە بیربکەین، وە لە B خاڵێک بکەینە بەندەکێک، ئەوا ئەو هێمایەی کە ئێمە دەینێرین، بەم شێوەیە /••– –/•/• – •• دەگاتە لایەنی دووەم، کاتێکیش دەیگۆڕن بۆ وشە و پیتی ئاسایی، دەبێتە 'FEZ'.

لە ئاستێکی پێشکەوتووتر، دەتوانین سەیری ڕژێمێکی دیکەی بەنهێنیکردن بکەین کە لە سفرێک 0 و یەک 1 پێکهاتووە، کاتێک 0 وشەیەک دەنوێنێت و 1 وشەیەکی دیکە یاخود فرمانێکی جیاواز. وادانێ کە فەرماندەیەکی سوپا، پێوستە پەیامێک بۆ سەربازەکانی بنێرێت، پەیامەکەش یەکێکە لەم دوانە 'داگیری بکەن' یان 'داگیری مەکەن'. فرمانی داگیرکردن بە "1" بەنهێنی کراوە و داگیرنەکردن بە 0. خۆ ئەگەر 1 یەکێک یان 0 سفرێک بەهەڵە و کەموکورییەوە بگوازرێتەوە، ئەوا ئەوان هەرگیز لە پەیامەکە تێناگەن و هەرچی کاروجوڵانەوەیەک کە سەبازەکان دەیکەن، لەوەیە پڕاوپڕبێت لە هەڵە و نادروستی.

دەتوانین بابەتەکە زیاتر بەرەو پێش بەرین بەهۆی بەکارهێنانی نووسینی نهێنی کە درێژییەکەی 2 بێت- لە دوو ڕەنووس پێکهاتبێت. ئەگەر ئەمجارە وشەی 'داگیربکەن' بە 11 و وشەی 'داگیرمەکەن' بە 00 هێمابکەین، ئەمە لەوەی پێشوو باشترێکە، چونکە ئەگەر لەوەی پێشوو هەڵەیەک ڕوویدابایە، نەمان دەزانی، بەلام لێرە ئەگەر هەڵەش ڕوو بدات، بە ئەگەرێکی کەم ڕوودات و، پێشییەوە دیارە کە هەڵەیەک هەیە. لەم بارەدا ڕەنگە هەڵەیەکی لەم چەشنە بکرێت 01 یان 10، ئەگەریش بە هێما وەک پەیامێک بنێردرێت، کەسی وەرگر دەستبەجێ ئەزانێت کە هەڵەیەک هەیە. بۆیە سوودی ئەم ڕژێمە بە بەراورد بە ڕژێمەکەی پێشوو، ئەوەیە کە ئاسانتر و باشتر دەستنیشانی هەڵە دەکرێت. لەگەڵ ئەوەشدا، هێشتا نازانین کە ئەگەر هەڵەیەکی لەم شێوە ڕوویدا، چۆن ڕاستبکرێتەوە؟ ئەگەر 01 پێگەیشت، چۆن بزانین کە ئەمە مەبەست لە 00 یان 11 کامیانە؟

ئەگەر هێشتا بیر لە ڕژێمێکی باشتر بکەینەوە، ئەوەیە کە نووسینێک بە شێوەی نهێنی، پتر درێژبکەین. ئێستا ئەگەر بۆ وشەی 'داگیربکەن' 111 و بۆ 'داگیرمەکەن' 000 بەکاربێنین. لەم ڕژێمە و هەموو ڕژێمەکانی دیکە، ئەگەری ڕوودانی هەڵە هەر هەیە، بەلام ئەوەی لێرە گرینگە، درککردنە بە هەڵە و ڕاستکردنەوەیەتی. لەم ڕژێمە ئەگەر 110 بگاتە

دەستی وەرگر، ئەوا کەسی وەرگر ئەزانێت هەڵەیە هەیە و، دەشزانێت کە ڕاستییەکەی بریتییە لە 111، ناکرێت ڕاستی ئەم نهێنییە 000 بێت، چونکە 110 لە 111 نزیکترە وەک لە 000. کەواتە لەم ڕژێمە، هەڵەکە ڕاستەوخۆ لە لایەن کەسی وەرگر ڕاستدەکرێتەوە بەبێ ئەوەی پێویستی بەو کەسە بێت کە ئەم نهێنییەی ناردییە. لەم ڕژێمە کە تەنیا دوو نهێنی-کۆد هەیە، هەمیشە ئەگەری درککردن بە شتە ڕاستەکە لە سەرو 0.5 دایە، ئەمەش واتای ئەوەیە ڕوودانی هەڵەی سەد لە سەد، زۆر کەمە.

هەمان بنەما بەکاردێت کاتێک پرۆسەی وشەکە لە دۆخی ڕاستکردنەوەی خودکار دایە. بۆ نموونە ئەگەر بنووسن "مازەڵ" ئەوا ڕاستەکەرەوەی وشە؛ نزیکترین وشەی ڕاست هەڵدەبژێرێت کە نزیکترینە لە وشەی "ئاژەڵ". بەڵام لە زمانی کوردی و زمانەکانی تریش، وەک ئینگلیزی، زۆر جار وشەیەک لێکچووی زۆری هەیە، بۆ نموونە وشەی "ماع" لە وشەکانی "مار، ماڵ، ماک، مام و مات" نزیکە، لێرە تووشی سەرلێشێوان دەبین کە ئاخۆ مەبەستی "ماع" دەبێت کامەیان بێت، کەواتە هەموو ئەمانە لە هەڵەیەک، لە یەکتر دەچن.

کۆدی هاوچەرخی دووانی لە وشەکۆد پێکهاتووە، ئەوانیش خشتەیەکن لە سفرەکان و یەکەکان پێکهاتوون. بەهۆی هەڵبژاردنی وشەهێمایەکی ڕەوان کە بای ئەوەندە لێکدووربن و جیابێت، هەردوو کاری نیشانکردن و ڕاستکردنەوە ئاسان و لەبار دەبێت. وشەهێماکانی "کۆدی مۆرسی" زۆر لێکەوە نزیکن، بەڵام ڕژێمی کۆدی هاوچەرخ کە هەمیشە زانیارییەکانی لە سەتەلایتەوە دەگوازێتەوە، هەمیشە دەکرێت لە دۆخی ڕاستکەرەوەی خودکار جێگیر بکرێت- خۆی ڕاستبکاتەوە. وشەهێمای درێژ لەگەڵ هەبوونی توانەدنێکی بەرز لە ڕووی ڕاستکردنەوەی هەڵە، کاتی زۆر دەبات بۆ گواستنەوە، بۆیە پەیوەندییەک لە نێوان درێژی کۆدەکان و خێرایی لە گواستنەوە هەیە. گەشتەکان بۆ بۆشایی ئاسمان لە لایەن ناساوە، ئەو هێمایانەیان تێدا بەکارهێناوە کە ڕاستکردنەوەی سێ- هەڵەن، ئەم هەڵانەش دڵخۆشکەرانە پیشتڕاستی ئەو ژاوەژاوەن کە دەیخەنەوە.

بەنهێنی کردنی نامەکان:

سـێزار نامەکـانی بە نهێنـی پاراسـت، ئەویـش بەهـۆی ئەوەی کە پیتەکـانی بە چەنـد هێمـایەک گـۆڕی و، بە هێماکـان وشـەکانی نووسـیەوە و کلیلـی تێگەیشـتن لەم هێمایـانە تەنیـا خـۆی دەیزانـی. ئەگەر بێـت و کلیلـی ئەو وشـانە کە هەمـووی بە هێمـا نووسـراون بکەوێـتە دەسـتێکی هەڵە، ئەوا هەمـوو پـلان و نووسـراوەکانی بـۆ نەیـار[1] ئاشـکرا دەبێـت. لە سـەدەکانی ناوەڕاسـت، شـاژنی سـکۆتی 'مـاری' لە خـانەی زینـدانییەکەیەوە نـامەیەکی نهێنـی نـارد، نـامەیەک کە کەسـی ئاسـایی لێـی حـاڵی نەدەبـوو. مـاری لەم کارەیـا ئـامۆزاکەی، شـاژن ئلیزابێـی لە خەیاڵـدا بـوو، بەو ئامـانجەش نـامەکە بگـاتە دەسـتی ئەو، بەڵام ڕێگـری لە نـامەکە کـرا. هێماکـارییەکەی مـاری لەسـەر بنەمـای جێگـۆڕکی ڕۆنـرا بـوو، بەڵام نـامەکە دەتوانـدرا شـیبکرێتەوە بەهـۆی سـەرنجدانی دووبـارەبوونەوە پیتەکـان و هێمـایە بەکارهاتووەکـان، لەمەوەش کلیلـی کـۆدەکە ئاشـکرا بـوو. لە جەنگـی جیهـانی دوومـدا، ئـامێری ئینیگمـای[2] ئەلمـانی بە دۆزیـنەوەی کلـیلەکەی، درزی

---

[1] نەیار: دوژمن؛ دوژمنێکی ئاشکرا

[2] لە جەنگـی دووەمـی جیهانیـدا، هێـزی دەریـایی و ئاسـمانییەکانی سـوپای ئەڵمانیـا، ڕۆژانە بە هەزاران نامەیـان لەنێـوان یەکتریـدا ئـاڵوگۆڕ دەکـرد لە ڕێـگەی ئـامێری تـایبەت بەنـاردن پەیامەکـان. بـۆ پاراسـتنی زانیارییەکانیـان و نامەکانیـان، ئەڵمانییەکـان ڕژێمێکـی پاراسـتنی تـایبەت بەخۆیـان دارشـت کە ناسـرابوو بە ئینیگمـا ($Enigma$)، کە تێکشـکاندنی لەڕێـگەی مێشـکی مـرۆڤەوە کـارێکی تـاڕادەیەک ئەسـتەم بـوو، ئەویـش بەهـۆی ئـاڵۆزی و زۆری ئەگەرەکـانیەوە. بـۆیە زانـای بیرکـاری بە ڕەگەز بەریتـانی 'ئـالان تورینـگ'، پەرەی بە ئـامێرێکی کۆمپیـوتەری تـایبەت بەخۆیـدا بە مەبەسـتی شـکاندنی ئینیگمـا .ئەم داهێنـانەی ئـالان لە سـاڵی 1943 سـەرکەوتنی بە دەسـتهێنا و هێـزە هەواڵگرییەکـانی هاوپەیمانـان بە هـۆیەوە لە هەرخولەکێکـدا 2 نـامەی بە هێمـاکراوی ئەڵمانییەکانیـان دەشـکاند و لە مانگێکیشـدا 84,000 دانە، هەر نـامەیەکی ئەڵمانییەکـان و زانیارییەکـانی نـاوی، لەدوای 15 خـولەک لە دەرچـوونی دەگەیشـتە دەسـت هێزەکـانی هاوپەیمانـان. مێژوونوسـان ئامـاژە بەوە دەدەن کە بەهـۆی ئـالان تیـورینگەوە، نـزیکەی (21 – 14) ملیۆن کەسی لە مردن ڕزگار بوو.

تـــێکەوت. لەم بـــارەدا ئەمە ئالنگـــارییەکی بەهێـــز بـــوو، بەڵام هێمایەکـــان وەک ئەوەی کە دیـــار بـــوو، لاواز دەینوانـــد، چـــونکە کلـــیلەکە وەک بەشـــێک لە نامەکە دەگوێزرایەوە.

لە ســـــاڵی 1970sدا، پێشـــکەوتنێکی دڵـــداخورپێن لە بەنهێنیـــی کردنـــی نامەکـــان دۆزرایەوە و عەرشـــی بـــابەتی کۆدەکـــانی هەژانـــد. دوورکەوتـــنەوە لە بەرامـــبەر هەمـــوو ئەو شـــتانەی کە پێشـــتر مـــایەی بـــاوەڕ بـــوون، ئەویـــش: کلیلـــی نهێنیـــیەکە بـــۆ هەمـــووان ئاشـــکرابکرێت، لەگەڵ ئەوەشـــدا پەیامەکـــان تەواو بە ســـــەلامەتی وەک خـــــۆی بمێنێـــــتەوە. ئەمە ئەو شـــــتەیە کە پێـــــی دەوتـــرێ "شـــفرەکردنی کلیلـــی ئاشـــکرا". ئەم شـــێوازە- میتـــۆدە، شـــێوازێکە کە پشـــــت بە بیردۆزێکـــــی کـــــۆنی تەمەن 200 ســـــاڵی دەبەســـــتێت لە لقێکـــــی بیرکاریـــــدا کە شـــــکۆدارکرداوە بەوەی لە شـــــتگەلێکی دیـــــکە زۆر مەزن و گەورەترە.

ڕژمـــی کلیلـــی ئاشـــکرا پـــارێزراو دەبێـــت ئەگەر بێـــت چەنـــدین کۆمپیـــوتەری زۆر بەهێـــز بەیەکەوە ببەســـترێنەوە، ســـەرکەوتووترن لە هەڵوەشـــاندنەوەی ژمـــارەیەکی بەنهێنیکـــراو. ئەوەی گـــرینگە بیـــزانین، ئەوەیە کە دروســـتکردنی ڕژێمێکی بەنهێنیکردن ئاسانە، لێ شکاندنی لەوەیە زۆر ئەستەم بێت.

کورتەی بیرۆکەکە

پاراستنی نامەکان بە نهێنی

کارنامە

55 پ.ز	1750	1844
جولیوس سیزار نووسینی نهێنی و هێمایی بەکارهێنا بۆ بەستنی پەیوەندی لەگەل ژەنەڕالەکانی.	بیردۆزەکەی ئۆیلەر، بنچینەکانی شەفرەکردنی کلیلە ئاشکراکانی سەپاند.	مۆرسی[1] یەکەمین نامەی گواستەوە بە بەکارهێنانی ڕژێمێکی تایبەت بەخۆی.

1920s	1950	1970
ئامێری ئنیگما[2] گەشەی سەند.	ڕیچارد هامینگ[3] لە مەڕ نووسینە نهێنییەکان، توێژینەوەیەکی لەسەر دۆزینەوەی هەڵەکان و چاککردنی هەڵەکان بلاوکردەوە.	شەفرەککردنی کلیلی ئاشکرا، گەشەی سەند.

[1] *Morse*
[2] *Enigma*
[3] *Richard Hamming*

41 ژماردنی پێشکەوتوو

یەکێک لە لقەکانی بیرکاری، پێی دەوترێ سازان و هەندێجاریش بە ژماردنی پێشکەوتوو ناودەبرێ. ئەم باسە، دەربارەی سەرجەمی ستوونەکان نییە وەک ئەوەی لە مێشکت وێنەت بۆ کردبێت. 'چەند' پرسیارێکە، بەڵام 'شتەکان چۆن چۆنی لێکدەدرێن؟' ئەمە باسەکەیە. هەندێ کات پرسیار و کێشەکان زۆر بە سادەیی باسدەکرێت، ئەمەش وادەکات کە لە بابەتەکە حاڵی بیت ئەگەر بنچوبنەوانی پرسەکەش نەزانین- ج پێویست ناکات کە شتگەلێکی زۆر سەرەتایی بزانیت پێش ئەوەی دەستوقۆڵت بۆ پرسەکە هەڵبکەیت. ئەمەش گەلێ جار کێشەی تێکەڵ دروستدەکات. بەڵام پێویستیشە لە سەریان کە ئاگاداری تەندروستییان بن: هۆگربوون و خو پێوەگرتن دەشێ رووبات و ئەمەش بەدڵنیایی دەکرێت ببێتە هۆکاری خەوزڕانیان.

چیرۆکێک لە ست ئیڤسەوە:

مندالان هەر لە تەمەنێکی کەمدا، دەتوانن دەست بە سازان بکەن و شتی سەیر و تێکەڵ دروست بکەن. داینگەی نەریتی ڕیتم پرسیارێکی کەمێ تێکەڵ دەخاتە ڕوو:

لە گوندێکدا، پیاوێک حەوت ژنی هەیە

هەر ژنێک حەوت منداڵی هەیە

هەر منداڵە و حەوت پشیلەی هەیە

هەر پشیلەو حەوت بێچووی هەیە

ئێستا بە هەمووی دەکاتە چەند ڕووح؟

بەهۆی ئەم خشتەی خوارەوە، وەڵامەکە ڕووندەکەینەوە:

پیاو	7	1
ژن	7	7
منداڵ	7 × 7	49
پشیلە	7 × 7 × 7	343
بێچووە پشیلە	7 × 7 × 7 × 7	2401
سەرجەم		2801

ئەمە یەکێکە لە ژماردنە پێشکەوتووەکان. لە ساڵی 1858دا، ئەلیکساندەر ڕاهید سەردانی لوکسەر دەکات و پاپیرۆسێکی 5 مەتری میسرییەکان دەبینێت کە ئاماژە و نووسراوی بیرکارییانەی لەسەر نەخشێنراوە، ئەم پاپیرۆسانەش مێژووەکەی بۆ 1800 پێش زایین دەگەڕێتەوە. ئەلیکساندەر ئەم پاپیرۆسەی کڕی. دوای چەند ساڵێک ئەم پاپیرۆسە لە مۆزەخانەی بەریتانیا پارێزرا و، زمانە هیلۆگرافییەکەیان وەرگێڕا. پرسی ژمارە 79 لەسەر پاپیرۆسەکەی ڕاهید، پرسێک بوو سەبارەت بە کێشەی ماڵ و پشیلە و مشک و گەنم هاوشێوەی نمونەکەی ئێمە (لە گوندێک...) شێکاری ئەم پرسەش وەک خشتەکەی سەرەوەی ئێمە، لە ژمارە 7 کۆکراوەتەوە. بۆیە لەمەوە بۆمان دەردەکەوێت کە سازان مێژووەکی دێرینی هەیە.

لێکدراوی ژمارەکان:

پرسی "ڕیزی چاوەڕوانی" بەیەکەمین چەکمان دەناسێنێت لە کارخانەی چەک- لێکدراوی ژمارە. واگریمان بکە کە *Alan, Bryar, chra, Diyar & Elin* هەموو لە ڕیزێک نۆرەیان گرتییە:

E C A B D

کە ئیلیـن سـەری ڕیـزەکەیە و، بەدوای ئەوەوە چـرق، ئـالان، برِیـار و، بە دیـار ڕیـزەکە کۆتـایی دێـت. بە شـوێنگۆڕینی کەسـەکان، شـێوە و داڕشـتنی جیـاواز لە نـۆرەکە دروسـت دەبێـت، ئـالێرە پرسـیارەکە ئەوەیە: بەو 5 کەسـە دەتوانین چەند ڕیزی لێکجودا دروست بکەین؟

هـونەری ژمـاردن لەم نمـونەیەدا، پشـت بە هەڵبـژاردن دەبەسـتێت. لەبەر ئەوەی 5 کەسـمان هەیە، کەواتە بـۆ سـەری ڕیـزەکە- یەکەم کەس، 5 هەڵبـژاردە هەیە، کـاتێ کەسـێک دەبێـتە سـەری ڕیـزەکە، ئەوا 4 کەس دەمێنێـتەوە تـا ببـنە کەسـی دووەم لەم ڕیـزە، کە کەسـی دووەم هەڵبژێـردرا، 3 کەس دەمێنێـتەوە بـۆ کەسـی سـێیەم لە ڕیـزەکەدا، کە کەسـی سـێیەمیش دەستنیشـانکرا، 2 کەس دەمێـتەوە بـۆ نـۆرەی چـوارەم لە ڕیـزەکەدا، کاتێـک ئەویـش دەستنیشـانکرا، یەک کەس دەمێنێـتەوە، ئەویـش دەبێـتە کۆتـا کەسـی ڕیـزەکە چـونکە هەڵبـژاردەی دیـکە لە گـۆڕێ نامێنێـت. کەواتە ژمـارەی ئەو ڕێگایانە، دەکاتە:

$$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

کەواتە 120 ڕێگـای جیـاواز هەیە بـۆ ڕیزکردنـی ئەو پێنج کەسە[1].

ئەم جارە ئەگەر 6 کەسمان هەبێت، ئەوا ژمارەی ڕیزە جیاوازەکان، دەکاتە:

$6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$ ڕێگا.

بۆ 7 کەس، دەکاتە $7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5040$ ڕێگای جیاواز.

ژمارە	لێکدراو
0	1
1	1
2	2
3	6
4	24
5	120
6	720
7	5 040
8	40 320
9	362 880

ئەو ژمـارەی کە بەهـۆی لێکـدانی *ژمـارەیەک* لەگەڵ ژمـارە تەواوەکـانی نێـوان خـۆی و 1 دروسـت دەبێـت، پێـی دەوتـرێ 'لێکـدراوی ژمـارە'. نووسـنی ئەم جـۆرە ژمـارەیەش، بە زوبـانی بیرکـاری بە هێمـایەک گوزارشـتی لێـدەکرێت، بـۆ نمـونە لێکـدراوی ژمـارە 5 بەم شـێوەیە

[1] ئەگەر 5 ژمـارەت هەبێـت، بـۆ نمـونە 3,5,7,8,9، ئەوا لەم 5 ژمـارەیە 120 کۆدی جیاواز دروست دەبێت.

دەنووســـــریت !5 (دەخوێنـــدرێتەوە؛ لێکـــدراوی 5) لە جیـــاتی ئەوەی بەم شــێوەیە بنووســـین: $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$. ئەگەر ســـەیری هەنــدێ نمــونە بکەیــن (لێکــدراوی 0؛ بە بیرکارییــانە !0 کە دەکــاتە یەک؛ $0! = 1$)، دەبینـــین کە لێکـدراوی ژمــارەیەکی بچــوک، شــتێکی گەورەی لــێ دەکەوێــتە. ژمــارە n ڕەنگە بچوک بێت، بەڵام $n!$ دەکرێت زۆر گەورەبێت.

ئەگەر ئێســـــتا حەز بە ڕیزکردنــــی 5 کەس بکەیـــن، بەڵام ئەم جـــــارە بیرۆکەیەکـی نــوێ دەخەیـنە نــاو بــابەتەکە. وادانــێ کە هەشـت کەسـمان هەیە $A, B, C, D, E, F, G\& H$، شـــیکردنەوە و شـــرۆڤەکردنی ڕیزەکـــان هەمـــان شــتە لەگەڵ بــاری پێشــوو. هەڵبژاردنــی کەســێک بــۆ ســەری ڕیــزەکە، 8 کەس هەیە، بــۆ نــۆرەی دووەم لە ڕیــزەکە، 7 کەس هەیە، تــا کۆتــایی بەم شــێوەیە. بەڵام ئەمجــارە ئەگەر بپرســین: چەنــد ڕێگــای جیــاواز هەیە بــۆ دروســتکردنی ڕیزێــک لەم 8 کەســە بەڵام 4 هەڵبــژاردە بــۆ کۆتــایی ڕیـــزەکە هەبێــت. ژمارەی ڕێگاکان لەم بارەدا، دەکاتە:

$$8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 = 6720$$

ئەمەش دەکرێت بەهۆی بیرۆکەی لێکدراو بنووسرێت، چونکە:

$$8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times \frac{3 \times 2 \times 1}{3 \times 2 \times 1} = \frac{8!}{3!}$$

گونجێنەکان:

لە هەمــوو ئەو ڕیــزانەی لەســەرەوە باســمانکرد، ڕێکخســتن- پــاش و پــێش- دەوری هەبــوو، چــونکە ئەو شــتەی وادەکــات ڕیــزی جیــاواز دروســت بێــت، شوێنی پیتەکانە. بۆ نمونە ئەم دوو ڕیزە:

$$C\ E\ B\ A\ D \qquad D\ A\ C\ E\ B$$

لە هەمـــان پیـــت پێکهـــاتوون، بەڵام شـــوێنی پیتەکـــان جیـــاوازە، ئەم جیــاوازییەش ڕیــزی جیــاواز دەنوێنێــت. ئــێمە دەزانــین کە !5 ڕێگــای جیــاواز هەیە بــۆ دروســتکردنی ڕیزەکــان لەو 5 پیــتە. ئێســتا گەر بــابەتەکە خۆشــتر بکەیــن و بیــرۆکەی تــازە بێنیــنە بەر بــاس، ئایــا چەنــد ڕێگــا جیــاواز هەیە بــۆ

هەڵبژاردنــــی 5 کەس لە 8 کەس (یــــان دروســــتکردنی کــۆدێکی 5 ژمــــارەیی کە 8 ژمــــــارە لە بەردەســــــــتمانە). بــــــۆ ئەم مەبەســــــــتە، دەبێــــــت $8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 = 6720$ دابەشــــی !5 بکەیــــن، بــۆیە ژمــــارەی ڕێگــــان بۆ هەڵبژاردنی 5 کەس لە 8 کەس، دەکاتە:

$$\frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 56$$

ئەم ژمــــارەیە، دەتوانــــدرێت بە بەکارهێنــــانی ! بنووســــرێت و پیتــــی C بــۆ گونجێنەکان بەکاربێنین، بەم شێوەیەش دەینووسین C_5^8 و دەکاتە:

$$C_5^8 = \frac{8!}{3!\,5!} = 56$$

بە شێوەیەکی گشتی:

$$C_r^n = \frac{n!}{(n-r)!\,r!}$$

لە تیروپشکی نیشتیمانی بەریتانیا، یاساکە بەم شێوەیەیە: هەڵبژاردنی 6 ژمارە لە 49 ژمارە- ئایا ژمارەی ڕێگاکان چەندە؟

$$C_6^{49} = \frac{49!}{(49-6)!\,6!} = \frac{49 \times 48 \times 47 \times 46 \times 45 \times 44}{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 13,983,816$$ ڕێگا

لەبەر ئەوەی تەنیا یەک گونجێن دەبێتە براوە، کەواتە بە نزیکەیی؛ شانس یەک لە 14 میلیۆنە بۆ هەر ڕێگایەک، نزیکە لە سفر، لێ سفر نییە.

کێشەی کێرکمان:

ســـــازان بــــواریکی زۆر فــــراوان و دێــــرینە، لەگەڵ ئەو مێــــژووە کــــۆنەی کە هەیەتــی، لەو 40 ســـاڵەی دوایــی پێشــکەوتنی زۆری بەخــۆیەوە بینــی، ئەویــش بەهــــۆی زانســــتی کۆمپیــــوتەرەوە. پــــرس وکێشــــەکان، ئەوانەی کە تیــــۆری هێلکــــاری و چوارگۆشــــــەی لاتینــــی دەگــــرنە خۆیــــان، وەک یەکێــــک لە ســــــازانەکانی هــــاوچەرخ دادەنــــدرێت. کیریکمــــان لە دروســــتکردنی چەنــــدین بــنەڕەت- بنچیــنە بەشــداری کــرد بــۆ لێکــدانەوەی ئەنــدازە، تیــۆری گــرووپ و ســــازانەکان، بەڵام هەرگیــــز لە زانکــــۆ نەچــــووە بــــۆ وادە (مۆعیــــد). ئەو مەتەڵە سەیروســــــەمەرەیەی بــــــوو کە ناوبــــــانگی خــــــۆی پێگەڕانــــــدنەوە وەک لە

بیرکـاریزانێکی هـیچ و بێمانـا بـۆ بیرکـاریزانێکی زیـرەک و کـارزان، ئەوا ئەو شـتەیە کە هەمیشـە پێـی دەناسـرێت و بـۆتە نـاو و نـاتورەک بـۆی. لە سـاڵی 1850دا، کیریکمـان "کێشـەی 15 قوتـابی لە قوتابخـانەی کچـان"ی ناسـاند کە تێیـدا کچەکـان لە هەمـوو ڕۆژێکـی هەفـتە بە پێـنج ڕیـزی سـێ کەسـی بەرەو کەنیسـە دەچـن. ئەگەر بـابەتی سـۆدۆکۆ بێـزاری کـردووی، لەوانەیە حەز بـکەی ئەم پرسـە شـیکار بـکەی. ئێسـتا پێوسـتە خشـتەیەکی ڕۆژانە ڕێکـبخەین بـۆ ئەوەی هـیچ دوو قوتـابییەک زیـاتر لە جارێـک نەکەونە لای یەکتر. بە بەکارهێنانی پیتی بچوک و گەورە، ناوی کچەکان ئەمانەن:

aylin, bahar, chro, dona, eman, frmisk, gulan, Ashna, Biry, Cheman, Dunya, Esra, Ftema, Gulala & Veyan.

ئێسـتا ناوەکـان بە پێـی پیتـی یەکەمـی ناوەکـان کورتـدەکەینەوە: $a, b, c, d, e, f, g, A, B, C, D, E, F, G, V$ بۆ هەر ناوێک.

لە ڕاسـتیدا 7 شـیکاری لێکجیـاواز بـۆ کێشـەی کیریکمـان هەیە، وە یەکێـک کە ئـێمە دەیڵـێین، بـریتییە لە "بـازنەیی-خـولی" کە دروسـت دەبێـت بەهـۆی سوڕانەوەی بازنەیی.

یەکشەممە			دووشەممە			سێشەممە			چوارشەممە			پێنجشەممە			هەینی			شەممە		
a	A	V	b	B	V	c	C	V	d	D	V	e	E	V	f	F	V	g	G	V
b	E	D	c	F	E	d	G	F	e	A	G	f	B	A	g	C	B	a	D	C
c	B	C	d	C	A	e	D	B	f	E	C	g	F	D	a	G	E	b	A	F
d	f	g	e	a	b	f	a	b	g	b	c	a	c	d	b	d	e	c	e	f
e	F	C	f	G	D	g	A	E	a	B	F	b	C	G	c	D	A	d	E	B

ئەمە پێـی دەڵـێن "خـولی" چـونکە لە هەر ڕۆژێکـی دواتـر، خشـتەی ڕۆیشـتنەکە بـۆ کەنیسـە گۆڕانکـاری بەسـەردادێت: a بـۆ b، b بـۆ c، تـا خـواری g بـۆ a. هەمـان شـت بـۆ پیـتە گەورەکـانیش: A بـۆ B، B بـۆ C، بەم شـێوەیە تـا کۆتـایی. ئەو کـچەی کە لە تەواو هەفـتەکە شـوێنی ناگۆڕێـت و هەر وەک خـۆیەتی، $Veyan$ە. ئێسـتا لەو خشـتەی سـەرەوە دەبینـین کە هیچ دوو قوتابییەک زیاتر لە جارێک ناکەونە لای یەکتر.

هۆکـاری نادیـاری و بـزر بـۆ هەڵبژاردنـی ئاماژەکـان و ڕیزەکـان بەم شـێوەیە، ئەوەیە کە ڕیزەکـان ڕاسـتەهێڵی فـانۆ دەنـوێنن بە پشـت بەسـتن بە

ڕژێمـــی فـــانۆ. کێشـــەی کیریکمـــان تەنیـــا یـــارییەکی گشـــتی نیـــیە، بەڵکـــو پارچەیەکە لە بیرکاری گشتی.

کورتەی بیرۆکەکە

چەندێک لە گونجێنەکان؟

کارنامە

1800 پ.ز	1100	1850
پاپیرۆسـی ریهـاد[1] لە میسر نووسرا.	"ڤاسـکارا" مامەڵەی لەگەڵ گونجێنەکان و گۆڕینەکان کرد.	"کیریکمان"[2] پرسی 15 قوتابییە کچەکانی ڕۆنا.
1930	**1971**	
"فرانک ڕەمزی"[3] لەسەر گونجێنەکان کاری کرد.	"ڕەی- چوخوری و ویلسن"[4] هەبوونی ڕژێمی گشتی کیرکمانیان سەلماند.	

---

[1] *The Rhind Papyrus*
[2] *Kirkman*
[3] *Frank Ramsey*
[4] *Ray – Chaudhuri & Wilson*

42 چوارگۆشە ئەفسوناوییەکان

بیرکاریزانێک وای نووسی: "هاردی" وەک نیگارکێش یان هۆزانڤان وایە و دروستکەری شێوازە سەرنجڕاکێشەکانە. چوارگۆشەی ئەفسوناوی لە قەوارەی باوی بیرکارییانە، شێوازێکی زۆر ڕێک و زیرەکانەی هەیە. ئەم بابەتەش، دەکەوێتە سەر سنوری نێوان بیرکاری هێمایی و ئەو شێوازە سەرنجڕاکێشانەی کە بەمەتەڵ خۆشەویستن و بە مەتەڵ دەچێتە نێو بیری خەڵکی.

چوارگۆشەی ئەفسوناوی، چوارگۆشەیەکی خانەخانەییە کە لە ناو خانەکان، ژمارەی تەواوی لێکجیاواز دەنووسرێت، نووسینی ژمارەکانیش مەرجی خۆی هەیە کە دەبێت سەرجەمی هەر ڕیزێک، هەر ستوونێک و هەر تیرەیەک بکاتە هەمان ژمارە.

چوارگۆشەکان تەنیا لەگەڵ یەک ڕیز و یەک ستوون هونەرییانە ئەمانە چوارگۆشەی ئەفسوناوین، بەڵام ئەوەندە سەرنجڕاکێش نینە، بۆیە ئێمە پەراوێزیان دەخەین. هیچ شتێکیش نییە پێی بوترێ چوارگۆشەی ئەفسوناوی کە دوو ڕیز و دوو ستوونی هەبێت.

a	b
c	d

مەبەست ئەوەیە کە چوارگۆشەیەک بێت وەک ئەوەی کە لە تەنیشت نیشاندراوە. لەبەر ئەوەی کە سەرجەمی ڕیزەکان و ستوونەکان دەبێت یەکسان بێت، ئەوا: $a + b = a + c$. ئەمەش واتای ئەوەیە کە $b = c$، ئەمەش دژەیەکە لەگەڵ ئەوەی کە وتمان دەبێت ژمارەی هەموو خانەکان لە یەکتر جیاواز بن.

چوارگۆشەی لۆ شو:



زانیمـان کە چوارگۆشـەی 2 × 2 بـوونی نیـیە بەو مەرجەی کە دانـراوە. کەوایە هەنگـاو بـۆ چوارگۆشـەی 3 × 3 دەنێـین و ئەویـش تاقیدەکەینەوە کە ئـاخۆ چوارگۆشـەی ئەفسـوناوییە یـان نـا. ئێسـتا وادانـێ کە ئەو شـێوە 3 بە 3مـان هەیە وەک لە وێـنەکە نیشـاندراوە لەگەڵ 9 خـانە.

ئێسـتا ئامانجمـان ئەوەیە ژمارەکـانی 1 تـا 9 بەکـاربێنین تـا هەر 9 خـانە پـڕبکەینەوە، بەڵام دوو مەرجمـان هەیە، یەکەم: نابێـت ژمـارەیەک دووجـار بەکاربێـت. دووەم: دەبێـت سـەرجەمی هەر ڕیزێـک، هەر سـتوونێک و هەر تیرەک یەکسان بێت.

بـۆ چوارگۆشـەیەکی وا بچـوک، لەوەیە کە بتـوانین ئامـانجەکە بپێکـین ئەویـش بەهـۆی تـاقیکردنەوەی ژمارەکـان- بە ڕەچـاوکردنی دوو مەرجەکە. بەڵام لە سـەرەتادا پێوسـتە هەنـدێ ڕێنیشـاندەر دروسـتبکەین وەک بەرچـاوڕوونییەک تـا بتـوانین یـارمەتی خۆمـانی پێبـدەین. لەسـەرەوە وتمـان ژمارەکـانی 1 تـا 9 بەکـاردێنین (9 ژمـارەیە)، چوارگۆشـەکەش لە 9 خـانە پێکهاتووە، کەوایە سەرجەمی هەموو خانەکان دەکاتە:

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45$$

ئێسـتا ئـێمە سـێ ڕیزمـان هەیە (سـتوون و تیـرەش)، سـەرجەمی ڕیزەکـانیش وەک یەکتـرن، کەوایە 45 دابەشـی 3، دەکـاتە 15. ئەمە واتـای ئەوەیە کە سـەرجەمی هەر ڕیزێـک (سـتوون و تیـرەش) دەبێـت بکـاتە 15. ئێسـتا بـا سـەیری خـانەی ناوەڕاسـت بکەیـن، ئەم خـانەیە هاوبەشـە لە هەردوو تیرە (تیـرەی سـەرەکی و تیـرەی ناسـەرەکی)، ئـێمە ئەو خـانەیە نـاو دەنێـین c. هەروەهـا c هاوبەشـە لە نێـوان ڕیـزی ناوەڕاسـت و سـتوونی ناوەڕاسـت. ئێسـتە چـوار هێڵمـان هەیە کە c دەگـرنە خۆیـان، ئەوانـیش: هەردوو تیـرەکە، سـتوون و ڕیـزی ناوەڕاسـت. وتمـان سـەرجەمی هەر ڕیزێـک (سـتوون و تیـرەش) دەکـاتە 15، کەواتە سـەرجەمی هەردوو تیـرەکە، ڕیـز و سـتوونی ناوەڕاسـت دەکـات:

60 = 15 + 15 + 15 + 15 و ئەمەش دەبێت بکاتە سەرجەمی ژمارەکان؛ کۆ سێ ئەوەندەی c، واتا:

$$3c + 45 = 60 \Longrightarrow 3c = 15 \Rightarrow c = 5$$

ڕاستییەکی دیکە ئەوەیە کە بە هیچ شێوەیەک نابێت ژمارە یەک بخەینە سەر کوژبنەکانی چوارگۆشەکە (بۆچی؟). ئێستا کە ئەوەندەمان زانی، هەنگاوێکی زۆر باش هاتووین، بۆ ئەوانی تریش، خۆتان هەوڵبدەن بەهۆی تاقیکردنەوەی ژمارەکان.

بەدڵنیاییەوە ئێمە حەز بە ڕێگایەکی؛ تەواو ڕێکخراو دەکەین بۆ دروستکردنی چوارگۆشەی ئەفسووناوی. یەکێک لەم شێوازانە لە لایەن 'سایمۆن دی مش لۆبێری' دۆزرایەوە کە نوێنەری تایبەتی-باڵیۆزی فەرەنسا بوو بۆ پاشای 'سیام' لە کۆتاییەکانی سەدەی حەڤدەهەم. لۆبێری بە بیرکاری چینییەکان سەرسام بوو، هەر بۆیە ڕێگایەکی دۆزییەوە بۆ دروستکردنی چوارگۆشەی ئەفسووناوی کە ژمارەی ڕیزەکان و ستوونەکانی تاک بێت. ئەم ڕێگایە بەوە دەستپێدەکات کە ژمارە 1 لە ناوەڕاستی ڕیزی یەکەم دابنرێ و دواتر ژمارە 2 لە لە خوارووی ئەو ستوونە دابنرێ کە دەکەوێتە لای ڕاستی ژمارە 1. دواتر ژمارە 3 دەچێتە کۆتایی ئەو ڕیزەی کە دەکەوێتە سەر ژمارە 2. بۆ ژمارەکانی دیکەش بەهەمان شێواز[1].

8	1	6
3	5	7
4	9	2

شێکارێک بۆ چوارگۆشەیەکی 3 × 3 بە ڕێگای سیامیس

جێی سەرنجە کە ئەم چوارگۆشە ئەفسووناوییە، چوارگۆشەیەکی سەرەکییە و تاکە چوارگۆشەی ئەفسووناوی 3 × 3. هەموو چوارگۆشە

[1] لە پێگەی یوتوب ئەمە بنووسە: 'Magic squares of odd order De la Loubère Method' بۆ ئەوەی بە باشی لەم ڕێگایە تێبگەیت.

ئەفسوناوییەکانی دیکە، لەمەوە دروست دەبن، ئەویش بە خولاندنەوەی ژمارەکان بە گوێرەی ناوەڕاست (ژمارە 5 هەر لە شوێنی خۆی دەمێنێتەوە) یان بە شوێنگۆڕینی ڕیزەکان بە گوێرەی ڕیزی ناوەڕاست، گۆڕینی ستوونەکان بە گوێرەی ستوونی ناوەڕاست. ئەم چوارگۆشەیەش پێی دەوترێ چوارگۆشەی "لۆ شو" و 3000 ساڵ بەر لە زاین لە لایەن چینییەکانەوە بوونی هەبووە و ئەوان لەبارەیەوە دواون.

ئەفسانەکان دەڵێن کە یەکەمجار ئەمە لەسەر پشتی کیسەڵێک بینراوە لە ڕووبارەی لۆو. خەڵکی ناوچەکەش ئەمەیان وەک نیشانەیەک لە خوداوە وەرگرت کە ئەوان بەدوور نابن لە نەخۆشی و زیان هەتاکو قوربانی و یارمەتی زیاتر پێشکەش نەکەن.

باشە ئەگەر تەنیا یەک چوارگۆشەی 3 × 3ی ئەفسوناوی هەبێت، ئەی دەربارەی چوارگۆشەیەکی 4 × 4 چی؟ بۆ ئەوەیان جۆری جیاواز هەیە؟ وەلامەکە ئەوەیە کە 880 چوارگۆشەی لێکجیاواز هەیە (هەروەها بۆ چوارگۆشەیەکی 5 × 5 (پلە 5)، ئەوا 2,202,441,792 چوارگۆشەی ئەفسوناوی هەیە. ئەوەی کە تا ئێستا نایزانین، ئەوەیە کە ئایا بە شێوەیەکی گشتی بۆ چوارگۆشەیەک کە پلەکەی n بێت، چەند چوارگۆشەی ئەفسوناوی هەیە.

چوارگۆشەکانی دێرەر و فرانکلین:

چوارگۆشەی ئەفسوناوی لۆ شو بەهۆی تەمەنەکەی و تاقانەییەکەی ناسراوە، بەڵام چوارگۆشەی ئەفسوناوی 4 × 4، تایبەتە بە شێوازی کۆنی پەیکەرسازی و پەیوەستە بە هونەرمەندێکی بەناوبانگ. هەروەها چەندین تایبەتمەندی هەیە، بەچەشنێک کە زیاترە لە هەندێ چوارگۆشەی ئەفسوناوی بازاڕی کە 880 جۆری جیاوازی هەیە.

ئەمەش بـــریتییە لە چوارگۆشـــەیەکی 4 × 4 لە هەڵکـــۆڵینی "دێـــرەر"ە کە لە میلانچۆنیا لە ساڵی 1514 دروستی کردییە (سەیری وێنەکە بکە).

لە چوارگۆشـــەکەی دێـرەر، سـەرجەمی ڕیزەکـان، سـتوونەکان و تیرەکـان دەکـاتە 34، هەر ئەوەنـدەش نـا، دێـرەر تـوانی شـاکارەکەی (چوارگۆشـەکە) واژوو بکـات بەوەی کە لە ناوەڕاسـتی کۆتـا ڕیـز، ئەو بەروارەی تۆمـار کـرد کە کارەکەی تێدا تەواو کرد (1514).

زانـــا و سیاســـەتمەداری ئەمەریکـــی "بنیـــامین فـــرانکلین" بینـــی کە دروسـتکردنی چوارگۆشـەی ئەفسـوناوی؛ ئـامراز و ڕاهێنـانێکی بەسـوودە بـۆ تیژکـردنەوە و فراوانکردنـی مێشـک. فـرانکلین لەم کـارەدا شـارەزابوو، هەتـا ئەمڕۆشـی لەگەڵـدا بێـت؛ بیرکاریزانەکـان بیرۆکەیەکـی وایـان نیـیە سـەبارەت بەوەی کە فـــرانکلین چـــۆن ئەمەی کـــرد، چـــونکە ڕێـــی تێناچێـــت چوارگۆشـــەیەکی ئەفســـوناوی وا قەبـــارە گەورە، بەڕێـــکەوت دروســـتکرابێت. فـرانکلین ددانـی بەوە دانـا کە کـاتی گەنـج بـووە، زۆری کـاتی بەو شـتانەوە بەفیـرۆداوە ئەگەرچـی وەک کـوڕێکی لاو، بە شـێوەیەکی وەهـا قـوڵ نەخزابـووە نێـو "زانســـتی ژمارەکـــان". ئەو دانەیەی کە لە لاویـــــــدا دۆزیـــــیەوە ئەوەتـــانی (وێنەکەی تەنیشت).

52	61	4	13	20	29	36	45
14	3	62	51	46	35	30	19
53	60	5	12	21	28	37	44
11	6	59	54	43	38	27	22
55	58	7	10	23	26	39	42
9	8	57	56	41	40	25	24
50	63	2	15	18	31	34	47
16	1	64	49	48	33	32	17

لەم گۆڕپـانە جادووناسـایە، هەمـوو جۆرەکـانی هـاوجووتی دەردەکەوێـت. ســـەرجەمی هەمـــوو ڕیزەکـــان، ســـتوونەکان و تیرەکـــان دەکـــاتە 260، هەروەهـا سـەرجەمی "ڕیـزە چەماوییەکـان"یش دەکـاتە هەمـان ژمـارە، وەک لە وێـنەکە نیشـکمان خسـتۆتە سـەر یەکێکیـان (خـانە تۆخکراوەکـان). زۆر شـتی دیـکە هەیە بـۆ دۆزیـنەوە ئەگەر تێیـدا وردبیـنەوە- وەک سـەرجەمی چوارگۆشـــە 2 × 2ی ناوەڕاســـت لەگەڵ هەر چـــوار کـــوژبنەکە (زاویـــیە).

دەکــــــاتەوە 260. ئەگەر وردبیــــــتەوە، لە هەر چوارگۆشــــــەیەکی 2×2، ئەنجامێکی سەرنجڕاکێش دەدۆزیتەوە[1].

چوارگۆشە دووجاکراوەکان:

127^2	46^2	58^2
2^2	113^2	94^2
74^2	82^2	97^2

هەنـدێ چوارگۆشــەی ئەفســوناوی، دەکرێـت بەهـــۆی ژمـــارە دووجـــایە لێکجیاوازەکـــان، پڕبکـرێتەوە. پرســی دروســتکردنی ئەم جــۆرە چوارگۆشــــــەیە، لە ســــــاڵی 1876لە لایەن بیرکــاریزانی فەرەنســی 'ئێـدۆوار لۆکــاس' هەڵچـوڕا. تــا ئەم ســاتەش، هــیچ چوارگۆشـــەیەکی 3×3 نەدۆزراوەتەوە، هەرچەنـــدە هەوڵـــی زۆر بـــاش و نزیک هەبووە.

لەو خشــتەی ســەرەوە، ســەرجەمی هەر ڕیــز و ســتوونێک لەگەڵ تیــرەی ســـەرەکی، دەکـــاتە 21,609، بەڵام تەنیـــا تیـــرەی ناســـەرەکی ناکـــاتە ئەو ژمـــــارەیە، بەڵکـــــو دەکـــــاتە $127^2 + 113^2 + 97^2 = 38{,}307$. ئەگەر نیــازت وایە چوارگۆشــەیەکی لەم شــێوەیە بـدۆزیتەوە و مەرجەکــانی هەمــوو تێدا بێـتە دی، ئەوە لە پێشـدا دەبێـت چەنـد سـەلمێندراوێک لەبەرچـاو بگرێـت: دەبێـت بەهــای خــانەی ناوەڕاســت، لە 2.5×10^{25} گەورەتــر بێـت، کەواتە چەنــد ئامــاژەیەکی کەم هەیە بــۆ دۆزیــنەوەی چوارگۆشــەیەکی لەم شــێوەیە لەگەڵ ژمــارەی بچـوک. هەر بەڕاســتی ئــا ئەمەیە یەکبێـژی بیرکــاری، چــونکە ئەم باســە پەیوەنــدی بە بــابەتی 'چەمــاوە هێلکەییەکــان' هەیە، ئەو بــابەتەی کە بەکارهــات بــۆ ســەلماندنی 'دوایــین بیــردۆزی فیرمــات'. دوابەدوایــی، ســەلمێندرا کە هــیچ چوارگۆشــەیەکی 3×3 نیــیە کە دانەکــانی ســێجا یــان چوارجا بێت و مەرجەکانی چوارگۆشەی ئەفسوناوی جێبەجێبکەن[2].

---

[1] من دۆزیمەوە.

[2] بیرکــاری سروشــتێکی زۆر جــوانی هەیە، ئەویــش کــاتێ پرســێک یەکلادەبێــتەوە، زۆر پرسی دیکە لەگەڵ خۆی یەکلادەکاتەوە.

گەڕان بـــۆ دۆزیـــنەوەی چوارگۆشـــەیەکی دووجـــاکراو، لە کۆتایـــدا دۆزرایەوە، ئەوانـــیش بـــۆ چوارگۆشـــەکانی 4 × 4 و 5 × 5. لە ســـاڵی 1770دا، ئـــۆیلەر نمـــونەیەکی بەرهەم هێنـــا لە چوارگۆشـــەیەکی دووجـــاکراو بەبـــێ ئەوەی ئامـــاژە بە چـــۆنییەتی دروســـتکردنەکەی بکـــات. هەمـــوو خێزانەکـــان لەو کـــاتەوە دۆزرانەوە کە بەســـترانەوە بە لێکـــۆڵینەوەی جەبـــری چوارینەکان و ژمارە چوار ڕەهەندییە ئاڵۆزەکان.

چوارگۆشە ئەفسوناوییە سەمەرەکان:

وێـدەچێت کە چوارگۆشـــە ئەفســـوناوییە گەورەکـــان، تایبەتمەنـــدی ســـەیریان هەبێـــت. چوارگۆشـــەیەکی 32 × 32ی ئەفســـوناوی، لە لایەن شـــارەزای ئەم بـــابەتە "ولیـــام بینســـەن" بەرهەمهێنـــدرا کە ژمارەکـــان، دووجاکانیـــان وە ســـێجاکانییان هەمـــوو لە شـــێوەی چوارگۆشـــە ئەفســـوناوییەکانن. لە ســـاڵی 2001دا، چوارگۆشـــەیەکی 1024 × 1024 بەرهەمهێنـــدرا کە تێیـــدا تـــوانی هەمـــوو دانەکـــانی تـــا تـــوانی 5، چوارگۆشـــەی ئەفســـوناوی دروســـت دەکەن. ئەمەش مشتێکە لە خەروارێک و، ئەنجامی لەم چەشنە گەلێک زۆرە.

دەتـــوانین هەمـــوو جـــۆرە چوارگۆشـــە ئەفســـوناوییەکانی دیـــکە دروســـت بکەیـــن ئەگەر بێـــت و پێوســـتییەکان پـــتە و ســـەقامگیربن. ئەگەر بێـــت و ئەو مەرجە لەســـەر چوارگۆشـــەکا لابەریـــن کە وتمـــان دەبێـــت ســـەرجەمی هەر ڕیزێـــک، ســـتوون و تیرەکـــان یەکســـان بێـــت، ئەوا ئەنجـــامەکەی ژمـــارەیەکی زۆر لە تایبەتمەنـدی هەڵـدەگرێ. تـــا ئێســـتا باســـی ژمـــارە تەواوەکانمـــان کـــرد، بەڵام دەتـــوانین چوارگۆشـــەیەک دروســـت بکەیـــن کە دانەکـــانی تەنیـــا ژمـــارە ســـەرەتاییەکان (خـــۆبەش) بێـــت، یـــانیش دەکرێـــت کە شـــێوەکانی دیـــکە بەدەر لە چوارگۆشـــــە لەبەرچـــــاوبگرین کە هەمـــــان ئەو "تایبەتمەنـــــدییانەی چوارگۆشـــــەی ئەفســـــوناوی" هەبێـــــت. بە هەنگاونـــــان بەرەو ڕەهەنـــــدە بەرزەکـــان، وامـــان لـــێ دەکـــات کە ســـەرنج بخەیـــنە ســـەر شەشـــپاڵووی ئەفســـوناوی و، تەنـــانەت شەشـــپاڵووە زەبەنـــدەکانیش- ئەو شەشـــپاڵووەیە کە لە 4 ڕەهەند زیاتری هەیە.

بەڵام ئەو خەڵاتەی کە بـــۆ سەرنجڕاکێشـــترین چوارگۆشــــەی ئەفســـوناوی تەرخـــانکراوە، یـــان چوارگۆشـــەیەک کە شـــایەنی ئەو خەڵاتە بێـــت لە نـــاو ئەو هەمـــوو چوارگۆشـــەیە، بەدڵنیـــاییی بـــۆ ئەو چوارگۆشـــەیە کە بەهاکـــانی زۆر ســـەیر و ســـەمەرەن- ئاســـایی نیـــیە وەک چوارگۆشـــەکانی تـــر، ئەویـــش بـــۆ چوارگۆشـــەیەکی 3 × 3 یە کە لە لایەن ئەنـــدازیاری هۆڵەنـــدی (ئەنـــدازیاری ئەلکترۆنی) و ’لیی سالۆس‘ی فەرهەنگ فراوان بەرهەم هێنراوە:

5	22	18
28	15	2
12	8	25

کەوایە چ شـــتێک جێگـــای ســـەرنجە لەمەدا؟ یەکەمجـــار بـــا ژمارەکـــان بە نووسینەکی بنووسین و ببینین:

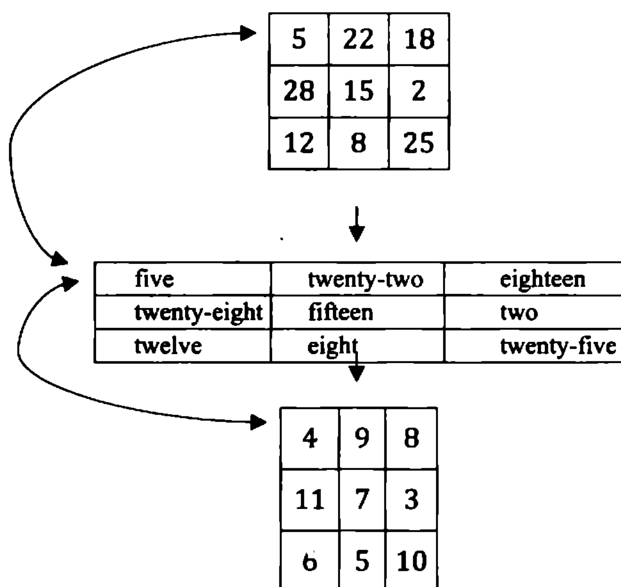
five	twenty-two	eighteen
twenty-eight	fifteen	two
twelve	eight	twenty-five

پاشـــان ئەگەر ژمـــارەی پیتەکـــانی هەر خـــانەیەک بنووســـین، دەگەیـــنە ئەم خشتەیە:

4	9	8
11	7	3
6	5	10

شـــتێکی دیـــکە کە لەم چوارگۆشـــە ئەفســـوناوییە جێگـــای ســـەرنجە، ئەوەیە کە ژمارەکـــانی نـــاو خانەکـــان، یەکبەدوای یەکـــن لە 3 بـــۆ 11. ئێســـتا ئەوەی زۆر سەرنجڕاکێشـــــــە، ئەوەیە کە ئەو ژمـــــــارانەی چوارگۆشـــــــەیەکی

ئەفسوناوی پێکدێنن، نووسینی ئەو ژمارانە بە وشە و پاشان پڕکردنەوەی خانەکان بە ژمارەی پیتەکان، ئەوانیش چوارگۆشەی ئەفسوناوی پێکدێنن (لە چوارگۆشە ڕەسەنەکەی سەرەوە، سەرجەمی هەر یەک لە ڕیز، ستوون و تیرەکان دەکاتە 45، هەروەها سەرجەمی هەر ڕیزێک، ستوون و تیرەکان کە بە ژمارەی پیتەکان پڕکراوەتەوە، دەکاتە 21).



کورتەی بیرۆکەکە

ئەفسوناویی بیرکاریانە

کارنامە

2800 پ.ز

چوارگۆشەی ئەفسانەیی 'لو شو' هاتە بوون.

1690

'دی لا لۆبێری'[1] ڕێگای سامیسی دوزیەوە بۆ دروستکردنی چوارگۆشە ئەفسوناوییەکان.

1693

'بێرناد فرانکلین دی بیزی'[2] هەموو ئەو 880 چوارگۆشە ئەفسوناوییە 4 × 4 تۆمارکرد کە ڕێی تێدەچێت.

1770

'ئۆیلەر' چوارگۆشەی دووجاکراوی ئەفسوناوی بەرهەمهێنا.

1986

'سالۆس'[3] چوارگۆشە ئەفسوناوییەکەی خۆی دروست کرد کە بنەڕەتەکەی لە پیتەکانەوە بوو.

---

[1] *De la loubère*
[2] *Bernard Frénicle*
[3] *Sallows*

43 چوارگۆشە لاتینییەکان

چەند ساڵێک بوو جیهان بەهۆی یاری سۆدۆکۆ، شێواو بوو. لەسەر گێتی، قەڵەم ڕەساس و قەڵەم مەرەکەب بەدەستەکان لە چاوەڕوانی ئیلهامێک بوون بۆ ژمارەیەک تا بیخەنە ناو خشتەکە. ژمارەکە بریتییە لە 5؟ بریتییە لە 4؟ نانا لەوەیە 9 بێت! ڕێبوارەکان لە بەیانیاندا لەلای شەمەندەفەرەکانیان، هەوڵدانێکی فراوانی هزرییان هەبوو وەک زیاتر لە پشووی ڕۆژەکە. لە ئێوارەشدا، خواردنی ناو فرنییەکە وا دەسووتێت؛ 4 یان 5؟ یان لەوانەیە 7 بێت؟ هەموویان بە چوارگۆشەی لاتینی سەرقاڵن- ئەوان بیرکاریزانن.

	4		8		3			
		7						3
		9	7			2	6	
3				1		7		9
			6	9	8			
1		5		2				6
	2	3			6	5		
6						1		
			5		2		8	

سۆدۆکۆ کراوەیە:

لە یاری سۆدۆکۆ، چوارگۆشەیەکی 9 بە 9مان هەیە کە هەندێک لە خانەکانی بە ژمارە پڕکراوەتەوە. ئامانج لێی ئەوەیە کە بە بەکارهێنانی ژمارەکانی دیکە- دراوەکان، خانەکانی دیکە پڕبکرێتەوە. هەر ڕیزێک و هەر ستوونێک دەبێت تەنیا یەکێک لەم ڕەنووسانەی تێدا بێت 9 ... 1,2,3، ئەمە بۆ چوارگۆشە بچوکە 3 بە 3یەکانیش.

وای بۆدەچن کە سۆدۆکۆ (بە واتای یەک ڕەنووس دێت) لە کۆتاییەکانی 1970s داهێنرابێت. دواتر لە ساڵی 1980sدا، لە یابان ناوبانگی زۆری بەدەستهێنا پێش ئەوەی بگوازرێت بۆ بابەتێکی زۆر سەرتاپاگیر لە 2005دا. تێهەڵچوونەوەی مەتەڵەکە بە پێچەوانەی وشە یەکتربڕەکان، پێویست ناکات بە فراوانی بخوێندرێتەوە تا هەوڵی جددیان بۆ بخرێتە گەڕ، بەڵام وەک وشەیەکتربڕەکان، دەکرێت سەرنجڕاکێش بن.

ئـــالوودەبوون و خۆچەوســـاندنەوە بـــۆ هەردوو پرســـەکە، زۆر هاوبەشـــیان هەیە.

چوارگۆشە لاتینییە 3 × 3یەکان:

هەر چوارگۆشـــەیەکی خانەخـــانەیی کە هەر ڕیـــز و ســـتوونێکی بـــێ کەم و زیـــاد لە یەک هێمـــا پێکهاتبێـــت، ئەوا پێـــی دەوتـــرێ 'چوارگۆشـــەی لاتینـــی'- واتە نابێـــت هێمـــایەک زیـــاتر لە جارێـــک لە نـــاو ڕیـــز و ســـتوونەکان دەربکەوێـــــت- ئەگەر هێمـــــای a لە ڕیـــــزی یەکەم هاتبێـت، نابێـت a لە هەمـــان ڕیـــز دووبـــارە ببێـتەوە. ژمـــارەی هێمایەکـــانی نـــاو چوارگۆشـــەکە (هێمـــای دووبـــارە هەژمـــار نیـــیە)، قەبـــارەی چوارگۆشـــەکە پێکدێنن و پێـی دەوتـرێ 'پلە'ی چوارگۆشـەکە. ئێستا



ئەگەر چوارگۆشـــەیەکی 3 × 3 هەبێـــت و، هێماکـــانی a, b & c لەبەردەســـت بێـــت، ئەتـــوانین چوارگۆشـــەکە بەو مەرجەی هەمـــانە و بەو هێمایـــانە دراون، چوارگۆشـــــەی لاتینـــــی لـــــێ دروســـــت بکەیـــــن؟ ئەگەر توانیمـــــان، ئەوا ئەو چوارگۆشـەیە پێـی دەوتـرێ 'چوارگۆشـەی لاتینـی' و پـلەکەی بـریتییە لە 3 (چـــونکە تەنیـــا ســـێ هێمامـــان هەیە). لە ناســـاندن و پێشکەشـــکردنی چەمکـــی چوارگۆشـــــەی لاتینـــــی، ئـــــۆیلەر بە 'جـــــۆرێکی تـــــازە لە چوارگۆشـــــەی ئەفســـوناوی' نـــاوی بـــرد. ئەگەرچـــی وەک چوارگۆشـــەی ئەفســـوناویش نیـــیە و لە هەنـــدێ ڕوو لەو ناچێـــت، وەک: لە چوارگۆشـــەی لاتینـــی مەرج نیـــیە کە هێماکـــان تەنیـــا ژمـــارە بـــن و پێوســـتیش نیـــیە. هۆکـــاری ناونـــانی ئەو جـــۆرە چوارگۆشـــەیە بە 'چوارگۆشـــەی لاتینـــی' ئەوەیە کە هێماکـــان بەکارهـــاتییە و هێماکـــانیش لە پیـــتە لاتینییەکـــان بـــوونە، لە کاتێکـــدا ئـــۆیلەر هێمـــای گریکـــی لەگەڵ چوارگۆشەکانی دیکە بەکارهێناوە.

چوارگۆشەیەکی لاتینی 3×3 بە ئاسانی دەکرێت دروستبکرێت.

a	b	c
b	c	a
c	a	b

ئێمە ئەگەر بیر لە $a, b \& c$ بکەینەوە وەک ڕۆژەکانی هەفتە: دووشەم، چوارشەم و پێنجشەم، ئەوا چوارگۆشەکە دەتوانرێت وەک خشتەیەکی چاوپێکەوتن لە نێوان دوو گرووپ لە خەڵک، بەکاربهێنرێت. گرووپی یەکەم: $Lara, Mary \& Nancy$، گرووپی دووەمیش: $Ross, Sophie \& Tom$

	R	S	T
L	a	b	c
M	b	c	a
N	c	a	b

بۆ نموونە، $mary$ لە گرووپی یەکەم، چاوپێکەوتنی هەیە لەگەڵ tom لە گرووپی دووەم لە ڕۆژی دووشەم (یەکتربڕینی ڕیزی M لەگەڵ ستوونی T کە دەکاتە دووشەم$=a$). لە باشییەکانی ئەم ڕێخستنە بەهۆی چوارگۆشەی لاتینی، ئەوەیە کە دڵنیات دەکاتەوە چاوپێکەوتن لە نێوان هەر جووتە ئەندامێک لە تیمەکان ئەنجامدەدرێت و، هیچ بەریەککەوتنێکی ڕۆژەکانیش ڕوونادات.

ئەمە تاکە چوارگۆشەی لاتینیی 3×3 نییە، زۆری دیکە هەیە. ئێستا ئەگەر $A, B \& C$ ئەو بابەتانە بێت کە تاوتوێ دەکرێت لە کۆبوونەوەکەی نێوان گرووپی یەکەم و دووەم، ئەوا دەتوانین چوارگۆشەی لاتینی بۆ بەکاربێنین بۆ ئەوەی دڵنیا بین کە هەر ئەندامێک بابەتێکی جیاواز لەگەڵ ئەندامێکی گرووپەکەی تر، بابەتێک تاوتوێ دەکات.

	R	S	T
L	A	B	C
M	C	A	B
N	B	C	A

کەوایە $Mary$ لە گرووپی یەکەم، بابەتی C لەگەڵ $Ross$، بابەتی A لەگەڵ $Sophie$ و بابەتی B لەگەڵ Tom، تاوتوێ دەکات.

بەڵام کەی ئەم گفتوگۆیانە دەبێت ئەنجامبدرێت؟ ئەی لە نێوان کێ و کێ؟ ئەی لەسەر چ بابەتێک؟ ئایا دەبێت خشتەکەمان بۆ ئەم مەبەستە ئاڵۆزە چۆن بێت؟ خۆشبەختانە دەتوانین دوو

چوارگۆشـــەی لاتینـــی بەیەکەوە گرێبـــدەین و هێماکانیشـــیان بەهەمـــان شـــێوە، ئەم کـــارەش پێـــی دەوتـــرێ "ئـــاوێتەکردنی دوو چوارگۆشـــەی لاتینـــی" کە هەر 9 جـــووتە پێـــدراوەکان لە ڕۆژ و بـــابەتەکە، لە کـــاتێکی دیـــاریکراو ڕووبـــدات بێ ئەوەی هیچ کەموکوڕییەک لەم کارە هەبێت:

	R	S	T
L	a, A	b, B	c, C
M	b, C	c, A	a, B
N	c, B	a, C	b, A

لەم خشـــتەی ســـەرەوە مـــاری M لەگەڵ تـــۆم T لە ڕۆژی دووشـــەم، لەســـەر بـــابەتی B کۆبوونەوەیـــان هەیە. بـــۆ بارەکـــانی دیـــکەش بەهەمـــان شێوە.

لێکـــدانەوەیەکی دیـــکە بـــۆ ئەم چوارگۆشـــەکە، بـــریتییە لە پرســـی "نـــۆ ئەفســـەرەکە" کە پرســـێکی مێـــژووییە تێیـــدا بـــۆ نـــۆ ئەفســـەری ســـەر بە ســـێ گـــرووپ $a, b\ \&\ c$ و، ســـێ پـــلەش $A, B\&\ C$ تەرخـــانکراوە، بەهـــۆی ئەم چوارگۆشـــەیەوە، چارەســـەرکرا. ئەو چوارگۆشـــە لاتینیـــانەی کە بەم شـــێوەیە لێکـــدەدرێن، پێیـــان دەوتـــرێ "ئەســـتوون لەســـەر یەک". بـــاری 3×3 تەواو ڕاســـتەو، لەوەناچێـــت هـــیچ گرفتێـــک دروســـت بێـــت، بەڵام دۆزیـــنەوەی دوو چوارگۆشـــەی لاتینـــی ئەســـتوون لەســـەر یەک بـــۆ بـــاری گەورەتـــر، ســـەختە. ئەمەش شتێکە کە ئۆیلەر دۆزییەوە.

لە بـــاری چوارگۆشـــەی لاتینـــی 4×4 دا، پرســـی "16 ئەفســـەرەکە" بـــۆ ئەم کـــارە ڕێکـــدەکەوێت. کـــاتێ چـــوار کـــارتی یـــاری کۆنکانمـــان هەبێـــت A, K, J, Q لەگەڵ چـــوار پـــلەکە (دڵ، پـــاقلاوە، خاکەنـــاز و دار)، ئەوا دەتوانـــدرێ چوارگۆشـــەی لاتینـــی بـــۆ ئەمـــانە دروســـتبکرێت کە هـــیچ جووتێـــک لەمـــانە، لە ڕیزێک یان لە ستوونێک، دووبارە نەبنەوە.

A♠ K♥ Q♦ J♣
Q♣ J♦ A♥ K♠
J♥ Q♠ K♣ A♦
K♦ A♣ J♠ Q♥

ئۆیلەر لە ساڵی 1782دا، هەمان پرسی بۆ 36 ئەفسەر دروستکرد. لە جەوهەردا ئۆیلەر بەدوای چوارگۆشەی لاتینی ئەستوون لەسەر دەگەڕا بۆ پلەی 6، بەڵام نەیتوانی بیدۆزێتەوە و، گریمانکرا کە هیچ جووتە چوارگۆشەیەکی لاتینی ئەستوون لەسەر یەک بۆ پلەکانی $6, 10, 14, 18, 22, \ldots$ نییە، جا ئایا ئەمە دەکرێت بسەلمێندرێت؟ لەگەڵ ئەوەی بیرکاریزانێکی ناشارەزا بە نێوی "گاستۆن تاری" کە وەک کەسێکی مەدەنی لە جەزائیر کاری دەکرد، بۆ ئەم باسە هاتە پێش. گاستۆن نمونەی زۆری بۆ ئەم مەبەستە پشکنی و تا لە ساڵی 1900 تەنیا یەک باری لە گریمانەکەی پشت ڕاستکردەوە، ئەویش جووتە چوارگۆشەیەکی لاتینی ئەستوون لەسەر یەک لە پلەی 6، بوونی نییە. بیرکاریزانەکانیش بە سروشتی وایاندانا کە ئۆیلەر ڕاستی کردبیە بۆ بارەکانی دیکەش بوونی نییە.

لە ساڵی 1960دا، هەوڵی هاوبەشی سێ بیرکاریزان، دونیای بیرکاریانەی بە ئەنجامێکی سەرسامکەر، تەنییەوە، ئەویش بەهۆی سەلماندنی ئەوەی کە ئۆیلەر لە هەموو بارەکانی دیکە هەڵە بووە. هەرسێ بیرکاریزان "ڕاج بۆس، ئێرنست پارکەر و شەرەفچاندرا شریکهاند"[1] سەلماندیان کە جووتە چوارگۆشەی لاتینی ئەستوون لەسەر یەک، بۆ پلەکانی $10, 14, 18, 22, \ldots$ هەیە. تاکە بار کە جووتێک چوارگۆشەی لاتینی ئەستوون لەسەر یەکی نییە، بریتییە لە چوارگۆشەی پلە 6 (بەدەر لە پلەی 1 و 2 کە ئەمانە شتانێکی زۆر سادەن).

بینیمان کە دوو چوارگۆشەی لاتینی ئەستوون لەسەر یەکی هاوتا لە پلەی 3، هەیە. بۆ پلەی چوار، دەتوانین سێ چوارگۆشە دروستبکەین کە هاوتایانە لە سەر یەک ئەستوون دەبن. بە شێوەیەکی گشتی، لە $n - 1$ زیاتر، چوارگۆشەی لاتینی لەسەر یەک ئەستوونی هاوتا بوونی نییە کاتێ پلەکەی n بێت. بۆ نمونە ئەگەر پلەی چوارگۆشەکە $n = 10$ بێت، ئەوا بە هیچ شێوەیەک لە 9 چوارگۆشەی لەسەر یەک ئەستوون زیاتر،

---

[1] *Raj Bose, Ernest Parker & sharadchandra shrikhande*

بـوونی نیـیە. بەڵام دۆزینەوەیـان، چیرۆکێکـی تـرە، چـونکە تـا ئێسـتا هـیچ کەسـێک نەیتوانیـوە کە سـێ چوارگۆشـەی لاتینـی پـلە 10 بـدۆزێتەوە کە هاوتایانە لەسەر یەکتر ئەستوون بن.

چوارگۆشە لاتینییەکان بەسوودن؟

"ئـار ئەی فیشـەر" ئامـارزانێکی شـکۆمەندە، بەکارهێنـانی چوارگۆشـەی لاتینییەکـانی کەوتە بەر دیـدی. فیشـەر لەو مـاوەیەی کە لە وێسـتگەی لێکـۆڵینەوەی ڕۆتامیسـدی بەریتیانیـا بـوو، ئەم بـابەتەی بـۆ شۆڕشـێکی کوشـتوکاڵی بەکارهێنـا، ئامانجیشـی لێکـۆڵینەوە بـوو لە کـاریگەری پەینەکـان لەسـەر دانەوێڵەکـان. بە شـێوەیەکی نمـوونەیی دەمانەوێـت دانەوێـڵە لە خـاکێکی بە پیـت بچێـنن بـۆ ئەوەی بگەیـنە ئەوەی کە جـۆرێتی خـاک، هۆکـاری کـاریگەر نیـیە لەسـەر بەرهەمـی دانەوێـڵە. پاشـان دەتـوانین جـۆرە جیاوازەکـانی پەینـی پاراسـتن بەکـاربێنین بەو زانیـنەی کە لەسـەر خـاکەکە چنگمـان کەوتیـیە. تـاکە ڕێگـا بـۆ دڵنیـا بـوون لە دۆخـی خـاکەکە، بەکارهێنـانەوەی هەمـان خـاکە- بەڵام ئەمە نـاکردارییە کە بەردەوام بـین لە هەڵکـۆڵین و دووبـارە چانـدنی بەروبوومەکـان. ئەگەر ئەمەش گونجـاو بێـت، ئەوا بـارودۆخی کەش و هەوای جیـاواز، دەتوانێـت ببێـتە بێزارییەکـی دیـکەی نوێ.

ڕێگـایەک بـۆ چارەسـەری ئەمە، بـریتییە لە بەکارهێنـانی چوارگۆشـەی لاتینـی. بـا سـەرنج بـدەینە تـاقیکردنەوە 4 چارەسـەر. ئەگەر کێڵگەیەکـی چوارگۆشـەیی دیـاریبکەین و بیکەیـنە 16 پـارچەی یەکسـان، ئەوا دەتـوانین چوارگۆشـەی لاتینـی وەک ڕاقەیەکـی ئەو کـێڵگەیە کە جـۆرێتی (کـوالیتی) خـاکەکە تێدا جیـاوازی هەیە، پیشـان بـدەین. پاشـان چـوار جـۆری پەیـنەکە لە پـلانەکە بە هەرەمەکـی بەکـاردێنین کە ناومـان نـاوە a, b, c & d، کە ئەمە هەوڵـێکە بـۆ لابردنـی جیـاوازی جـۆری خـاک. ئەگەر گومانمـان لە هۆکـارێکی دیـکە هەبـوو لەوەی کـاری کـردۆتە سـەر بەرهەمـی دانەوێـڵەکە، ئەوا دەتـوانین مـامەڵە لەگەڵ ئەوەش بکەیـن بە هەمـان شـێوە، بـۆ نمـونە وا

گریمان بکە کە کاتی چارەسەرکردنیش هۆکارێکە. ئەم کێشەیەش دەکرێت بەهۆی ئەم بابەتە چارەسەر بکرێت.

کورتەی بیرۆکەکە

سۆدۆکۆ ئاشکرا کرا

کارنامە

1779	1900	1925
'ئۆیلەر' تیۆری چوارگۆشە لاتینییەکانی دۆزییەوە.	'تاری'[1] پیشانی دا کە چوارگۆشەی لاتینی لەسەر یەک ئەستوون بۆ پلەی 6 بوونی نییە.	'فیشەر'[2] پێشنیازی کرد کە چوارگۆشەی لاتینی بۆ تاقیکردنەوە ئامارییەکان بەکاربهێندرێت.

1960	1979
'ئۆیلەر' گریمانەیەکی لە مەڕ نەبوونی جووتە چوارگۆشەی لاتینی لەسەر یەک ئەستوونی کرد بۆ هەندی پلە، بەڵام لە لایەن 'بۆس، پارکێر و شیریخاندی'[3] بەهەڵە خرایەوە.	'سۆدۆکۆ'[4] وەک یاری لە نیوپرک دروستکرا.

[1] *Tarry*
[2] *Fisher*
[3] *Euler, Bose & Parker*
[4] *Soduku*

44 دوایین بیردۆزی فیرمات

دەتوانین دوو ژمارەی دووجا کۆبکەینەوە بۆ دەستکەوتنی ژمارەیەکی دیکەی دووجا (دووجای تەواو). بۆ نمونە، $5^2 + 12^2 = 13^2$. بەلام ئاخۆ دەتوانین دوو ژمارەی سێجا کۆبکەینەوە و بۆ دەستکەوتنی ژمارەیەکی تری سێجا؟ ئەی چی دەربارەی توانی بەرزتر وەک لەوانەی ناومان هێنان؟ بەداخەوە کە ناتوانین. دوایین بیردۆزی فیرمات دەڵێت: ئەم هاوکێشەیە کە دەکات $x^n + y^n = z^n$ شیکاری نییە کاتێک $x, y \& z$ ژمارەی تەواوبن و n لە دوو گەورەتر بێت (nیش ژمارەی تەواوە). فیرمات بانگەشەی ئەوەی کردبوو کە 'سەلماندنێکی ناوازەی' بۆ ئەم پرسە دۆزیوەتەوە. ئەم پرسە، مایەی ئازار و نارەحەتی بوو بۆ بیرکاریزانانی نەوەی نوێ، بەهۆیەوە کوڕێکی ژیکەڵەی تەمەن 10 سالان بووە گیرۆدەی ئەم پرسە کاتێک خەریکی خوێندنەوەی بیرکاری بوو لە نێو پەرتوکخانەیەکی ناوەخۆیی.

دوایین بیردۆزی فیرمات، هاوکێشەیەکە لە 'هاوکێشەکانی دیۆفانتین' کە ئەمیش جۆرێکە لە هاوکێشەکان کە زۆر سەخت و زفتن. ئەم جۆرە هاوکێشانە وا دەخوازێ کە شیکارەکەیان دەبێت لە ژمارە تەواوەکان بێت. سا ئەم جۆری هاوکێشانە بە ناوی ' دیۆفانتین'ەوە کراوە کە خەڵکی ئەسکەندەرییە بوو، هەزرە زمێرەییەکەی وای کرد لە تیۆری ژمارەکان ئاماژەی پێبدرێت. 'پیری دی فیرمات' لە سەدەی حەڤدەهەمدا، لە تۆلیوسی فەرەنسا پارێزەر و فەرمانبەری حکومەت بوو. بیرکاریزانێکی لێزان و بەهرەمەند و ناوبانگێکی زۆر و زەبەندی لە تیۆری ژمارەکاندا هەبوو، کە زیاتر بەهۆی کۆتا دەستەواژەکەی دەناسرێتەوە لە بارەی بابەتێکی بیرکاری- دوایین بیردۆزی فیرمات، دوایین کاری بوو بۆ جیهانی بەرفراوانی بیرکاری. فیرمات خۆی ئەو دەستەواژەی سەلماند؟ یان پێی وابوو کە سەلماندنێکی لە هەگبەدایە، لە نووسینێکی بۆ

"دیۆفـــانتین" نووســـیبووی: "ســـەلماندنێکی جـــوان و نـــاوازەم دۆزیـــوەتەوە، بەڵام ئەم لێوارە-پەراوێزە زۆر بچوکە بۆ جێبوونەوەی سەلماندنەکە".

ســەرەڕای ئەمــانەش، فیرمــات گەلــێ پرســیار مەزنــی شــیکارکردوون، بەڵام وێــدەچێت کە دوایــین بیــردۆزی فیرمــات، لە نــاو ئەو پرســانەی کە شــیکاری کردبـــوون، بـــوونی نەبێـــت. ئەم پرســـە زیـــاتر لە ســـێ ســـەدەی تەواو بیرکاریزانەکـانی بەخـۆیەوە سـەرقاڵ کـرد، واتـا هەرچـی بیرکـاریزانی نێـو ئەو ســێ ســەدەیەیە، دەسەوەســتان بــوون لە یەکلاکــردنەوەی ئەم کێشــەیە. ئەم سـەلماندنەش ناکرێـت لە پەراوێزێکـی تەسـک و بچـوک جێگـای ببێـتەوە کە وەک فیرمات خۆی گریمانی کردبوو.

هاوکێشەی $x + y = z$:

چــۆن دەتــوانین ئەم هاوکێشــەیە شــیکار بکەیــن کە ســێ گــۆڕاوی هەیە $x, y \,\&\, z$؟ بێگومــان ئــێمە بە هاوکێشــەی ئاســایی ئاشــناین؛ ئەو هاوکێشــەی کە تەنیــا یەک گــۆڕاوی هەبــوو (بەس x) بەڵام لێــرە ســێ گۆڕاوومــان هەنە. لە ڕاســتیدا شــیکاری ئەم هاوکێشــەیە زۆر ئاســانە، نــرخ بە هەر یەک لە x و y (یــان هەر دوو گــۆڕاوێکی دیــکە) دەدەیــن بە کەیفــی خۆمــان و، بەهــۆی هاوکێشـەکەوە بەهـای z دەدۆزیـنەوە. هەرسـێ بەهـاکە دەبـنە شـیکار بـۆ ئەو هاوکێشەیە. هەر وەک بینیتان کە چەندە ئاسان بوو.

بۆ نمونە ئەگەر $x = 3$ و $y = 7$ دابنێی، ئەوا:

$x + y = 3 + 7 = 10 = z$ کەواتە $x = 3, y = 7 \,\&\, z = 10$

شـیکارە بـۆ هاوکێشـەکە. دەشـزانین کە هەنـدێ بەهـا هەیە نـابێتە شـیکار بـۆ هاوکێشـــەکە، وەک $x = 3, y = 7 \,\&\, z = 9$ شـــیکار نیـــیە بـــۆ هاوکێشـــەکە، چـونکە ئەم بەهایـانە وانـاکەن کە لای ڕاسـتی هاوکێشـەکە یەکسـان بێـت بە لای چەپی هاوکێشەکە.

هاوکێشەی $x^2 + y^2 = z^2$:

ئێستاکە بیر لە دووجا دەکەینەوە. دووجاکردنی ژمارەیەک واتە لێکدانی ژمارەکە لەگەڵ خۆی، ئەوا ئەو ژمارەیە بە x^2 دەنووسین. ئەگەر $x = 3$ ئەوا $x^2 = 3^2 = 3 \times 3 = 9$ ئەو هاوکێشەیەی کە ئێستا دێینە خزمەتی، $x + y = z$ نییە، بەڵکو:

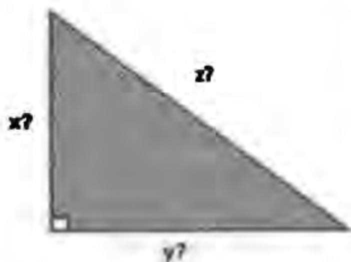
$$x^2 + y^2 = z^2$$

ئایا دەتوانین ئەم هاوکێشەیە بە هەمان هاوکێشەی پێشوو شیکار بکەین، بە وەرگرتنی بەها بۆ x و y و دۆزینەوەی z ؟ لەگەڵ بەهاکانی $x = 3 \,\&\, y = 7$ وەک نموونە، دواتر بە دانانەوەی لە هاوکێشەی سەرەوە:

$$3^2 + 7^2 = 9 + 49 = 58$$

کەواتە لای چەپی هاوکێشەکە دەکاتە 58 ئەمەش واتە $z^2 = 58$ ئێستا پێویستە لەسەرمان بەهای z بدۆزینەوە، بۆیە ڕەگی دووجای 58 وەردەگرین: $\sqrt{58} = 7.6158$ کەواتە $z = 7.6158$. بەدڵنیاییی ئەم سێ بەهایە شیکارە بۆ هاوکێشەکە $x^2 + y^2 = z^2$ بەڵام بەداخەوە کە هاوکێشەکانی دیۆفانتین تەنیاوتەنیا شیکارێک دەخوازن کە ژمارەی تەواو بێت. سا بۆیە $\sqrt{58} = 7.6158$ ژمارەیەکی تەواو نییە، کەواتە $x = 3, y = 7 \,\&\, z = \sqrt{58}$ ئەو شیکارە نییە کە ئێمە مەبەستمانە.

هاوکێشەکە $x^2 + y^2 = z^2$ بە سێگۆشەیەکی وەستاو بەستراوەتەوە کە هەر یەکە لە $x, y \,\&\, z$ درێژی سێ لای سێگۆشەکە دەنوێنن و، z بریتییە لە ژێی سێگۆشەکە. لێرە دوو پەیوەندی هەیە، یەکەم: ئەگەر $x, y \,\&\, z$ پاسەدانی هاوکێشەکە بکەن، ئەوە دەتواندرێت بە درێژی لایەکانی سێگۆشەیەکی گۆشە وەستاو، سەیریان بکەین. دووەم: بە پێچەوانەوە، ئەگەر $x, y \,\&\, z$ درێژی لایەکانی سێگۆشەیەکی گۆشە وەستاو بن، ئەوا ئەوا پاسەدانی هاوکێشەکە دەکەن. لەبەر ئەوەی ئەم سێ بەهایە $x, y \,\&\, z$ پاسەدانی هاوکێشەکەی فیساگورس دەکەن، ئەوا بەم سێ ژمارەیە دەوترێ "سیانەی فیساگۆرسی".



باشــــە چـــۆن دەتـــوانین ئەو ســـیانە فیساگۆرســـییانە بـــدۆزینەوە؟ بچـــوکترین شـــیکار بـــۆ هاوکێشـــەی فیســـاگۆرس، بـــریتییە لە $(3,4,5)$. ئەم ســـێ ژمـــارەیە دەبێـــتە شـــیکار چـــونکە 3^2 دەتوانـــدرێت بەجۆرێـــــک بخـــــرێتە ســـــەر 4^2، لەو تێخســـتنەش 5^2 دروســـت دەبێـت (وەک لەم وێـنەی تەنیشـت). سـیانەی فیساگۆرسـی بەهـۆی ڕێسـایەکەوە دەتوانـدرێت بـدۆزرێتەوە، ئەویـش بەم شـێوەیە: دوو ژمـارەی سروشـتی x و y دەسـت نیشـــان دەیـــکەن بەو مەرجەی $x > y$ دواتـــر پێکەوەبەســـتانی ئەو دوو ژمارەیە بەو شێوەی خوارەوە:

$$a = x^2 - y^2$$
$$b = 2xy$$

پاشان:

$$a^2 + b^2 = (x^2 - y^2)^2 + (2xy)^2 = (x^4 - 2x^2y^2 + y^4) + 4x^2y^2$$
$$= x^4 + 2x^2y^2 + y^4 = (x^2 + y^2)^2$$

بـــۆیە، ئەو ســـیانانە بریتیـــی دەبـــن لە $(x^2 - y^2،\ 2xy،\ x^2 + y^2)$ و دەبێـت هەمـوو سـیانە فیساگۆرسـییەکان بتوانـدرێت لەسـەر ئەم شـێوەیە بنووسرێت.

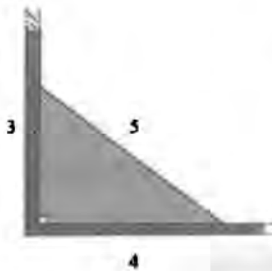
ئەگەر نمونەیەک وەربگرین. با $x = 7$ و $y = 4$، ئێستا:

$$a = 7^2 - 4^2 = 49 - 16 = 33$$
$$b = 2 * 4 * 7 = 56$$
$$(7^2 - 4^2, 2 * 4 * 7, 7^2 + 4^2) = (33, 56, 65)$$

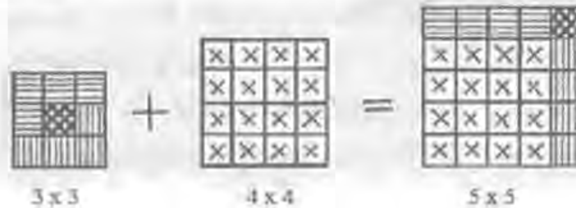
با بزانین پاسەدانی هاوکێشەی فیساگۆرس دەکات:

$$33^2 + 56^2 = 65^2 \rightarrow 1{,}089 + 3{,}136 = 4{,}225$$
$$4{,}225 = 4{,}225$$

شـیکاری $(3,4,5)$ شـیکارێکی نـاوازەیە، چـونکە تەنیـا شـیکارە کە سـێ ژمـــارەی یەکبەدوای یەکـــن، لەکاتێکـــدا ناکۆتـــا شـــیکار بـــۆ هاوکێشـــەی



فیســـاگورس هەیە. بەڵام هەمـــانە کە لە ســـێ ژمـــارە تەنیـــا دوو ژمـــارە بەدوای یەکەوەن، وەک (20,21,29) یان (9,40,41).



لە ساناوە بۆ سەختی:

بە دەســـتکاریکردنی هاوکێشـــەی $x^2 + y^2 = z^2$ بـــۆ $x^3 + y^3 = z^3$ لە هەنگـــاوێکی زۆر بچـــوک دەچێـــت. جـــا لەم بیـــرۆکەیەوە بەهـــۆی ژمـــارەیەکی دووجـــا و هاوکێشـــەکەوە، دوو ژمـــارەی تـــری دووجـــای تەواو دێـــتە گـــۆڕێ. ئـــاخوا دەتـــوانین هەمـــان شـــت بـــۆ ژمـــارەیەکی ســـێجا بکەیـــن؟ بە واتـــایەکی دیـــکە ســـێ ژمـــارەی تەواو دەدۆزیـــتەوە کە ببێـــتە شـــێکار بـــۆ هاوکێشـــەی $x^3 + y^3 = z^3$ ؟ ئـــێمە زانیمـــان کە هاوکێشـــەی $x^2 + y^2 = z^2$ ناکۆتـــا شـــیکاری تەواوی هەبـــوو، بـــۆ $x^3 + y^3 = z^3$ بە هەمـــان شـــێوەیە؟ لە ڕاســـتیدا هـــیچ شـــیکارێکی تەواو بـــۆ $x^3 + y^3 = z^3$ بـــوونی نیـــیە! ئەمە ڕاســـتییەکە کە فیرمـــات خۆشـــی تەنـــانەت نەیتـــوانی یەک شیکاریشـــی بـــۆ بـــدۆزێتەوە کە شـــیکارەکە ژمـــارەی تەواو بێـــت. چەتـــوونتر لەمە، گەڕان و ویســـتی ئـــۆیلەریش بـــۆ دۆزیـــنەوەی شـــیکارێک، وای لێکـــرد کە پرســـی دوایـــین بیردۆزەکە بەم شێوە دابڕێژێت:

هـــیچ شـــیکارێک لە نـــاو ژمـــارە تەواوەکـــان نیـــیە کە پاســـەدانی هاوکێشەی $x^n + y^n = z^n$ بکات کاتێک n گەورەتر بێت لە 2.

ڕێگــایەک بــۆ خۆلێــدان لە پرســی ســەلماندنی ئەم هاوکێشــەی ســەرەوە، بــریتییە لە هەنگاونــانی بچــوک لە ژمــارەی بچــوک بــۆ n دواتــر بەرەو پێشــچوون لەم ســۆنگەیەوە. ئەمە ئەو ڕێگــایەیە کە فیرمــات دەســتی پێــوەگرت. لە بــاری $n = 4$ لە ڕاســتیدا ئاســانترە وەک لە $n = 3$ و، وێــدەچێت فیرمــات خــۆی ئەم بــارەی ســەلماندبێ. لە ســەدەی هەژدەهەم و نۆزدەهەمــدا، ئــۆیلەر بــاری $n = 3$ پشتڕاســتکردەوە، 'ئادەریــان-مــارێی لینجینــدەری' بــاری $n = 5$ ســەلماند و، 'گابرێــل لامــێ' بــاری $n = 7$ ســەلماند. لامــێ پێــی وابــوو کە تەواوی پرســەکەی بە شــێوە گشــتییەکەی ســەلماندییە، بەڵام بەداخەوە کەموکــوڕی لە کــارەکەی هەبــوو، بــۆیە نەیتوانی بیپێکێت.

'ئێرنســت کــومیر' تــوێژەرێکی گەورە و بەرز بــوو، لە ســاڵی 1843دا دەستنووســێکی پێشکەشــکرد کە بانگەشــەی ئەوەی تێــدا کردبــوو کە بیــردۆزەکەی بە گشــتی ســەلماندووە، بەڵام 'دریخلیــت' کەموکــوڕییەکەی لە نێــو بەڵگەکــانی دۆزیــیەوە و، بانگەشــەکەی پوچەڵبــوویەوە. فێــرگەی فەرەنســی بــۆ زانســت، خەڵاتێکــی تەرخــانکرد بە بڕێــک پــارە بــۆ ئەو کەســەی کە بتوانێــت ســەلماندنێکی ڕاســت و دروســت ڕۆبنێــت و بەیەکجــاری دەرگــای گفــتوگــۆ بەســەر پرســەکە دابخــات. لە کۆتایــدا، خەڵاتەکە درا بە 'کــومیر' بــۆ ئەو هەوڵە بایەخــدارەی کە داویەتــی. کــومیر پرســەکەی بــۆ هەمــوو ژمــارە خۆبەشــەکانی خــوار 100 ســەلماند (بەهاکــانی دیــکەش) بەڵام لە نــاو ئەم ژمــارە خۆبەشــانە، ژمارەکــانی 37، 59 و 67 ژمــارەی دوورخــراوە بــوون و لە نــاو ئەو کــۆمەڵە ژمــارەیە نەبــوو کە یەکــلای کردبــوونەوە. بــۆ نمــونە، نەیتــوانی بیســەلمێنێت کە هــیچ شــیکارێکی تەواو نیــیە پاســەدانی ئەم هاوکێشــەیە بکــات $x^{67} + y^{67} = z^{67}$ بــۆ 59 و 67یــش بە هەمــان شــێوە. بەڵام هەرەســەکەی ئەو لە ســەلماندنی پرســەکە بە شــێوە گشــتییەکەی، هــونەرێکی بەنرخــی لە جەبــری پوخــت سەرئاوخســت. ئەمەش ڕەنــگە بەشــدارییەکی گرینگتــر بێــت بــۆ بیرکــاری وەک لە خــودی بەلایەکــدابردنی کێشەکە خۆی.

"فریدینانـــد ڤـــۆن لینـــدمان" ئەو کەســـەی کە ســـەلماندی "بـــازنە ناتوانـــدرێت دووجـــا بکرێـــت"، لە ســـاڵی 1907دا بانگەشـــەی ئەوەی کـــرد کە دوایـــین پرســـی فیرمـــاتی ســـەلماندییە، بەڵام دواتـــر دەرکەوت کە هەڵەی تێـــدایە. لە ســـاڵی 1908دا، "پـــول ئۆلفسـکیل" خەڵاتێکـی بـۆ ئەوەی داهـاتوو جێهێشــت کە بـــدرێ بەو کەســـەی کە یەکەم بێـت لە ســـەلماندنی ئەو پرســـە، خەڵاتێـک کە بە درێژایـی ســـەد ســـاڵ مـایەی شـکۆ بـوو. لەو ســـەد ســـاڵە، ژمـارەیەکی زۆر 5000 ســــــەلماندن پێشکەشـــــکران، دواتـــــر یەکەبەیەکە پشـــــکێندران کە هەموویان جێگای ئومێد بوون، لێ مەخابن گشتی هەڵەبوون.

سەلماندنەکە:

پەیوەنـــدی ئەم بیـــردۆزە لەگەڵ بیـــردۆزەکەی فیســـاگۆرس، تەنیـــا بـــارێکە کە کاتێـــک $n = 2$ نەوەک زیـــاتر، پەیوەندیشـــی بەهـــۆی ئەنـــدازەوە، کلیلـــی ســـەلماندنەکەی لـــێ دەرهێنـــدرا. پەیوەنـــدییەکەش لەگەڵ تیـــۆری چەماوەکـــان بنیـــادنرابوو. دواتـــر گریمـــانەیەک پێشـــنیارکرا لە لایەن دوو بیرکـــاریزانی یابـــانی "یوتاکـــا تانیـــامە و گـــۆرۆ شـــیمورا"[1]. لە ســـاڵی 1993دا، "ئەنـــدریو وایەڵـس" وانەیەکـی لەســـەر ئەم تیـۆرییە لە زانکـۆی کـامبیرج پێشکەشـکرد و، ســـەلماندنێکی تـایبەت بەخـۆی بـۆ بیـــردۆزەکەی فیرمـــات لە خۆگرتبـــوو. بەڵام بە داخەوە کە سەلماندنەکەی هەڵەی تێدا بوو.

بیرکـــاریزانێکی فەرەنســـی کە نـــاوەکەی لێکچـــووی "ئەنـــدریو وایەڵـــس"ە بە نێـــوی "ئەنـــدری ویـــل"[2]، هەوڵـــی لەم شـــێوەی ڕەتـــدەکردەوە و بە پڕوپاگەنـــدە نـــاوی دەبـــرد. ئەو، ســـەلماندنی بیـــردۆزەکەی بە هەڵـــگەڕان بەقەد چیـــای ئیڤەرێســـت، دەچووانـــد. ئەمەشـــی دەگـــوت: ئەگەر کەســـێک ســـەد مەترێـــک لە خـــوار ئیڤەرێســـتەوەش بێـت، هێشـــتا بەســـەر ئەم شـــاخە هەڵـنەگەڕاوە، چـــونکە فشـــار و گوشـــارەکە لەســـەرەوەیە. بەڵام وایەڵـــس بەتەواوی خـــۆی بـــۆ ئەم

---

[1] *Goro Shimura*
[2] *André Weil*

پرسـه تەرخـانکرد و، تاسـەر ڕێـگەی نەدا سـاردی و مەلـولی بەرۆکـی بگرێت.

وایەلـس لەگەڵ یـارمەتی هاوپیشـەکانی، هەرچۆنێـک بێـت تـوانی ئەو کەلێـنە لە سـەلماندنەکەی بـدۆزێتەوە و، بە بەڵگەیەکـی بەهێزتـر پـڕی بکـاتەوە. لەم کـاتەدا، دووبـارە هەواڵـی وایەلـس و سـەلماندنەکەی، شـارەزایانی سەرسـام و ڕازی کـرد و جیهـانی بیرکـاری تەنیـیەوە: ئیـدی ئەم پرسـە لە کۆتایـدا سـەلمێندرا. سـەلماندنەکەی وایەلـس لە سـاڵی 1995دا، بڵاوکـرایەوە و بەهـۆیەوە خەلاتـی 'ولفسـکیهل'ی پێبەخشـرا. کـوڕێکی تەمەن 10 سـالان لە پەرتوکخـانەیەکی گشـتی کـامبیرج دانیشـتووە و دەربـارەی پرسـێکی چەنـد ساڵەیی دەخوێنێتەوە پێش ئەوەی ڕێگایەکی دوور و درێژ بێتە ڕێی.

کورتەی بیرۆکەکە

سەلماندنی پەراوێزکی گرینگ

کارنامە

1665	1753	1825
'فیرمات'[1] هیچ نووسراوێکی سەبارەت بە سەلماندنە سەرسوڕهێنەرەکەی بەجێنەهێشت.	'ئۆیلەر'[2] بیردۆزەکەی بۆ $n = 3$ سەلماند.	'لیجیندەری و دریخلیت'[3] هەریەکەیان بە شێوەیەکی سەربەخۆ، بیردۆزەکەیان بۆ $n = 5$ سەلماند.
1839	**1843**	**1907**
'لامێ'[4] بۆ $n = 7$ بیردۆزەکەی سەلماند.	'کومیر'[5] بانگەشەی کرد بیردۆزەکەی بە شێوە گشتییەکەی سەلماندییە، بەلام دریخلیت کەمو کورییەکی تێدا دۆزییەوە و سەلماندنەکە پوچەلکرایەوە.	'ڤۆن لیندمان'[6] بانگەشەی ئەوەی کرد پرسەکەی سەلماندووە، بەلام دەرکەوت هەڵەی تێدا هەیە.
1908	**1995**	
'ولفسکیهل'[7] خەلاتێکی تەرخان کرد بۆ هەرکەسێک ئەگەر تا 100 ساڵی داهاتووش توانی ئەم پرسە بسەلمێنێت.	'وایەلس'[8] لە کۆتایدا بیردۆزەکەی سەلماند.	

---

[1] *Fermat*
[2] *Euler*
[3] *Legendre & Dirichlet*
[4] *Lamre*
[5] *Kummer*
[6] *Von Lindman*
[7] *Wolfskehl*
[8] *Wiles*

45 گریمانەی ڕیمان

گریمانەی ڕیمان، یەکێکە لە کێشە شیکارنەکراوە دێرینەکانی بیرکاری، کە بەرەنگارییەکی سەرسەختی بیرکاری پەتییە. گریمانەی پۆنکارییە و دوایین بیردۆزی فیرمات، ئەمانە شیکارکران، بەڵام گریمانەی ڕیمان هێشتا بەبێ وەڵام ماوەتەوە. ئەو شتەی بواری تێگەیشتن و بیرکردنەوەمان فراوانتر دەکات لە مەڕ ئەم پرسە، تێگەیشتنە لە چۆنییەتی دابەشبوونی ژمارە سەرەتاییەکان (خۆبەش)، چونکە ئەم پرسە، ژمارە سەرەتاییەکانی لە هەناو دایە.

چیرۆکی ئەو پرسە، لە سەرجەمی چەند کەرتێکی لەم شێوەی خوارەوە دەستی پێکرد:

$$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$$

ئەنجامەکەشی دەکاتە 15/6 (بەنزیکی 1.83). بەڵام چی دەبێت ئەگەر بێت و هەردەم کەرتی بچوکتروبچوکتر زیادبکەین، با بڵێین کە دە کەرت زیاد دەکەین؟

$$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{8}+\frac{1}{9}+\frac{1}{10}$$

تەنیا بە بەکارهێنانی ئامێرێکی بژمێرەی گیرفانی، دەتوانین سەرجەمی ئەو کەرتانەی سەرەوە بدۆزینەوە، کە بە نزیکی دەکاتە 2.9. ئەم خشتەی تەنیشت، ئەوە نیشان دەدات کە ئەگەر بێت و بەم شێوەیە هەر ڕادەی دیکە زیاد بکەین، ئەوا ئەنجامەکەی چەندێک دەکات.

سەرجەم (بەنزیکی)	ژمارەی ڕانەکان
1	1
2,9	10
5,2	100
7,5	1 000
9,8	10 000
12,1	100 000
14,4	1 000 000
21,3	1 000 000 000

ئەم زنجیرە لە ژمارەکان:

$$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\cdots$$

پێــی دەوتــرێ "زنجیــرەی هاوئــاواز (هــارمۆنی)". ناولێنــانی بە هــارمۆنی دەگەڕێــتەوە بــۆ فیساگۆرســییەکان، ئەوانەی کە ژێیەکــانی مۆســیقایان دابەشــدەکرد بە: نیــوە، یەکســێ، یەکچــوار،... کە بەهــۆیەوە نۆتەکــانی مۆسیقایان دەســت دەکەوت کە ســەرەکی بــوون بــۆ گونجــان و لە بــارێتی-کاتی بەهۆیەوە مۆسیقایان دەچڕی

لە زنجیــرەی هارمۆنیــدا، هەردەم کەرتــی بچوکتروبچــوکتر لە پــاڵ یەکتــر کــۆدەکرێتەوە، بەڵام ئەی ســەرجەمەکەی چــی بەســەردێت؟ ســەرجەمەکەی لە ژمارنــایەت و دەچێــتە ئەو دیــوی هەمــوو ژمارەکــان یــان لە شــوێنێک ژمــارەیەک دەبێــتە ڕێگــری؛ ســنورێک کە ئیــدی لێــی تێپەڕنابێــت؟ بــۆ وەڵامــدانەوەی ئەم پرســیارە، ڕێــگە چــارەیەک هەیە بــۆ بە کــۆمەڵکرنی ڕادەکــان، ڕێگــایەک کە خێراییەکەمــان دوو ئەوەنــدە دەکــات. ئەگەر 8 ڕادەی یەکەم بەیەکەوە کۆبکەینەوە (بزانە کە $8=2*2*2=2^3$) بۆ نمونە:

$$S_{2^3}=1+\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{8}\right)$$

(کاتێک مەبەست لە S بریتییە لە سەرجەم) و، لەبەرئەوەشی کە $\frac{1}{3}$ گەورەترە لە $\frac{1}{4}$ و، $\frac{1}{5}$ گەورەترە لە $\frac{1}{8}$(تا کۆتایی بەم شێوەیە)، ئەوا سەرجەمەکە گەورەترە لە:

$$1+\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}\right)=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$$

بۆیە دەتوانین بڵێین:

$$S_{2^3}>1+3\times\frac{1}{2}=1+\frac{3}{2}$$

بە شێوەیەکی گشتی:

$$S_{2^3}>1+\frac{k}{2}\quad ;k=2$$

ئەگەر ژمــــــــــــــــارەیەک وەربگــــــــــــــــرین $k=20$، کەوایە $n=2^{20}=1{,}048{,}576$ (زیـــاتر لە یەک ملیـــۆن ڕادەیە) و ســــەرجەمی زنجیــرەکەش لە 11 تێــدەپەڕێت (ســەیری خشــتەکەی ســەرەوە بــکە). ئەم

جــۆرە زنجیــرەیە، ئەنجــامەکەی بەرەو زیــادبوون دەچێــتە بە زیــادبوونی ڕادەی زیــاتر، ئەگەرچــی زیــادبوونەکەش زۆر لەســەرخۆ و هێواشــە، بــۆیە بەم جــۆرە زنجیــرەیە دەوتــرێ "زنجیــرەی لێکــدوورکەوتوو" بــۆ ناکۆتــا. لە کاتێکــدا ئەم زنجیــرەی خــوارەوە پــێچەوانەی ئەمەی ســەرەوەیە، کاتێــک ڕادەکان دووجا بن:

$$1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{6^2} + \cdots$$

هێشــتا هەر هەمــان ڕێچــکە بەکــاردێنین: کــۆکردنەوەی ژمــارەی بچوکتروبچــوکتر بەیەکەوە، بەڵام ئەمجارەیــان ســنورێک هەیە و دەگەیــنە ژمــارەیەک کە بۆمــان ئێشــکگرە، ئەم ژمــارەیەش بچــوکترە لە 2. بەڵام هەر بەڕاستی زۆر هونەرییە کە سەرجەمی ئەو زنجیرەی سەرەوە دەکاتە:

$$\frac{\pi^2}{6} = 1.64493 \ldots$$

لەم زنجیــرەی کۆتایــدا، تــوانی ڕادەکــان بریتیبــوو لە 2. لە زنجیــرەی هــارمۆنی تــوانی ژمــارەی ژێــر کەرتەکــان بریتیبــوو لە 1 و ئەم ژمــارەیەش، ژمــارەیەکی هەســتیارە و تــایبەتە بە لێکــۆڵینەوەی ورد، چــونکە بەهــایەکی شــلۆقە. گەورەتــر لەو بەهــایە، وادەکــات زنجیــرەکە "لێکنزیکبــوو" بێــت و، بچــوکتر لەو بەهــایە، وادەکــات بەهــای زنجیــرەکە ڕوولەزیــادبوون بێــت کە ســەرئەنجام لە ناکۆتــا نزیکــدەبێتەوە "زنجیرەیەکــی لێکــدوورکەوتوو". زنجیرەی هارمۆنی لە نێوان "لێکدوورکەوتوو و لێکنزیکبوو" ڕۆنشتییە.

نەخشەی زیتا ڕیمان:

بەنێوبــانگی نەخشــەی زیتــا ڕیمــان $\zeta(s)$، لە ڕاســتیدا بە ئــی ئــۆیلەر ناســراوە لە ســەدەی هەژدەهەمــدا، بەڵام "بێرتراند ڕیمــان" درکــی بە تەواوی گــرینگییەکەی کــرد. هێمــای ζ بــریتییە لە پیتێکــی گریکــی کە بە "زیتــا" دەخوێندرێتەوە. نەخشەی زیتا ڕیمان ئەمەی خوارەوەیە:

$$\zeta(s) = 1 + \frac{1}{2^s} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{4^s} + \frac{1}{5^3} + \frac{1}{6^s} + \cdots$$

ئەم نەخشـــەیە بـــۆ چەنـــدین بەهـــای هەمەچەشـــن هەژمـــارکراوە، بەرچاوترینییـــــان ئەمەیە $\zeta(1) = \infty$ لەبەرئەوەی $\zeta(1)$ بـــــــریتییە لە زنجیـــرەی هـــارمۆنی. بەهـــای $\zeta(2)$ دەکـــاتە $\frac{\pi^2}{6}$ کە ئەم ئەنجـــامە ئـــۆیلەر دۆزیـــیەوە. ئەوەش پیشـــاندرا کە بەهـــای $\zeta(s)$ لە هەمـــوو کاتێکـــدا π تێـــدەکەوێت ئەگەر بێـــت و s ژمـــارەیەکی جـــووت بێـــت، کەوایە کێشـــەکە لەوەدایە ئەگەر بێـــت و s بەهـــاکەی تـــاک بێـــت، ئـــا ئەمە ســـەختییەکەیە. ڕۆگەر ئەپێـــری"[1] شـــتێکی گرینگـــی ســـەلماند کە $\zeta(3)$ بەهـــاکەی ژمـــارەیەکی نـــاڕێژەییە بەڵام شـــێوازی ســـەلماندنەکەی بـــۆ $\zeta(5), \zeta(7), \zeta(9)$ و هەمـــوو ئەمانەی لەم شێوەیە، لە توانایدا نەبوو.

گریمانەکەی ڕیمان:

گـــۆڕاوی s لە نەخشـــەی زێتـــا ڕیمـــان، بەهـــایەکی ڕاســـتی دەنوێنێـــت- گـــۆڕاوێکی ڕاســـتییە، بەڵام دەکرێـــت نەخشـــەکە فراوانتربکرێـــت بەهـــۆی ئەوەی کە گـــۆڕاوەکە بکەیـــنە گـــۆڕاوێکی ئـــاڵۆز- گۆڕاوێـــک کە ژمـــارە خەیاڵییەکـــان و ئاوێتەکـــانیش بنوێنێـــت (وەربگرێـــت). ئەمەش هێزێکـــی گەورە بە هونەرەکـــانی بـــابەتی شـــیکردنەوەی ژمـــارە ئاڵۆزەکـــان دەبەخشـــێت بـــۆ ئەوەی لەم پرسە بەکاربهێندرێت.

نەخشـــەی زێتـــا ڕیمـــان، ناکۆتـــا شـــیکار- ســـفری هەیە، واتە ناکۆتـــا sی جیـــاواز هەیە کە وادەکـــات $\zeta(s) = 0$. بەهـــۆی لێکـــۆڵینەوەیەک لە لایەن ڕیمـــان خـــۆیەوە کە پێشکەشـــی ئەکادیمیـــایی بەرلینـــی کردبـــوو لە ســـاڵی 1859دا، پیشـــانی داوە کە هەمـــوو ســـفرە گرینگەکـــان، ژمـــارە ئاڵۆزەکـــانن و دەکەونە نـــاو نـــاوچەی شـــلۆق کە ســـنوردراوە بە $x = 0$ & $x = 1$ ســـا بۆیە ڕیمان گریمانە بەناوبانگەکەی کرد، کە ئەمەیە:

هەمـــوو ســـفرەکانی نەخشـــەی زێتـــا ڕیمـــان $\zeta(s)$ دەکەونە ســـەر مێلی $x = 1/2$ کە مێلەکە دەکەوێتە ناوەڕاستی ناوچەی شلۆق.

---

[1] *Roger Apéry*



یەکەم هەوڵ بـــــــــۆ یەکلاکـــردنەوەی ئەم گریمـــانەیە، لە ســـــالی 1896 بـــــوو بە شـــیوەیەکی ســـەربەخۆ لە لایەن هەریەک "چـــارلس دی لا ڤـــالی پواســــــین" و "چــــــاککویس هەدامــــارد"، ســـــەلماندییان کە سـفرەکان دەبێـــت بـــکەونە نـــاوەوەی نـــاوچەی شـــلۆق (کە نابێــت x یەکســان بێـت بە ســفر یـــان یەک). لە 1914دا، بیرکـــاریزانی ئینگلیـــزی "جـــی هـــێج هـــاردی" ســـەلماندنی کە ناکۆتــا ســفر دەکەوێــتە ســەر هێڵــی $x = 1/2$ هەرچەنــدە ئەمەش هیچــی لە کێشــەکە ئاسـان نەکـردەوە. لە سـالی 1896ەوە ئەوەنـدەی کە ئەنجـــامی ژمـــارەیی دەیبڕێـــت، ســـفرە بێبەرەکـــان هەژمـــارکران (1,500,000,000 ســفر) کە دەکەونە ســـەر هێڵـــی $x = 1/2$ لە دوای ئەو ساڵەوە هەژمارەکـان ئەوەیـان پشـت ڕاسـتکردەوە کە ئەمە ڕاسـتە بـۆ سـەد بلیـۆن سـفر. لەکاتێـدا ئەم دەرئەنجـامە تاقیکردنەوەیـانە ئەوە دەخەنە ڕوو کە گریمـانەکە بەڕاسـتی ژیـرانە و بەجێـیە، ئەگەرچـی ئەگەری ئەوەش هەیە کە هەڵە بێـت. گریمـانەکە ئەوەیە کە هەمـوو سـفرەکان دەکەونە سـەر ئەم هـێڵە شـلۆقە، بەڵام هێشـتا چـاوەڕێی سـاغکردنەوەیە یـانیش پـوچەڵکردنەوە، گرینگ نییە کامەیانە، گرینگ ئەوەیە بەلایەکدابخرێت.

بۆچی گریمانەی ڕیمان گرینگ و بایەخدارە؟

بەڕاستی پەیوەندییەکی پێشبینی نەکراو لە نێوان نەخشەی زێتا ڕیمان $\zeta(s)$ و تیۆری ژمارە سەرەتاییەکان هەیە. ژمارە سەرەتاییەکان ئەمانەن: $2, 4, 7, 11, 13, \ldots$ کە تەنیا بەسەر خۆیان و یەک دابەش دەبن. بە بەکارهێنانی ئەم ژمارە سەرەتاییانە، دەتوانین ئەم شێوەیەی خوارەوە بنووسن:

$$\left(1-\frac{1}{2^3}\right)\times\left(1-\frac{1}{3^3}\right)\times\left(1-\frac{1}{5^s}\right)\times\ldots$$

کە ئەمە ڕێگایەکی تر بۆ نووسینی نەخشەی زێتا ڕیمان $\zeta(s)$. شیکاربوونی گریمانەی ڕیمان، شتگەلێکی زۆر لە هەمبەر ژمارە خۆبەشەکان ئاشکرا دەکات، وەک چۆنییەتی بڵاوبوونەوەی ئەم ژمارانە بە نێو ژمارە سروشتییەکان، کە ئەمەش تێگەیشتنمان باشتر دەکات لە پێکهاتە سەرەتاییەکانی بیرکاری.

لە ساڵی 1900دا، بیرکاریزان 'دەیڤید هیلبێرت' خشتەی 23 پرسیارە بەناوبانگەکەی بۆ بیرکاریزانان خستەڕوو تاکو شیکاریان بکەن. لە بارەی پرسی هەشتەمەوە وتی: 'ئەگەر دوای خەوێکی 500 ساڵی بە خەبەربێمەوە، یەکەم پرسیارم ئەمە دەبێت: ئەرێ گریمانەکەی ڕیمان سەلمێندرا؟'

هاردی لە میانەی گەشتێکی بۆ دانیمارک بۆ لای هاوڕێی 'هەراڵد بۆر'، بەر لە جێهێشتنی بەندەرەکە نامەیەک دەنێرێتەوە لەگەڵ ئەو بانگەشەیەی کە ئەو کتومت گریمانەی ڕیمانی سەلماندییە. ئەگەر کەشتییەکەی هاردی نقوم بێت، ئەوا ئەو شانازییەی کە ئەم گریمانە مەزنەی شیکارکردییە، دوای مردنی بڵاو دەبێتەوە و دەبێتە خاوەنی. لە لایەکی دیکە، ئەگەر خودا بوونی هەبێت، ڕێگەنادات کە خودانەناسێکی وەک هاردی ئەو شانازییەی بەرکەوێت و، ڕێگە لەوە دەگرێت کە کەشتییەکەی نقوم بێت.

ئەو کەسەی کە بتوانێت ئەم گریمانەیە بەلایەکدابخات، ئەوا دەبێتە خاوەن خەڵاتێکی یەک ملیۆن دۆلاری (100 دەفتەر) کە لە لایەن پەیمانگای بیرکاریی کلای دابینکراوە. بەڵام پارە هێزی بزوێنەر نییە بۆ

ئەو کارە- بەشی هەرە زۆری بیرکاریزانەکان، پرس و کێشەکان بۆ ئەوە یەکلادەکەنەوە تا ئەنجامەکەی ببینن و چێژ لە کارەکە ببەن، لە لایەکی دیکەش بۆ دەستخستنی ئەو قەدر و شکۆیەیە کە بەهۆیەوە بە بەریدا دەکرێت و دەچێتە ڕیزی گەورە پیاوانی بیرکارییەوە- بیرکاریزانان، بۆ ئەبەد ناوی لە گەورە پیاوان دەمێنێتەوە.

کورتەی بیرۆکەکە

مەزنترین بەرەنگاری

کارنامە

1854	1859	1896
'ریمان'[1] دەستی بە لێکۆڵینەوەکانی کرد لەسەر نەخشەی زیتا.	'ریمان' سەلماندنی کە کلیلی شیکار دەکەوێتە ناو ناوچەی شلۆق و گریمانەکەی لەوێوە ڕۆنرا.	'چارلس دی لا ڤالی پواسۆن' و ' چاککویس هەدامارد'[2]. سەلماندیان کە سفرەکان دەبێت بکەونە ناوەرەی ناوچەی شلۆق.
1900	**1914**	**2004**
'هیلبێرت'[3] گریمانەی ریمانی خستە ناو خشتەکەی بۆ ئەوەی بیرکاریزانەکان شیکاری بکەن.	'هاردی'[4] سەلماندنی کە ناکۆتا شیکار هەیە لەسەر هێڵەکەی ریمان.	ساخکرایەوە کە دە ترلیۆن شیکار لەسەر هێڵی شلق هەیە.

---

[1] *Riemann*

[2] *De La vallé – poussin & Hadamard*

[3] *Hilbert*

[4] *Hardy*

46 بیرکاری نەخت

"نۆرمـان" فرۆشـیارێکی لێزان و کـارامەی پاسـکیلە. زۆر خۆشـحاڵ دەبێت کـاتێ کڕیارێـک بەبێ هەژمـاری بـانکی و بە پـارەی کـاش دێـت بـۆ کڕینـی پاسـکیلێک. کەسـێک دێـتە دوکـانەکەی بـۆ کڕینـی پاسـکیلێک کە نـرخەکەی 99$، کـــابراش هەژمـــارێکی بـــانکی بە بـــڕی 150$ دەداتە نۆرمـــان، نۆرمـانیش خـــوردەی لا نیـــیە و دەچێـت لە لای دراوسـێیەکەی خـــوردی دەکـاتەوە و 51$ دەداتەوە کڕیـارەکە. لێـرەوە نەهـامەتی دەسـت پێـدەکات. دوایـی دەردەکەوێـت ئەو هەژمـارە بـانکییە سـاختە بـووە و دراوسـێیەکەی داوا دەکـات 150$ بـۆ بگەڕێنێـتەوە. نۆرمـانی قوربەسـەریش لە گیرفـانی خـۆی 150$ دەداتەوە کـابرا. ئایـا نۆرمـان لەو تـێکە و لـێکەیە چەنـدی زەرەر کرد ئەگەر بێت و نرخی پاسکیلەکە 79$ لەسەرخۆی بوو بێت؟

ئەم مەتەڵە سـەیر و سـەمەرەیە لە لایەن مەتەڵەوانـی مەزن "هێنـری دودنیـی" هـاتە بەرباس. ئەم پرسـە یەکێـک لە جۆرەکـانی نەختـی بیرکارییـانە، بەلام بە تەواوی لەگەڵ بـابەتی پـارە گرێـدراوە. ئەم پرسـە ئەوە دەردەخـات کە چـۆن پـارە بە کـاتەوە بەسـتراوەتەوە و هەڵئاوسـانی ئـابووریش چـۆن کـار لەو کێشـانە دەکـات. لە سـاڵی 1920دا، پاسـکیلەکەی "دودینـی" لە ڕاسـتیدا تەنیـا 15$ تێچـووەکەی بـوو. ڕێـگەیەک بـۆ بەرەنگـاربوونەوەی هەڵئاوسـان لە ڕێـگەی سـوودی پـارەوە، یەکـێکە لەو شـتە زۆر خـۆش و فەربـوودانەی بیرکـاری و تەنـانەت لە بـازاری دارایـی و سـەردەمی هاوچەرخیشدا، گرینگی زۆری هەیە.

سوودی ئاوێتە:

دوو جۆر لە سوود (سوو) هەیە، ئەوانیش بە سوودی سادە و سوودی ئاوێتە ناسراون. ئێستا با سەرنجی بیرکارییانەمان بخەینە سەر دوو برا، ئاوانیش "چارڵی" ئاوێتە و "سایمۆنی" سادە. باوکیان بۆ هەریەکێکیان $1000 دەداتێ و ئەوانیش پارەکە لە بانک دادەنێن. چارڵی هەمیشە هەژمارێک هەڵدەبژێرێت کە سوودی ئاوێتەی تێدا بێت، بەڵام سایمۆن زۆر بە قەناعەتە، بۆیە هەژمارێکی زۆر سادە دەکاتەوە و سوودەکەی شتێکی وەها نییە. لە ڕووی مێژووییەوە، سوودی ئاوێتە بە سوپا و ڕم دەناسرێتەوە. لە ئێستاشدا سوودی ئاوێتە بووە بە ڕاستییەکی ژیان و، چەقی هەموو ئەو ڕژێمانەیە کە لە بواری بازاڕی دراو دەیبینین و هەمی خەڵکی هەوڵی بۆ دەدەن، لەبەر ئەمەشە کە چارڵی هەوڵی بۆ دەدات و بەو شێوەیە دەخوازێت کە هەژمارێک بۆ ئەم بڕە پارەیەی بکاتەوە. سوودی سادە بەم شێوەیە تایبەتمەندی نییە و لەسەر بڕێکی دیاریکراودا؛ هەژمارکردنەکانی لەسەر جێبەجێدەکرێت، ئەو بڕەش ناسراوە بە "بنەما" یان بنەمای خستنە سەر. سایمۆن زۆر بە ئاسانی لەو بنەمایە تێدەگات، چونکە هەموو ساڵێک هەمان بڕی قازانج دێتە سەر پارەکەی و ناگۆڕێت.

کاتێ باس لە بیرکاری دەکرێت، واباشترە کە ئاینشتاین لە تەنیشتەوە بێت، بەڵام بانگەشەی ئەوەی کە سوودی ئاوێتە مەزنترین دۆزینەوەیە، لە ڕاستیدا لەوانەیە وابێت و، لەوانەشە وانەبێ. ئەو هاوکێشەی کە سوودی ئاوێتەی تێدا هەژمار دەکرێت، خێراترێکە وەک لە هاوکێشە بەناوبانگەکەی ئاینشتاین $E = mc^2$ و نکۆڵی لێناکرێت. بەڵام بابەتە سەرەکییەکە لێرە، ئەوەیە کە سوودی ئاوێتە بۆ بەرژەوەندی ئەو کەسانەیە کە پارە پاشەکەوت دەکەن، دەنا بۆ ئەو کەسانەی کە پارە قەرز دەکەن، ئەوە هیچ لە سوود و قازانجی ئەوانەدا نییە و، بگرە تەواو دژی ئەوانە لەم کاتەدا. کە وایە یاسای سوودی ئاوێتە بۆ ئەو کەسەی کە پارە پاشەکەوت دەکات، یاسایەکی پێشاوپێشە، لێ بۆ کەسی قەرزکەر، پاشەوپاشە. لەم یاسایەدا، هێماکان ئاماژەن بۆ چ شتێک؟

ڕادەی p بنەمایە (ئەو بڕەی تۆ هەتە، جا چ پاشەکەوتت کردبیە، چ قەرزت کردبیە)، هێمای i ڕێژەی سوودی دابەشکراوە بەسەر 100 و n بریتییە لە ژمارەی ماوە کاتەکان.

$$A = K \times (1 + i)^n$$

یاسای سوودی ئاوێتە

باشە چارلی $\$1000$ لە هەژمارەکەیدا هەیە، ساڵانە 7% قازانج دەدات، لە ماوەی 3 ساڵدا پارەکەی چۆن زیاد دەکات؟ لێرەدا $i = 0.07$ و $p = 1000$ و $n = 3$، کەوایە بە پێی یاساکە $A = \$1225.04$. لەکاتێکدا هەژمارەی سایمۆن هەمان ڕێژەی سوود دەدات 7% وەک سوودێکی سادە. باشە داهاتەکەی ئەم دوای 3 ساڵ چی بەسەر دێت بە بەراورد بە داهاتەکەی چارلی؟ وتمان لە سوودی سادە هەموو ساڵێک هەمان سوود دەچێتە سەر هەژمارەکەی، کەوایە هەر ساڵە و $\$70$، لە ماوەی 3 ساڵدا $210 = 70 \times 3$ کەوایە دوای 3 ساڵ پارەکەی سایمۆن دەبێتە $\$1210$. بۆیە لێرەوە دەردەکەوێت کە بڕی پارەکەی چارلی باشترێکە وەک لە بڕی پارەکەی سایمۆن، چونکە ئەوەی چارلی زیاتر لە قەوارەی بازرگانیدایە. ئەم پارەیەش زۆر بە خێرایی زیاد دەکات. کەوایە سوودی ئەم جۆری پاشەکەوتکردنە تەنیا بۆ ئەو کەسە باشە کە پارە پاشەکەوت دەکات، دەنا بۆ ئەو کەسەی کە قەرز دەکات، قەرزدارتری دەکات. کلیلی سوودی ئاوێتە بریتییە لەو ماوەیەی کە سوودەکەی دێتەر سەر. چارلی گوێبیستی پلانێک بووە کە لە هەر هەفتەیەکدا سەدا 1 سوود لە هەر دۆلارێک دەدات. ئایا بەهۆی ئەو پلانە چەندی دەستدەکەوێت؟

سایمۆن پێی وایە وەڵامەکەی دەزانێت: لەبەر ئەوەی لە هەر ساڵێک دەکاتە 52 هەفتە، ڕێژەکەش 1 لە 100، بۆیە 1 جارانی 52 دەکاتەوە 52، کەوایە ڕێژەی سەدی ساڵانە بۆ ئەم بڕە دەکاتە 52%. ئەمەش واتای ئەوەیە کە سوودی 52% لە هەژمارەکەدا دەبێتە $\$520$ کە سەرجەمیش دەکاتە $\$1520$. چارلی یاسای سوودی ئاوێتە و ئەفسووناوی ئەم سوودەی بیری سایمۆنی هێنایەوە. کاتێک

$p = \$1000$ و $i = 0.01$ و $n = 52$، چـــــارلیش بەهـــــۆی بژمێــــــرە دەستییەکە ئەم بیرکارییەی ئەنجامدا:

$$\$1000 \times (1.01)^{52} = \$1677.69$$

ئەمەش زۆر باشـــترێکە وەک لە ســـوودی ســـایمۆن- ســـوودی ســـادەوە. لەمەوەش دەردەکەوێـت کە ڕێـژەی سـەدی سـاڵانەی چـارلی یەکسـانە بە 67.769% و زۆر زیـــاترە لە هەژمـــاری ســـایمۆن کە دەکـــاتە 52%. ســـایمۆن ئێســـتاکە زۆر بە ســـوودی ئـــاوێتە سەرســـامە، بەڵام پـــارەکەی لە بانک و لە ژێر ئاسۆکی سوودی سادە دایە.

ئەو دەیەوێـت بزانێـت کە چەنـد دەیخایەنێـت تـاکو پـارەکەی دەبێـتە دوو ئەوەنــدە، ئەگەر هەر ســاڵە و $70 بێــتە ســەر هەژمــارەکەی. ئێســتا گەر 1000 دابەشـــی 70 بکەیـــن، بە نزیکـــی دەکـــاتە 14.29 کە نزیکیشـــە لە 15، کەواتە دوای 15 ســـــاڵ پـــــارەکەی ($1000) دەبێـــــتە دوو ئەوەنـــــدە ($2000). ئەمەش کـاتێکی زۆرە، قیـر سـپی دەبێـت تـا پـارەکەت ببێـتە دوو ئەوەنـدە. ئێسـتا ئەگەر بپرسـین ئـاخۆ پارەکەی چارلی بە چەنـد سـاڵ دەبێـتە دوو ئەوەنـدە کاتێـک پـارەکەی ئەو لە ژێـر ئاسـۆکی سـوودی ئـاوێتە دایە. ئەم بـارە تـۆزێ ئـاڵۆزە، بەڵام هـاوڕێیەک دەربـارەی یاسـای 72 شـتێکی فێردەکات.

یاسای 72:

لە سـوودی ئـاوێتەدا، چـارلی سـاڵانە 7 لە سـەدی پـارەکەی بنەمـای زیـاد کـردنەکەیە، بـۆ دۆزینـەوەی ئەوەی کە ئـاخۆ چـارلی لەچەنـد سـاڵ پـارەکەی دەبێـــتە دوو ئەوەنـــدە، ئەوا دێـــین 72 دابەشـــی ئەو ڕێـــژەیە دەکەیـــن: $\frac{72}{7} = 10.3$ کە بە نـــزیکیش دەکـــاتە 11، کەواتە چـــارلی دەچێـــت بە بـــراکەی ڕادەگەیەنێـت کە پـارەکەی ئەو بە 11 سـاڵ دەبێـتە دوو ئەوەنـدە لە کاتێکـدا پـارەکەی سـایمۆن بە 15 سـاڵ دەبێـتە دوو ئەوەنـدە، بەڕاسـتیش 4 سـاڵ کەم نیـــیە. هەر چەنـــدە ئەم یاســـایە بە نـــزیکییە، بەڵام بە ســـوودە لەو شوێنەی کە پێوستە بڕیاری خێرا بدرێت لە بابەتێکی لەم شێوەیە.

بەهای ئێستا:

بـاوکی چـارلی، زۆر بە زیرەکـی کـوڕەکەی سەرسـام دەبێـت، بـۆیە دەفـع دەبێـت و دەڵێـت: سـەد هەزار دۆلارت پێـدەدەم و بـیخە سـەر ئەو هەژمـارە بـانکییە. چـارلیش زۆر بەمە دڵخـۆش دەبێـت، بەڵام دواتـر بـاوکی مەرجێکـی بـۆ دادەنێـت کە لە مـاوەی 10 سـاڵ ئەو پـارەیەی پێـدەدات! چـارلیش بەمە دڵ توند دەبی.

چـارلی دەیەوێـت ئێسـتا پـارەکە خەرج بکـات، بەڵام ڕوونە کە ناتوانێـت. دەچێـتە بانـک و بەڵێنـی 100 هەزار دۆلاریـان پێـدەدات لە مـاوەی 10 سـاڵدا، بەڵام دەڵـێن: 100 هەزار دۆلاری ئێسـتا وەک 100 هەزار دۆلاری 10سـاڵی دابێـت نیـیە، چـونکە بـانکەکە قەبـارەی بەرهەمهێنـان لە ئێسـتا دەخەملێنێـت، دوای ئەمە بە حسـابی 10 سـاڵی ئاینـدە لێکیـدەدەنەوە و دواتـر دەتـوانن ئەو بـڕە پـارەیە بـدەنە لایەنـی دووەم. ئەدیکـو کـاکە، خـۆ شـتە هەروا فشـە نیـیە. بـانکەکە پێـی وایە کە ڕێـژەی 12% قـازانجێکی گونجاویـان پێـدەدات. باشـە کەوایە، ئێسـتا بـۆ ئەو بـڕە 100 هەزار دۆلار دەکـاتە چەنـدێک؟ بە پێـی هەمـان یاسـا، $p = 100{,}000$ و $i = 0.12$ و $n = 10$، بـۆیە $100{,}000/(1.12)^{10}$ ئەنجـامەکە دەکـاتە $32,197.32، چـارلیش بە بیسـتنی ئەمە شـۆک دەبێـت، بەڵام هێشـتا دەتوانێـت ئەو پۆرشـە نـوێیە بکرێـت. بـاوکی چـارلی بەڵێنـی داوە 100 هەزار دۆلار لە مـاوەی 10 سـاڵدا بـداتە کـوڕەکەی، کەوایە دەبێـت لە ئێسـتاوە پـارە پاشـەکەوت بکـات. باوکیشـی بـۆ ئەمە پلانـی خـۆی هەیە و دەتوانێـت بەڵێـنەکەی بێنێـتە جـێ، چـارلیش ئەوکـات دەتوانێـت پـارەکە بـداتە بانـک و ئەوەی نیـازی لێـی هەیە، پێی بیکات.

کورتەی بیرۆکەکە

سوودی ئاوێتە بە باشترین شێوە کاردەکات

کارنامە

3000پز

بابلییەکان ڕژێمی ژمارەی شەستییان بەکارهێنا لە مامەڵە داراییەکان.

1494

"لوکاپاشولی"[1] خشتەی دارایی و هەژمارێکی پەرتوکداری دووجار بڵاوکردەوە.

1718

"ئەبراهام دی موڤەری"[2] ئاماری مردن و بنەماکانی بیردۆزی خانەنشینی تاقیکردەوە.

1756

"جەیمس دۆدسۆن"[3] یەکەم وانەی لەسەر بابەتی بیمە بڵاوکردەوە.

1848

لە بەرلین پەیمانگای "ئاکتورایسی بیرکاری"[4] کرایەوە.

---

[1] *Luca Pacioli*
[2] *Abraham De Moivre*
[3] *Jammes Dodson*
[4] *Institute of Actuaries*

47 ئەندازەی تەکسی

هەتا ماوەیەک بەر لە ئێستاش، زۆربەی خەڵک باوەڕدار بوون بەوەی کە تەنیا ئەندازە، ئەندازەی ئیقلیدییە- ئەو ئەندازەیەی کە ئیقلید 300 ساڵ بەر لە زایینی، لێوەی دواوە. ئەوەی جێگای سەرنجە، ئەو ئەندازەیە تا ئەمڕۆکەش هەر باوە و بەکارهێنانی هەمەچەشنی هەیە، وەک لە نەخشەکردنی باڵەخانەکان، موشەک هاوێژەکان و چەندین بواری دیکە. لە سەدەی نۆزدەهەمدا، بیرکاریزانەکان و فیزیکزانەکان هەستیان کرد کە ئەندازەی ئیقلیدی بەس نییە بۆ ڕاپکردنی کارەکانیان و، لە هەموو کێشەیەک ئەندازەی ئیقلیدی بە هانایەنەوە نایەت. ئەوە بوو ئەندازەی نائیقلیدی بەدەرکەوت و گەلێک لق و پۆپی جیاوازی لێ بوویەوە. وەک لە پێشتریش باسکرا کە ئەندازەی نائیقلیدی یاوەرێکی باشی ئاینشتاین بوو لە هەمبەر تیۆرییەکەی.

ئەندازەی تەکسی هەر لە ناوەکەیەوە تۆزێ گاڵتەئامێز دەردەکەوێت، ئەمەشە وا لە خەڵکی دەکات لە بارەیەوە خۆیان بەهرەمەند بکەن، بەڵام بەڕاستیش ئەندازەیەکی جوان و سەرنجڕاکێشە. ئەندازەی تەکسی؛ یەکێکە لە ئەندازە نائیقلیدییەکان، هاوشێوەی ئەندازەی ئیقلیدییە بەڵام "نەخشەی دووری"یەکەی جیاوازە لە نەخشە دووری ئیقلیدی ئەگەر بێت و بەهۆی نەخشەی دووری لە بارەی ئەندازەکەوە بدوێن. لێرە خاڵ و ڕاستەهێڵ هەر هەمان ئەو خاڵ و ڕاستەهێڵانەن کە ئیقلید ناساندبوونی، لێ تەنیا شتێک کە جیاوازە، نەخشەی دوورییە، بەڵام هەموو جیاوازییەک لەم نەخشەیە سەرچاوەدەگرێت و وادەکات تایبەتمەندییەکانی ئەندازەیەک لە ئەندازەیەکی دیکە جیاواز بێت. ئەم ئەندازەیە بە چەندین ناوی دیکەی هەیە، وەک: شاری خانەخانەیی، شاری مەنهاتن و ئەندازەی مینکوفسکی- ئەو کەسەی کە بە دۆزەرەوەی ئەم ئەندازەیە دەزاندرێت و ناسراوە.

نەخشە دووری تەکسی:

نەخشەی دووری نەخشەیەکە بەکاردێت بۆ هەژمارکردنی دووری نێوان دوو خاڵ. هەر ئەندازەیەک، نەخشەیەکی تایبەت بەخۆی هەیە. وەک دەزانین کە نەخشەی دووری لە ئەندازەی ئیقلیدی دەکاتە:

$$d_E(A,B) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

کاتێک A و B دوو خاڵن لە تەوەرەکانی xyی ئیقلیدی. نەخشەی دووی بۆ ئەندازەی تەکسی، بریتییە لە:

$$d_T(A,B) = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$$



جیاوازی نێوان ئەندازەی ئیقلیدی و ئەندازەی تەکسی

ئەگەر لە نەخشەکە وردبینەوە، بەهای ڕووت دەبینین، دیاریشە کە ئێمە لە هێڵی ژمارەکان بەهۆی بەهای ڕووت دووری نێوان دوو ژمارەمان دەدۆزییەوە، دیارە ئەمەش نزیکە لە شتێکی وەها.

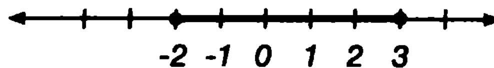
شاری خانەخانەیی:

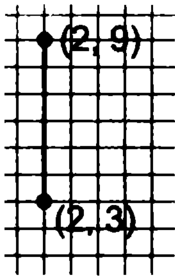


بیرۆکەی بابەتەکە لێرەیە. وادانێ لە شارێک دەژی (وەک شاری مەنهاتن لە نیۆرک) کە هەموو شەقامەکانی، یان ستوونین یان ئاسۆین، ئەمەش واتا لەم شارە هیچ شەقامێکی بازنەییمان نییە و هەردوو شەقامێکیش لە شارەکە کە یەکتردەبڕن، لەسەر یەکتر ئەستوون دەبن. ئێستا پرسیارەکە ئەوەیە: کورترین ڕێچکە (ڕێگا) لە نێوان دوو کەس لە شارەکە چۆن دەدۆزرێتەوە؟ وادانێ کە کەسێک لە خاڵی A و کەسێکیش لە خاڵی B وەستاوە، ئەوا دووری نێوان ئەو دوو کەسە چۆن دەدۆزرێتەوە و دەکاتە چەند؟

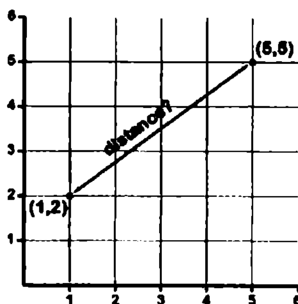
لەسەرەوە گوتمان کە هەموو شەقامەکان ستوونین یان ئاسۆین، کەوایە لێرە چەند دۆخێک دروست دەبێت:

1. ئەگەر دوو کەسەکە لە سەر هەمان شەقام (ستوونی یان ئاسۆیی) بن.
2. ئەگەر لە دوو کەسەکە یەکێکیان لەسەر شەقامێکی ئاسۆیی و یەکێکیان لەسەر شەقامێکی ستوونی بێت.





لە دۆخی یەکەم، ئەگەر ئەمە شوێنی کەسی یەکەم بێت: $A = (x_1, 0)$ و ئەمەش شوێنی کەسی دووەم بێت: $B = (x_2, 0)$. ڕوونە کە دووری نێوانیان دەکاتە: $d(A,B) = |x_2 - x_1|$. ئەگەریش هەردووکیان لەسەر شەقامێکی ستوونی بن: $d(A,B) = |y_2 - y_1|$ کاتێک $A = (0, y_1)$ و $B = (0, y_2)$.



لە دۆخی دووەم، ئەگەر $A = (x_1, y_1)$ و $B = (x_2, y_2)$ شوێنی هەر یەک لە دوو کەسەکە بێت، چۆن دووریان لە یەکتر دەدۆزینەوە؟ ڕەنگە بڵێی: xەکان لەگەڵ یەکتر کەم دەکەم، بۆ yیەکانیش بەهەمان شێوە، دواتر ئەنجامەکەیان کۆدەکەمەوە! زۆر تەواوە، بەڵام یەک شتت لە بیر کرد، ئەویش بەهای ڕووت. کەواتە بەم نەخشەیەی سەرەوە کە پێمان دەگوت "نەخشەی دووری" ئەوا دووری نێوان دوو خاڵە

دەدۆزینەوە. ئەم نەخشەیە بۆ هەردوو بارەکە ڕاستە، ئێمە تەنیا بۆ تێگەیشتن کردمانە دوو باری جیاواز.

ئێستا ئەگەر خاڵی $A = (1,2) \& B = (5,5)$ ئەوا دووری نێوانیان دەکاتە:

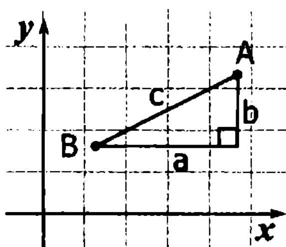
$$d_T(A,B) = |5-1| + |5-2| = 7$$

کامە ئەندازە باشترە؟

ئەگەر بێین دووری نێوان ئەو دوو خاڵە بە هەردوو ئەندازەکە بدۆزینەوە، پاشان ئەنجامەکان بەراورد بکەین، بابزانین چی دەبینین:

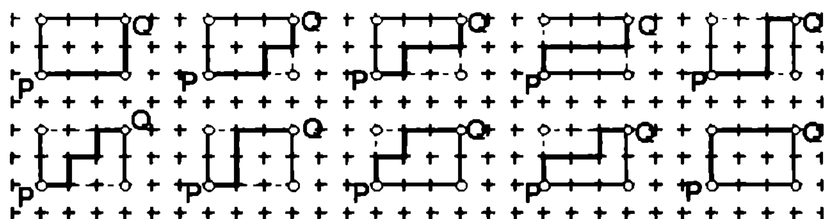
$$d_E(A,B) = \sqrt{(5-1)^2 + (5-2)^2} = 5$$

$$d_T(A,B) = |5-1| + |5-2| = 7$$



وەک دەبینین ئەنجامەکەی ئەندازەی ئیقلیدی باشترێکە. کەواتە لەم ڕووەوە ئەندازەی ئیقلیدی باشترێکە لە هەر ئەندازەیەکی دیکە. هۆکاری ئەمەش ئەوەیە کە لە ئەندازەی ئیقلیدی، هونەری "قەدبڕی" هەیە. ئەگەر سەیری ئەم وێنەیەی تەنیشت بکەین، ئەوا c دووری نێوان دوو خاڵەکەیە بەهۆی ئەندازەی ئیقلیدی، بەڵام $a + b$ دووری نێوان دوو خاڵەکەیە بەهۆی ئەندازەی تەکسی، ڕوونیشە کە ئەنجامی c هەمیشە بچوکتر یان یەکسانە لە ئەنجامی $a + b$.

لە لایەکــی دیــکە، ئەنــدازەی تەکســی باشــترە وەک لە ئەنــدازەی ئیقلیــدی، چــونکە لە ئەنـدازەی ئیقلیـدی؛ کـورتترین ڕێچـکە (ڕێگـا) لە نێـوان دوو خـاڵ، تاقـانەیە و هــیچ دووڕێگـای جیـاواز بەهەمــان دووری، لە ئەنــدازەی ئیقلیــدی بــوونی نیــیە، ئەمەش هۆکــاری ئەوەیە کە لەم ئەنــدازەیە، هــونەری قەدبــڕی هەیە. لە ئەنـــدازەی تەکســـی، بـــۆ هەر دووخاڵێـــک بەو مەرجەی نەکەوتە ســەر یەک هێـڵ، ئەوا هەمیشــە (بەلایەنــی کەم) دوو ڕێچـکە (ڕێگـا)ی جیـاواز بە هەمــان دووری بــوونی هەیە. زۆر جــار لە نــاو گەڕەکەکــان، دەتوانێــت بە دووڕێگــای جیــاواز و بەهەمــان دووری، بگەیــتە شــوێنی مەبەســت. ئەمەش ڕێک بەم شێوەیەیە.



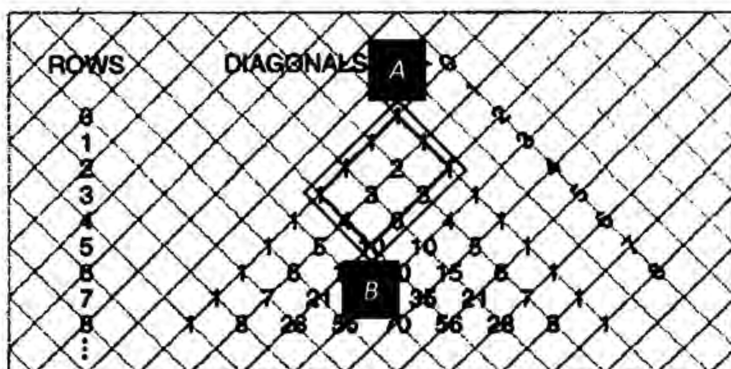
لەم وێــنەی ســەرەوە، لە نێـوان خــاڵی P و Q چەنــدین ڕێگــای جیــاواز بە هەمــان دووری هەیە، بــۆیە خۆشــبەختانە ئەگەر کەســێکیش دوات کەوێــت، دەتوانێـت ڕێگـای جیـاواز بگـریتە بەر. لەبەر ئەم هـۆیە و لەم بـارە، ئەنـدازەی تەکسی بەباشتر دەزاندرێت وەک لە ئەندازەی ئیقلیدی.

چۆن بزانین لە نێوان هەر دووخاڵێک، چەند ڕێگای جیاواز هەیە؟

بــۆ دۆزینــەوەی ژمــارەی ڕێگــا جیــاوازە هاودووریییەکــان لە ئەنــدازەی تەکسی، ئەم یاسایە بەکاردێنین:

$$N=\frac{r!}{n!(r-n)!}$$

هەســت ناکەیــت ئەو یاســایەت لە شــوێنێک بینیــووە؟ بــا، لە سێگۆشــەی پاسـکال! ئـای خـوایە سێگۆشـەی پاسـکال چ پەیوەنـدی بەوەوە هەیە لە ڕێـی خـــوا! لە ڕاســـتیدا ئەم یاســـایەی ســـەرەوە لە سێگۆشـــەی پاســـکال دروســتکراوە، چــونکە دۆزیــنەوەی ڕێگــا جیاوازەکــان، بەهــۆی سێگۆشــەی پاسکالەوە دەکرێت. لەم وێنەی خوارەوە وردبەرەوە:



ئێستا دیارە کە لای خاڵی B ژمارە 10 دەردەکەوێت، ئەمەش واتای ئەوەیە 10 ڕێگای جیاواز هەیە بۆ هەڵاتن لە خاڵی A بۆ خاڵی B.



ئێستا لەم نمونەی تەنیشت، $r = (2+3)! = 120$

و $n = 2! = 2$. لەمەوەش:

$$N = \frac{120}{12}, \text{ یان } N = 10$$

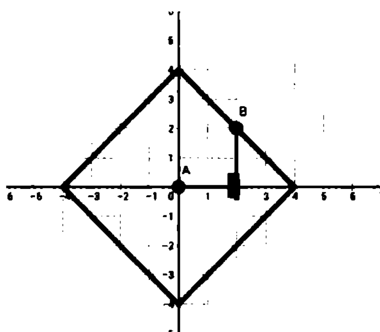
دڵان بەخۆتدابگرە چونکە لێرە $\pi = 4$ ؟!

هیوادارم هیچ کاردانەوەیەکی خراپ نەبێت کە دەڵێین: بەهای پای لێرە دەکاتە 4. ئەمە یەکێکە لە جیاوازییە زۆر جوان و سەرنجڕاکێشەکانی ئەم ئەندازەیە، چونکە بەهای $\pi = 4$. باشە چۆن ئەمە بسەلمێنین؟

ئێستا وادانێ کە خاڵێکمان هەیە لە چەق $A = (0,0)$ و خاڵێکمان هەیە B کە دەکەوێتە سەر چێوەی بازنەیەک (لێرە بازنە چوار گۆشەیە!) و تیرەکەی بریتییە لە r، لەبەر ئەوەی بازنە لێرە چوار لای هەیە، کەوایە چێوە دەکاتە $8r$ و تیرەش دەکاتە $2r$، ئێستا:

$$\pi_T = \left(\frac{\text{چێوە}}{\text{تیرە}}\right) = \frac{8r}{2r} = 4$$

شتێکی دیکە کە لێرە زۆر سەرنج ڕاکێشە، ئەوەیە کە بازنە لێرە چوارگۆشەیە! ئەی دەبێت شێوەی بڕگە هاوتا چۆن بێت؟



بازنەیەک کە تیرەی بریتییە لە 4

ئەوەش بریتیبوو لە ئەندازەی تەکسی.[1]

[1] ئەم بابەتە لە پەرتوکەکەدا نییە، بەڵکو لە شوێنی بابەتێکی دیکە دامناوە. ئەم بابەتەی سەرەوەش، توێژینەوەی قۆناغی چواری زانکۆم بوو، ئەمەش بەشێکی توێژینەوەکەیە کردوومە بەکوردی. تەواوی توێژینەوەکەم لە بلۆگی (بیرکاری بۆ کورد) بە زمانی ئینگلیزی داناوە. پێم خۆش بوو کە لەم پەرتوکە شوێنێک بۆ ئەم

کورتەی بیرۆکەکە

ڕاکە و ڕێگایەکی دیکە بگرە بەر

کارنامە

1915s

'مینکوفسکی'[1] ئەم ئەندازەیەی پێناسە کرد.

1952

ئەم ئەندازەیە بە ناوی 'ئەندازەی تەکسی'یەوە نرا.

1980s

بە چڕی سەرنجی خرایە سەر.

2018

'ئوسامە تحسین پیربال'[2] توێژینەوەیەکی لە بارەیەوە کرد و بۆ هەندێ بارودۆخی جیاواز، ئەندازەکەی فراوانتر کرد.

بابەتە بکەمەوە، چونکە هەست بە نیگەرانی دەکەم سالانە هەزارەها توێژینەوە دەکرێت و فڕێدەدرێتە تەنەکەی خۆڵ، هیچ نەبێت من نایەلم ئەمە بەسەرخۆمدا بێت. سوپاس ئەگەر قەبوول بفەرموون. سەرپەرشتیاری ئەم توێژینەوەیە، بەڕێز 'پ. د. پەروین' بوو کە سوپاسی نەبڕاوەم بۆی هەیە.

[1] *Hermann Minkowski*

[2] *Osama Tahseen Pirbal*

48 گەشتکردنی فرۆشیارەکە

"جەیمس کوک" کە خۆی نیشتەجێی بیسمارکە (باکوری داکۆتا، ئەمەریکا)، فرۆشیارێکی زۆر لێهاتووی کۆمپانیای ئیلێکترایە کە کاری ئەمانیش پاککردنەوەی مافور و رایەخە. بەڵگەش لەسەر توانای ئەو پیاوە، ئەوەیە کە بۆ سێ ساڵ لەسەر یەکتر بووە "فرۆشیاری ساڵ". ناوچەی فرۆشتنەکانیشی دەکەوێتە ناوچەکانی: ئەلبوکوێرک، شیکاگۆ، دالاس و ئیلپاسۆ، بۆ بەسەرکردنەوەی هەر ناوچەیەکیش، مانگی یەکجار سەردانی هەموو دەکات بە گەشتێکی بازنەیی. ئەو پرسیارەی کە خۆی ئاراستەی کرد، ئەوەیە کە چۆن گەشتەکەی بکات بەو مەرجەی تێچووی گەشتەکەی کەمترین بێت؟ هەموو ناوچەکان بەسەر بکاتەوە و پارەیەکی کەمی بڕوات؟ ئەمە ئەو پرسیارە کلاسیکییە کە بە "کێشەی فرۆشیارەکە" ناسراوە.

جەیمس بۆ ئەم مەبەستە، خشتەیەکی ڕۆنا کە دووری نێوان شارەکان دەردەخات. بۆ نموونە، دووری نێوان بیسمارک و دالاس دەکاتە 1020 میل، لەم خشتەی خوارەوەش یەکتربڕی بیسمارک و دالاس دووری نێوانیان دەنوێنێت کە تیشکی خراوەتە سەر.

شێوازی چاوچنۆکی:

بوون بە کەسێکی کرداریی، جەیمس کوک نەخشەی ئەو ناوچانە دەکێشێت کە لەسەرەوە ناومان هێنان، بەڵام نیگەران مەبە لەوەی کە نەخشەکە زۆر ورد بێت، چونکە ئەم نەخشەیە تەنیا بۆ بەرچاو ڕوونییە.

سەرەتا پێویستە بزاندرێت کە ئەو لە چ شوێنێک دەست بە جوڵە دەکات، چونکە لە بیسمارک نیشتەجێیە، کەوایە دەبێت لەوێوە دەست بە

ئەلباکرکی				
883	بیسمارک			
1138	706	شیکاگۆ		
580	1020	785	دالاس	
236	1100	1256	589	ئەلپاسو

گەشتەکەی بکات. زۆر جار جەیمس ملی ڕێگای لە بیسمارکەوە بۆ شیکاگۆ گرتۆتە بەر، دواتر لە شیکاگۆوە بۆ ئەلبوکرکی و، لەوێوەش بۆ دالاس و ئەلپاسۆ، لە ئەلپاسۆوەش دەگەڕێتەوە بۆ بیسمارک. ئەمە گەشتی جەیمس بووە لە ڕابردوو. ئەم گەشتەش ئەگەر بە هێما کورتبکەینەوە، ئەمەیە: *BCADEB* بەڵام جەیمس ئاقڵە و هەستی کرد ئەم گەشتە هیلاکی دەکات، چونکە بە کۆی گشتی دەکاتە 4113میل، ئەمەش وادەکات تێچووی زیاتری بکەوێتە سەر (قەیرانە کاکە، لۆی دەرنایینی دیارە). ئێستا پرسیارەکە ئەوەیە: دەتوانێت کارێک بکات، ئەم دوورییە کەم بێتەوە و پارەی کەمتری بچێت؟

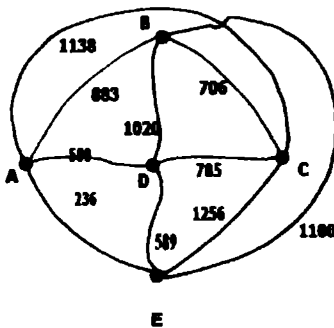
دانانی پلانێک بۆ ئەو ناوچە بازاڕیانە، نابێت ببێتە هۆی شاردنەوەی ئەو ڕاستییەی کە جەیمس بەهۆیەوە کەوتۆتە بارێکی دەروونی، چونکە ئەو دەیەوێت هەر لەو ناوچانە کاربکات و بژێوی پەیدا بکات. جەیمس بۆ ئەم کارە، لە نوسینگەکەی خۆی بیسمارک، سەیری نەخشەکە دەکات و تێدا چڕ دەبێتەوە و دەبینێت کە نزیکترین ناوچە لە بیسمارک، شیکاگۆیە، چونکە شیکاگۆ لە بیسمارک 706میل وەک لە بەرامبەر ئەلبوکوێرک 883میل و، بۆ دالاس 1020میل و بۆ ئەلپاسۆش 1100 میل. ئەویش دەستبەجێ لە بیسمارکەوە بۆ شیکاگۆ گەشتەکەی دەکات. کە دەگاتە شیکاگۆ، لەوێ کارەکانی تەواو دەکات و دەکۆشێتە بیرکردنەوە کە ئاخۆ ئەمجارە لە شیکاگۆوە بۆ کام ناوچە بچێت؟ دیارە بیر لە نزیکترین شار لە شیکاگۆ دەکاتەوە. ئەم جارە لە وێوە دالاس هەڵدەبژێرێت و لە وێوەش

بــۆ ئەلپاســۆ، چــونکە دالاس 785میــل لە شــیکاگۆوە دوورە، ئەمەش دیــارە لە بژاردەکانی دیکە باشترێکە.

کەوایە تــا ئێســتا 785 + 706 میلــی بــڕییە، کەواتە ئێســتا دەبێــت تۆزێــک چــاوەڕوان بێــت. ئێســتاش لە ئەلبــوکێرکی بــۆ ئەلپاســۆوە دەچێــت، چــونکە "ئەلبــوکێرکی" نزیکتــرە. جەیمــس لە دوایــی گەیشــتنی بە ئەلپاســۆ، ســەرجەم ناوچەکــانی بەســەر کــردۆتەوە، بــۆیە لەوێــوە دەگەڕێــتەوە بــۆ بیســمارک. کۆی ئەو دوورییەی کە بڕیویەتی، دەکاتە:

$$706 + 785 + 580 + 236 + 1100 = 3407$$ میل

لەمەوەش دەردەکەوێــت کە ئەم ڕێگــایە $BCDAEB$ باشــترێکە وەک لە ڕێگای پێشوو $BCADEB$ و پارەی ئەوەندە زۆری ناچێت.



ئەم جــــۆری لە بیرکــــردنەوەیە، زۆرجــار پێــیدەوترێــت "شــێوازی چــاوچنۆکی" لە دۆزیــنەوەی کــورتترین ڕێگــا و کەمتــرین تێچــوو. لەبەر ئەوەش کە بڕیــارەکەی جەیمــس بڕیــارێکی کەسییە، بــۆیە مــافی خــۆیەتی کە چــۆن بیەوێــت، وا گەشــتەکەی بکــات. بەهــۆی ئەم شــێوازی بیرکــردنەوەیە، لێناگەڕێــت هەنگاوێــک زیــاتر لە گەشــتی پێشــووی بنێــت (پەکــوف کە قرچــۆکە)، ئەمەش هەم لایەنــی باشــە و هەم لایەنــی خــراپەی هەیە، لایەنە باشــییەکەی ئەوەیە کە کــات و پــارەی بــۆ دەگەڕێــتەوە، لایەنە خراپەکەشــی ئەوەیە کە بیــر لە ســەلامەتی ئەو ڕێگــایە ناکــاتەوە و هەوڵ بــۆ باشــترین نــادات (ڕێگــای ئاســمانی و نیشــتەنی هەیە). وتمــان کە لە ئەلپاســۆ دەگەڕێــتەوە بــۆ شــارەکەی خــۆی، لێرەشــدا ناچــارە کە ئەم ڕێگــایە دوور و درێــژە بگــرێتە بەر، چــونکە بــژاردەی دیــکە نەمــاوەتەوە، ئەمەش ڕەنــگە هیلاکــی بکــات. ئێســتا ڕێگــایەکی کــورت دۆزرایەوە، بەڵام ئــاخۆ کــورتترینە؟ جەمــیش هێشــتا لە پەشــێوی دایە. ئایــا جەیمــس چــۆن دەتــوانێن ســوود لەو پێــنج شــارە ببینێــت کە ســەر و کــاری لەگەڵیــانە، چــونکە ژمــارەی

شــارەکان کەمە و دەتوانــدرێت هەمــوو ڕێگاکــان ڕیــز بکــات و لەکۆتــایی بڕیــار لە کــورتترین ڕێگــا بــدات. مــادام 5 شــارە لە گــۆڕییە، ئەوا 24 ڕێگــا هەیە، بەڵام لەبەر ئەوەی چــوون و هــاتن تایەتمەنــدی وێنــدانەوەیی هەیە، ئەوا ئــێمە تەنیــا ســەرنجی 12 دۆخ دەدەیــن لەو 24 ڕێگــایە، چــونکە 12ەکەی دیــکە هەمــان شــتە. ئەمەش وادەکــات زانیارییەکــان بچــوک بێــتەوە و ســەرنجمان زیــاتر ببێــت. جەیمــس شــارەزای ئەم کــارەیە و دەبینێــت کە ڕێگــای $BAEDCB$ (پــێچەوانەکەی $BCDEAD$) کــورتترین ڕێگــایە کە تەنیــا 3199میــل دووری گشــتی دەبێــت. تێبینــی بــکە هەر گەشــتێک، دەبێــت بە B دەســتپێبکات و هەر بە B کۆتــایی بێــت، چــونکە لە ســەرەتادا وتمــان گەشــتی بــازنەیی، ئەمەش واتــا شــوێنی دەســتپێک و شــوێنی کۆتــایی هــاتن هەمــان شوێنە.

جەیمــس کە دەگــاتەوە بیســمارک، بــۆی دەردەکەوێــت کە گەشــتەکەی زۆر دەخایەنێــت، ئەوەشــی کە جەیمــس مەبەســتییەتی، گــرتنە بەری ڕێگــایەکی کــورت نیــیە تــا دوورییەکــی کەمتــر ببڕێــت، بەڵکــو کــاتە (ببــورە کە وتمــان قرچۆکی).

ئەمجــارە جەیمــس خشــتەیەک دروســتدەکات لە مەڕ کــاتی خــایەنراو لە نێوان شارە جیاوازەکان.

ئەلباکرکی				
12 ڕێگا	بیسمارک			
6 ڕێگای ئاسمانی	2 ڕێگای ئاسمانی	شیکاگۆ		
2 ڕێگای ئاسمانی	4 ڕێگای ئاسمانی	3 ڕێگای ئاسمانی	دالاس	
4 ڕێگا	3 ڕێگای ئاسمانی	5 ڕێگای ئاسمانی	1 ڕێگای ئاسمانی	ئەلپاسو

هەمــوو کــات دەڵێــین کە ســەرنجی ورد بــۆ ســەر نەخشــە، زۆر گــرینگە، جەیمــس درک بەوە دەکــات کە کــۆی دوورییەکــان بە درێژایــی دووڵای سێگۆشــەیەک، گەورەتــر یــان یەکســانە (لەم بــارە دەبینێــت گەورەتــرە) بە دووری لای ســێیەم. دیاریشــە ئەم بــارە لە ئەنــدازەی ئیقلیــد هەیە و ئەســتمە

تــۆی خــوێنەر ئێســـتا نەزانیـــت ئەنـــدازەی ئیقلیـــدی چیـــیە. بەم هــۆیە چارەســـەرەکەی ئاســـانە. بەڵام لەم بـــارەدا کێشـــەکە تەنیـــا لە بـــارەی کـــاتەوە نیـــیە. گــرتنەبەری ڕێگـــا ســـەرەکییەکان، زۆرجـــار خێراتـــرێکە وە لە گــرتنە بەری ڕێگـــایە لاوەکییەکـــان، بـــۆیە جەیمـــس تێبینـــی دەکـــات کە ڕۆیشـــتن لە ئەلپاســـووە بـــۆ شـــیکاگۆ، خێراتـــرێکە وەک ڕۆیشـــتن بـــۆ دالاس، کەوایە ئەو شـتەی کە پێـی دەوتـرێ "لاســەنگەی سێگۆشــەیی" لێـرە ناچەسـپێت و نـایەتە دی.

شـێوازی چـاوچنۆکی جێبەجێکـراو بـۆ بـابەتی کـات، شـتێکی لە جێـیە، چـــونکە دەبینـــین ڕێگـــای $BCDEAB$ نـــزیکەی 22 کـــاژێر دەبـــات، بەڵام هەردوو ڕێگـــای $BCADEB$ & $BCDAEB$ تەنیـــا نزیکـــی 14 کـــاژێر دەبـــات، بەڕاســـتیش جیـــاوازییەکەی زۆر مارەبـــاب. لەم دوو ڕێگـــایەدا، یەکەمیـــان 4113میـل و دووەمییـــان (دوو ڕێگـــایەکە) 3407میـل دووربیـــانە. ئێســـتاش جەیمـــس کەیفخۆشـــە بەوەی کە ڕێگـــای $BCDAEB$ ڕێگـــایەکە کـــاتێکی زۆری بـۆ دەگەڕێنێـتەوە وەک لە ڕێگـا کاتبەرەکـانی دیـکە. بـۆیە ئێسـتا بـۆ گەشـتی داهـــاتوو، چـــاوەڕێی گەشـــتێک دەکـــات کە کـــاتی کەم بخایەنێـــت و تێچووەکەشی کەم بێت.

لە چرکەوە تا سەدە:

لەو پرســـەی ســـەرەوە، کێشـــەکە ئەوەنـــدە ســـەخت نەبـــوو، ئەمەش لەبەر ئەوەی کە ژمـــارەیەکی کەم لە ناوچەمـــان هەبـــوو، بـــۆیە ســـەختی و دژواری لە پرســـێک کـــاتێ دێـــتە ئـــاراوە، ئەگەر ژمـــارەیەکی زۆر ناوچەمـــان هەبێـــت. لەبەر ئەوەش کە جەیمـــس زۆر زیـــرەکە، دڵنیـــاین کە ئەوەنـــدە ناخایەنێـــت لە فەرمـــانبەرەوە ببێـــتە چـــاودێر. ئێســـتاش دەبێـــت ســـەردانی 13 شـــار لە بیســـمارکەوە بکـــات لە جیـــاتی 4 شـــار. ئەمجـــارە لە شـــێوازی چـــاوچنۆکی نـــاڕازییەو و پێـــی باشـــە ســـەیری خشـــتەی تەواوی ڕێگاکـــان بکـــات. بەڵام ئەمجـارە تووشـی حەپەسـان دەبێت، چـونکە ئەمجـارە ژمـارە ڕێگاکـان گەلێـک زۆرە، بـــۆی دەردەکەوێـــت کە 3.1×10^9 ڕێگـــا هەیە بـــۆ گەشـــتەکەی کە

ئەمەش ئاسـان نیـیە بـۆ پشـکنین. بـۆیە دەبێـت بیـر لە چارەسـەرێکی دیـکە بکـاتەوە، چـونکە ئەگەر کۆمپیوتەرێـک لە هەر چـرکەیەک ڕێگـایەک بخـاتە سـەر شاشـەکە، ئەوە یەک سـەدەی دەوێـت تـا هەمـوو ڕێگاکـان بـدۆزێتەوە! ئەگەریـش 100 ناوچەمـان هەبێـت، ئەوا هەزار سـاڵی دەوێـت! بـۆ ئەم باسـەش هەنـدێ چارەسـەری زۆر ئـاڵۆز لە مەیـدانەکە هەیە، لـێ نامانەوێـت خۆمـانی لێبـدەین، بەڵام شـێوازێکی تەواو ورد و پەسـەندیش بـۆ ئەم باسـە و 5000 شـار یـان کەمتـر جێبەجێکـراوە و تەنـانەت بـۆ پرسـێکی 33,810 شـار زۆر بەسـەرکەوتوویی مـامەڵەی لەگەڵـدا کـراوە، ئەگەرچـی هێـز و توانـای کۆمپیـوتەر لە ودۆخـانەدا یارمەتیـدەری سـەرەکی بـووە. بە پـێچەوانەی شـێواز و ڕێگـایەکی ورد و تەواو، ڕێگـای نـاتەواویش (ڕێگـایەک کە زۆرد ورد نیـیە) هەبـووە. ڕێگـای لەم شـێوازەش، سـوودی ئەوەیە بتواندرێت لەگەڵ ملیۆنان ناوچە، کێشەکە چارەسەر بکات.

گرێ کوێرەکە:

ئەوەمـان خسـتەڕوو کە دۆزینـەوە و چارەسـەر بـۆ پرسـێکی وەهـا، لەوەیە کـاتێ زۆری بوێـت، ئـێمەش هەمیشـە حەز بە چارەسـەرێک دەکەیـن کە کـاتێکی کەم بە دەسـتییەوە گرفتـدار بـین. کەوایە خراپتـرین ڕێگـا بـۆ چارەسـەری ئەمە، ڕیزکردنـی هەمـوو ڕێگاکـانە. بـۆیە جەیمـس بـۆی دەردەکەوێـت کە تـا چارەسـەرێک بـۆ ئەم پرسـە دەدۆزێـتەوە، سـەدەیەکی پێـدەچێت (بـۆ خـۆی چەنـد دەژی؟!)، دەبێـت ئەوەش بـزانین بە زیـاد بـوونی هەر ژمـارەیەک لە ژمـارەی ناوچەکـان، پرسـەکە زۆر گەورەتـر دەبێـت، ئەگەر بێت و تەنیـا 2 شـاری زێـدەتر بخەینە سـەر ژمـارەی شـارەکان (ببێـتە 15 شـار)، ئەوا نـزیکەی 20 هەزار سـاڵ دەبـات! لە ڕاستیشـدا ئەم خەملانـدنانە لەمەڕ ژمـارەی ئەو سـاڵانە، پشـت بە کۆمپیـوتەر دەبەسـتێت، بەجۆرێـک بـۆ n شـار، ئەوا کـاتی خـایەنراو بە هێڵـی $n!$ بەرز دەبێـتەوە. لەسـەرەوە ئەوەمـان خسـتە ڕوو کە بـۆ 13 شـار 3.1×10^9 ڕێگـا بـوونی هەیە. بڕیـاردان لەسـەرە ئەوەی کە هەر ڕێگـایەک یەکێـک بێـت لە ڕێگـایە

کورتەکـات لە نـاو ئەو هەمـوو ژمـارە زۆرەی ڕێگایـانە، بـووە بە پرسـێکی دیـکە، ئەویـش پرسـی 'لێکـدراوی کـات'- وێـدەچێت ئەمەش کـاتی زۆر ببـات بۆ چارەسەرکردنی.

ڕێگـا و دەرتـانی دیـکە بـۆ نزیکبـوونەوە لە چارەسـەری ئەم پرسـە، ئەویـش ئەوەیە کە ژمـارەی شـارەکان بە 2^n بنووسـرێت (واتە لێکـدانی 2 لەگەڵ خـۆی n جـار)، کەواتە بـۆ 13 شـار، وێـدەچێت کە 8,192 بڕیـاری تێـدابێت (8 جـار زیـاتر لە بـاری 10 شـار). ڕێگـایەکیش بەو ئـالۆزییەوە، پێـی دەوتـرێ 'لۆگـاریتمی تـوانی کـات' کە ئەمەش پشـت بە لۆگاریتمێـک دەبەسـتێت کە هێـزەکەی بـرێتییە لە n (هێزێکـی جێگیـر). تـا هێـزەکە بچـوکتر بێـت، باشـترە؛ بـۆ نمـونە، لۆگـاریتمەکە بە پێـی n^2 و لە بـاری 13 شـاردا، تەنیـا 169 بڕیـاری لـێ دەکەوێـتەوە، کە ئەمەش زۆر کەمتـرە لە بارێـک کە 10 شـارمان هەبێـت، بەجۆرێـک کەمتـر لە دوو هێنـدە کـاتی دۆخێـک ئەگەر 10 شارمان هەبێت.

ڕێگـایەکیش بەهـۆی ئەم 'ئـاڵۆزێتی'یە، پێـی دەوترێـت'ڕێبەری ڕادەداری کـاتی'، ئەو کێشـانەش کە بەم شـێوەیە چارەسـەردەکرێت، 'کێشـەی خێـرا'ن و دەکرێـت تەنیـا 3 خـولەک بخایەنێـت نەک سـەدەیەک و دووان. ئەو کـۆمەڵە کێشـەیەی کە دەکرێـت بەهـۆی کۆمپیـوتەرەوە 'ڕادەداری کـات' شـیکار بکرێـت، بە P هێمـا دەکرێـت. بەڵام ئەوەی جێگـای نـیگەرانەیە، زانینـی ئەوەی کە ئایـا کێشـەی فرۆشـیارەکە یەکـێکە لە مـانە یـان نـا. هـیچ کەسـێک بـۆ ئەم پرسـە و بە ئـالگۆریتمێکی ڕادەداری کـاتی بـۆ شـیکارکردنی، دەرنەکەوتووە.

کـۆمەڵەیەکی دیـکەی فراوانتـر کە بە NP ئامـاژەی بـۆ کـراوە، ئەو کێشـانە دەگـرێتە خـۆی کە شـیکارەکانیان دەکرێـت بەهـۆی ڕادەداری کـات دڵنیـابکرێتەوە. کێشـەی فرۆشـیارەکەش بەدڵنیـایی یەکـێکە لەو کێشـانە، چـونکە پشـکنینی ئەوەی کە ئـاخۆ ڕێگـایەکی نـاوبراو، کـورتترە لە هەر ڕێگـایەکی دیـکەی دراو یـان نـا، ئەوا بەهـۆی ڕادەداری کـاتەوە، بەمە دەزانـین. لە دۆزینـەوەی چارەسـەر بەم شـێوازە، تـۆ تەنیـا دووری زیـاتر بـخەرە سـەر ڕێگـایە دراوەکە و بەراوردی بـکە لەگەڵ ژمـارە دراوەکە.

پێویستە ئەمەش بزانین کە دۆزینەوە و دڵنیابوونەوە، دوو شتی جیاوازە، بەواتایەکی دیکە دوو کرداری جیاوازە، بۆ نمونە: بۆ دڵنیا بوونەوە لەوەی کە $40,247 = 167 \times 241$ ئاسانە، بەڵام دۆزینەوەی کۆلکەکانی 40,247 ئەوا شتێکی جیاوازترە گوڵەکەم.

ئایا هەر کێشەیەک کە بەهۆی ڕادەداری کات پشتڕاستبکرێتەوە، ئەوا لە توانا دایە کە بەهۆی هەر هەمان ڕادەداری کات شیکار بکرێت؟ ئەگەر ئەمە ڕاست بێت، هەردوو کۆمەڵە- پۆل P و NP هیچ جیاوازییەکیان نامێنێت و دەنووسن $P = NP$، بەڵام ئەگەر وابێت $P = NP$، ئەوا دەبێتە پرسێکی زۆر گرینگی ڕۆژ بۆ زانایانی کۆمپیوتەر، بەڵام زیاتر لە نیوەی شارەزایانی ئەم بوارە، پێیان وایە کە ئەمە ڕاست نییە: باوەڕیان وایە کە هەندێک کێشە، لە توانا و هێزی ڕادەداری کاتدایە تا بپشکێندرێت، بەڵام بشفرن بەهۆی ڕادەداری کاتەوە، شیکار ناکرێن.

کێشەیەکی لەم شێوەیەش، خەڵاتێکی یەک ملیۆن دۆلاری (100 دەفتەر) لە لایەن "پەیمانگای کلای" بۆ تەرخانکراوە کە هەر کەسێک بیسەلمێنێت $N = NP$ یانیش $N \neq NP$، ئەوا دەبێتە خاوەنی ئەم خەڵاتە و چەندین خەڵاتی دیکە.

کورتەی بیرۆکەکە

دۆزینەوەی باشترین ڕێگا

کارنامە

1810	1831	1926
"چارلس بابج"[1] ئەم پرسەی وەک یەکێک لە پرسە سەرنج ڕاکێشەکان، ئاماژەپێدا.	پرسی "فرۆشیارەکە" وەک پرسێکی کرداری دەرکەوت.	"پرۆڤکا"[2] ئالگۆریتمی چاوچنۆکی داهێنا.

1954	1971	2004
"دانتزیگ و دیژیکسترا"[3] ڕێگایەکیان پێشنیار کرد بۆ لەحەقهاتنی پرسی فرۆشیارەکە.	"کوک"[4] پۆلی P بە بەرابەر NP بە فۆرمولەکرد بۆ ئالگۆریتمەکان.	"دەیڤید"[5] لە سوید، کێشەکەی بۆ 24,978 شار شیکارکرد.

---

[1] *Charles babbage*
[2] *Borůvka*
[3] *Dantzig and Dijkstra*
[4] *Cook*
[5] *David*

49 کێشەی پارێزی خۆراک

تانیــا ســمیس کــچە وەرزشــوانێکە کە یارییەکــانی زۆر بە جــدی وەردەگرێـت و هەمـوو ڕۆژێـک سـەردانی هـۆڵی یـاریکردنەکەی دەکـات و لە نـزیکەوە چـاودێری خـۆی و ئەو بەرنـامەیەی پـارێزییە دەکـات کە ڕۆژانە لەسـەری وەرزش دەکـات. تانیـا ڕێگـایەکی تـایبەت بەخـۆی لەم گێتیـیە گرتـۆتە بەر و کـارێکی چەنـد کـاژێری دەستخسـتییە و کاتەکـانی دیـکەش بـۆ سـەیرکردنی بەرنـامەیەکی تـایبەت تەرخـان کـردییە. ئەوەی گـرینگە، ئەوەیە کە دەبێــت هەمــوو مانگێــک بــڕی تەواو لە کانزاکــان و ڤیتامینەکــان وەربگرێـت تـاکو جەسـتە و تەندروسـتی بە جێگیـری بهێڵێـتەوە یـاخود باشــتری بکــات، بــڕی ئەم خۆراکــانەش بــۆ ئەم مەبەســتە، لە لایەن ڕاهێـنەرەکەوە، بـڕەکەی دیـاریکراوە. تانیـا بیـر لە ئۆڵمپیـاتی داهـاتوو دەکــاتەوە، بــۆ ئەمەش دەبێــت بەلایەنــی کەم لە هەر مانگێکــدا بــڕی 120mg لە ڤیتامینەکــان و 880mg لە کانزاکــان وەربگرێــت. بــۆ دڵنیــابوونیش لە دەســتکەوتنی ئەم بــڕانە، پشــت بە دوو ســەرچاوەی ئامــادەکراو دەبەســتێت کە یەکێکیــان بە شــێوەی حەبە و بە نێــوی '*solido*' و ئەوەی دیــکەش بە شــێوەی شــلەیە بە نێــوی '*liquex*'. کێشـەکەی تانیـا ئەوەیە کە نازانێت دەبێت هەر مانگێک چەنـد لەمـانە بکڕێت بـۆ ڕازیکردنـی ڕاهێـنەرەکەی و دەسـتکەوتنی ئەو بـڕەش لە ڤیتامینەکـان و کانزاکان؟

کێشــەی پــارێزی ئەوەیە بە کەمتــرین نــرخ خــۆراکی تەندروســتت دەســتکەوێت. ئەوەی باســکرا، نمـونەیەکی ســەرەتایی بــوو بــۆ کێشــەکە لە بەرنـامە و شـێوەیەکی هێڵـی. لە سـاڵی 1940دا، بابەتێـک گەشـەی سـەند کە ئێسـتا ئەو بــابەتە لە پانتــاییەکی فـراوان بەکاردێــت و ســوودگەلێکی زۆری لێوەردەگیرێت.

لە سەرەتای مانگی ئازاردا، تانیا سەردانی فرۆشگا دەکات و هەندێ زانیاری لە بارەی هەردوو خۆراکی 'liquex و solido' دەست دەخات. بە سەیرکردنی دیوی

	Solido	Liquex	بڕی داواکراو
ڤیتامین	2 mg	3 mg	120 mg
کانزا	10 mg	50 mg	880 mg

پشتەوەی پاکەتی 'solido' بۆی دەردەکەوێت کە بڕی $2mg$ ڤیتامین و $10mg$ کانزای تێدایە، لە پاکەتی 'Liquex' بۆی دەردەکەوێت کە $3mg$ ڤیتامین و $50mg$ کانزای تێدایە، ئەویش بیر لەوە دەکاتەوە عارەبانەکە بێنێت و 30 پاکەت لە 'solido' و 5 پاکەت لە 'liquex' تێخات بۆ ئەوەی لە ماوەی مانگێک بەکاریان بێنێت.

تانیا پێش کڕین، پتر لە زانیارییەکان ورد دەبێتەوە و تۆزێک سەرسام دەبێت. دواتر دێت بڕی ئەو ڤیتامین و کانزایانە هەژمار دەکات کە لەو چەند پاکەت خۆراکە دەستی دەکەوێت. 30 پاکەت لە 'solido' کە هەر پاکەتێک $2mg$ ڤیتامین و $10mg$ کانزای تێدایە، کەواتە لە 30 پاکەت 'solido' ئەوەندەی دەست دەکەوێت:

$30 \times 2 = 60mg$ ڤیتامینات ، $30 \times 10 = 300mg$ کانزاکان

لە 5 پاکەت 'liquex' ئەم بڕانەی دەست دەکەوێت:

$5 \times 3 = 15mg$ ڤیتامینات ، $5 \times 50 = 250mg$ کانزاکان

کەواتە بە سەرجەمی هەردووکیان، بڕی $75mg$ ڤیتامین و $550mg$ کانزای دەست دەکەوێت. بەڵام لە ڕاستیدا ڕاهێنەرەکە پێی گوتبوو کە بە لایەنی کەم دەبێت $120mg$ لە ڤیتامینات و $880mg$ لە کانزاکان وەربگرێت، کەوایە تانیا ئەمجارە دەبێت عارەبانەکەی پڕبکات ئەگەر دەرەقەت نێت. کێشەی تانیا فێڵکردنە لە بڕی دروستی ئەو دوو خۆراکە 'liquex و solido'. بۆیە گەر وابێت، تانیا دەبێت بگەڕێتەوە بۆ بەشی تەندروستی فرۆشگاکە و پاکەتی زیاتر لەو پێداویستیانە بکڕێت، گریمان ئێستا 40 پاکەت لە خۆراکی یەکەم و 15 پاکەت لە خۆراکی دووەمی

هەیە. بەڵام بەدڵنیـــایی ئەوەنـــدە بەســـە؟ بـــۆیە دووبـــارە دەکۆشـــێتە هەژمـــارکردن و بـــۆی دەردەکەوێت کە:

$40 \times 2 + 15 \times 3 = 125mg$ ڤیتامینات

$40 \times 10 + 15 \times 50 = 1150mg$ کانزاکان

ئەمەش بە دڵنیـــایی ویســـتی ڕاهێـنەرەکەیە بە زیادەوەش.

چارەسەری گونجاو:

گـونجێنی $(15,40)$ لە خـۆراک، ئامـانجەکەی تانیـا دەپێکێـت، ئەمەش پێـی دەوتـرێ "شـیکاری گونجـاو یـاخود گـونجێنی شـیاو". لە پێشـدا بینیمـان کە $(30,5)$ نەیتـوانی تانیـا و مامۆسـتاکەی ڕازی بکـات، کەوابـوو ئەو چەنـد ژمـارە لە پـاکەتی خـۆراک، شـیکاری گونجـاو یـاخود گـونجێنی شـیاو نەبـوو، کەوایە لێـرە دوو جـۆر لە گـونجێن هەیە بـۆ پرسـێک، گونجێنێـک لە ئاسـت داواکـاری نییە و گـونجێنێکە پـڕ بە پێسـتییەتی. لێرەدا تانیـا بـژاردەی زیـاتری هەیە، وەک: دەیتـوانی تەنیـا لە خـۆراکی "$solido$" بکڕێـت و عارەبـانەی لـێ پڕبکـات، ئەگەر بێـت و ئەم ڕێگـایە بگـرێتە بەر، ئەوا دەبێـت 88 پـاکەت لەو خـۆراکە بکڕێـت بـۆ ئەوەی بـڕی پێوسـتی لێـوە دەسـت کەوێـت. کەوایە $(0,80)$ بڕی پێوستی دەستەبەر دەکات، چونکە:

$$88 \times 2 + 0 \times 3 = 176mg \text{ ڤیتامینات}$$

$$88 \times 10 + 0 \times 50 = 880mg \text{ کانزاکان}$$

ئەمجـارە ئەگەر بێـت و تەنیـا لە خـۆراکی دووەم "$liquex$" بکڕێـت، ئەوا دەبێـت 40 پـاکەت بکڕێـت بـۆ ئەوەی بـڕی پێویسـتی دەسـتکەوێت. کەوایە $(40,0)$ ئەمەش شیکارێکی ترە بۆ پرسەکە، چونکە:

$$0 \times 2 + 40 \times 3 = 120mg \text{ ڤیتامین}$$

$$0 \times 10 + 40 \times 50 = 2000mg \text{ کانزا}$$

لەوەیە تێبینـی بکەیـن کە وەرگرتنـی ڤیتـامین و کانزاکـان بە شـێوەیەکی کـتومـت تەواو لەگەڵ هـیچ کامێـک لەم شـیکارانەی سـەرەوە، یەکسـان نیـیە،

بەلام تانیـــای ئاســـوودە کـــردییە و مامۆستاکەشـــی ڕازی کـــردییە، ئەمەش خراپ نییە حەیرانی.

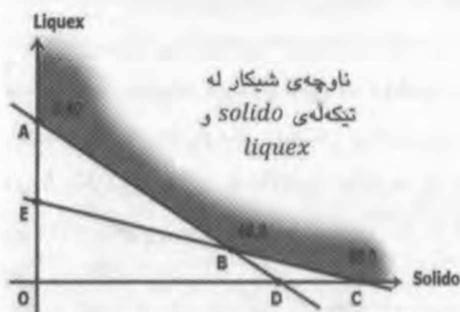
گونجاوترینی شیکارەکان:

ئێسـتاش پـارە دەهێنـدرێتە نـاو بـابەتەکە. ئەوەی لە سـەرەوە باسـمان کـرد، تەنیـا لێکـدانەوەیەک بـوو بـۆ پێکهـاتەی ئەو تەواوکەریـیە خۆراکـانە، ئەوەی تانیـاش، تەنیـا کـۆکردنەوەی زانیـاری بـوو، ئێسـتا کـاتی کـڕینە. خـاتو تەنیـا دوای هەمـــوو ئەمـــانە، دەبینیـــت کە هەردوو خـــۆراکەکە نرخیـــان یەکســـانە و بەهـــاکەی بـــریتییە لە $5. لەســـەرەوە 3 چارەســـەرمان دۆزیـــیەوە، ئەوانـــیش بریتیبـــوون لە: $(40,15),(88,0)\&(0,40)$، تەنیـــاش دووبـــارە بـــۆ هەر یەکێک لەو چارەسەرانە، تێچووەکەی هەژمار دەکات و، دەردەکەوێت کە:

$$(40,15) \rightarrow \$275; \quad (88,0) \rightarrow \$440 \quad \& \quad (0,40) \rightarrow \$200$$

لەبەر ئەوەی کەمتـــــرین نـــــرخ بـــــریتییە لە $200، کەواتە "باشـــــترین چارەســــەر" ئەوەیە کە تانیــــا 40 پــــاکەت لە '*liquex*' بکڕێـــت و هـــیچ '*solido*'یەک نەکڕێـــت. ئەمە دوو ســـوودی هەیە، بـــڕی پێوســـتی خـــۆراک دابینـدەکات بە کەمتـرن تێچـوو. لە سـەرووی هەمـوو ئەمـانە، تانیـا بـۆ چەنـدین گـونجێنی هەمە چەشـن هەوڵـی دا و، ئەوەشـی هەژمـارکرد کە تێچـووەکەی چەنـدێک دەکەوێـت تەنیـا بەهـۆی پشتبەسـتن بەو دوو تەواوکەرە خـۆراکییە. بەلام بـا کەمێـک چـاوچنۆکتر بـین، ئایـا تانیـا دەتوانێـت لەمە باشـتر بکـات؟ ئایـا هـیچ تێکەولێکەیەکـی دیـکە (ڕێگـایەکی باشـتر) هەیە لەو دوو تەواوکەرە خـــۆراکییە بەو مەرجەی تێچـــوەکەی کەمتـــرین بێـــت و تانیـــاش ئەو بـــڕە خـــۆراکەی دەســـتکەوێت کە مامۆســـتاکەی پێـــی فەرمـــووە؟ ئەوەی تانیـــا دووبـارە گەرەکییەتـی، دیسـانەوە پێنـووس و کـاغەزێکی بـۆ دەگـرێتە دەسـت و دەکۆشێتە ناو لێکدانەوەی بیرکارییانە.

كێشەی ڕێكارە هێڵییەكان:



تانیـــا بـــۆ گەیشـــتن بە ئامانجەكـــــانی، لەلایەن كەسـێكەوە ڕاهێـنەری كـراوە. ئەگەر بتوانێـت بەباشـی خـۆی بـۆ بـردنەوەی مەدالیـای زێـر ئامـــادە بكـــات، بـۆچی بـۆ بیركـاری ناتوانێـت؟ بۆیە تانیـا بە پێنووسـەكەی دەسـتی "نـاوچەی شـیكار" دەكێشـت، ئەو نـاوچەیەی كە هەمـوو شـیكارەكانی بـۆ ئەو دەسـتدەدەن، لـێ ئەو نیـازی دۆزیـنەوەی باشـترینیانە. ئەم كـارەش بـۆ ئەو ئاسـانە بـابوبـاپیرم، چـونكە لە پرسـەكەی ئەو تەنیـا دوو خـۆراك لە گـۆڕێیە نەوەك زیـاتر. ڕاسـتەهێڵی AD تـێكەڵەی هەردوو خـــۆراكەكە دەنوێنێـــت كە $120mg$ لە ڤیتامینەكـــانی تێـــدایە، ڕاســـتەهێڵی EC تـــێكەڵەی هەردوو خـــۆراكەكە دەنوێنێـــت كە $880mg$ لە كانزاكـانی تێـدایە. ئەو نـاوچەیەی دەكەوێـتە سـەروو ئەو دوو ڕاسـتەهێڵە (نـاوچە سـێبەرەكە)، گوزارشـت لە هەمـوو ئەو هەڵبـژاردانە دەكـات كە لە تێكەڵـی ئەو دوو خـۆراكەن و بـڕی داواكـراوی ڤیتامینـات و كانزاكـانیش بە زیـادەوە دەدا.[1] گرفتێـك كە لە چوارچێـوەی "كێشـەی پـارێزی خـۆراك" بێـت، ئەوا بە "گرفتی ڕێكاری هێڵی" ناودەبرێت.

وشـەی "ڕێكـار" بە واتـای "ڕێوشـوێن یـان بەرنامەچـارە" دێـت، وشـەی "هێڵـی" بە واتـای "هێڵـی ڕاسـت و دروسـت" دێـت[2]. بـۆ چارەسـەركردنی

---

[1] قسـەیەك دەكەم بەس توخـوا بـا تانیـا جـاری گـوێی لـێ نەبێـت، ئەویـش: ناكـۆتـا چارەسـەر هەیە بـۆ ڕازیكردنـی مامۆسـتاكەی، بەڵام بـۆ تانیـا كە كەسـێكی زۆر دارایە، یەك چارەسـەر هەیە. بـۆ كەسـێكیش كە خـودا پێـی داوە، بـۆ ئەویـش ناكـۆتـا چارەسەر هەیە.

[2] وشـــەی "پرۆگرامینـــگ" ئەو كـــاتەی كە بـــۆ ئەم بـــابەتە بەكارهـــات، هاوتـــای "كۆمپیـــوتەر" یـــان شـــتێك پەیوەســـت بە كۆمپیـــوتەر، نەبـــوو، بەڵام بەم دواییـــانە

کێشەکەی تانیا بەهۆی ڕێکاریی هێڵی، بیرکاریزانەکان لە بارەیەوە سەلماندنێکی جوانیان بە ئێمە بەخشییە، بۆ بەکارهێنانی ئەم سەلمێندراوەش، ئەوەی لەسەر ئێمە بارە بیکەین، ئەوەیە سەرەتا ئەو خاڵە سەرەکییانە دیاریبکەین کە دەکەونە سەر سنوری ناوچەی شیکار، پاشان سەلمێندراوەکە دەڵێت: باشترین شیکار، یەکێکە لەو خاڵانەی کە دیاریتکردوون (ئەو خاڵانەی دەکەونە کوژبنی سنورەکە). ئەگەر سەیری وێنەکە بکەین، ئەو خاڵانە بریتین لە $A, B \& C$، بەدڵنیاییەوە دەبێت یەکێک لەو خاڵانە، ویستی تانیا بێت و بەهۆیەوە دڵی ئاو بخواتەوە مامۆستاکەشی ڕازی بکات. پاش هەژمارکردنێک وەک لە سەرەتای ئەم بابەتە کردمان، دەردەکەوێت کە خاڵی B ئەوەیە کە تانیان دەیەوێت: بەدەستهێنانی خۆراکی پێوست و داواکراو، بە کەمترین نرخ، ئەویش بریتییە لە $B = (48,8)$، واتای ئەوەیە 48 پاکەت لە "$solido$" و 8 پاکەت لە "$liquex$" بکڕێت، کە ئەمەش ڕێک $120mg$ ڤیتامینات و $880mg$ لە کانزاکانی دەست دەکەوێت و، تەنیا 280$ تێدەچێت. ئەوەی لێرە گرینگە، نە پارەی زیاد خەرجدەکات، نە زیاتریشی لەوە دەستدەکەوێت کە پێوستییەتی. لە کۆتاییدا، باشترین گونجێنەکان پشت دەبەستێت بە تێچووی ڕێژەیی خۆراکەکان. ئەگەر پاکەتی "$solido$" ببێتە 2$ و "$liquex$" بۆ 7$ بەرزبێتەوە، ئەوە بە هەمان شێوەی پێشوو، هەر هەمان سێ خاڵمان دەبوو $A\ (0,40), B\ (48,8)\ \&\ C\ (88,0)$ و تێچووەکانیشی هەر یەکەیان یەکبەدوایەک 280$، 152$ و 176$ دەبوو. لەم بارە تانیا بۆ کڕینی ئەو خۆراکانە تەنیا 152$ پێوست دەبێت.

وشەی "پرۆگرامینگ" بە هاوتای کۆمپیوتەر و شتێکی پەیوەست بە کۆمپیوتەریش دێت. لێ ئەلێرە، هیچ باسێکی بە کۆمپیوتەرەوە نییە.

تنیاش لە کۆتایدا، بە یارمەتی بیرکاری $280 هەڵدەگرێت بۆ کڕینی 48 پاکەت لە 'solido'و 8 پاکەت لە 'liquex' دەچێتە بەشی دەرمان لە فرۆشگاکە.[1]

مێژوو:

لە ساڵی 1947دا، بیرکاریزانی ئینگلیزی 'جۆرج دانتزیگ' کە دواتر بۆ هێزی ئاسمانی کاریکرد، ڕێگایەکی ڕۆنا بۆ شیکارکردنی پرسیارەکانی 'ڕێکاریی هێڵی'، ڕێگایەکەش پێی دەوترێت 'ڕێگای نەرمەکێش'. لەم کارەشیدا زۆر سەرکەوتوو بوو، بۆیە لە ڕۆژئاوادا بە باوکی 'ڕێکاریی هێڵی' ناسراوە. لە ڕووسیای سۆڤیەتدا، لە میانەی جەنگی سارددا، 'لیۆنید کانترۆڤیچ' سەربەستانە تیۆرییەکی لە هەمبەر 'ڕێکاریی هێڵی' بە ڕیساویاسا کرد. لە ساڵی 1975دا، 'کانتۆرۆڤیچ'[2] و بیرکاریزانی هۆڵەندی 'تژاڵینگ کوپمانس'[3] بەهۆی کارکردن لەسەر سەرچاوە تەرخانکراوەکان لە ئابووریدا، خەلاتی نۆبلیان پێبەخشرا و کارەکانیشیان هونەرێکی لە 'ڕێکاریی هێڵی' لەخۆگرتبوو.

ئەگەر بیرتان مابێت تانیا تەنیا سەرنجی لەسەر دوو جۆری خۆراک بوو- دوو گۆڕاو- بەڵام لە ئێستادا کێشەی وەها هەیە کە هەزاران گۆڕاوی تێدایە. کاتێک 'دانتزیگ' ڕێگایەکەی دۆزییەوە، لەو ساتوکاتە کۆمپیوتەر بەم شێوەی ئێستا وا بەربڵاو و بەهێز نەبوو، بەڵام پڕۆژەی خشتە بیرکارییەکان لەوساتیش هەبووە. لە ساڵی 1938دا، لە نیۆرک پلانی دروستکردنی کارێک دەستی پێکرد، ئەم کارەش لە فرقەیەکی (گرووپ) 10 کەسی زیرەک و خێرا لە ژمارەکاری پێکهاتبوو، پاشان 12 ڕۆژی خایاند بۆ شیکارکردنی 'کێشەیەکی پاریزی خۆراک' بە کارکردن

---

[1] لە خوێندنەوە و وەرگێڕانی ئەو بابەتە، چێژێکی تایبەتم وەرگرت، ئومێدەوارم ئێوەش.

[2] *Leonid Kantorovich*

[3] *Tjalling Koopmans*

بەهــۆی بژمێــرەی دەســـتی کە 7 جــۆر ڤیتــامین و 77 گــۆڕاوی دیـــکە پێکهــاتەی کــارەکە بــوو. ئەمەش واتە هەنــدێ کــات، شــیکارکردنی کێشــەیەک وەک کێشەکەی تانیا، ئاسان نییە.

لە کاتێکــدا ڕێگــای نەرمەکــێش و هەمەچەشــنییەتەکەی بە ســـەرکەتووانە کــاری خــۆی دەکــات، بەدەر لەم ڕێگــایە، ڕێگــای دیــکەش هەن، بەڵام لەوەیە وەک ڕێگــای نەرمەکــێش بەم شــێوەیە نەبێــت بــۆ شــیکارکردنی پرســـیاری هەمەچەشــن، بەڵام هەوڵیشـــی بــۆ دراوە. لە ســـاڵی 1984دا، بیرکـــاریزانی هینــدی "ناریندرا کارماکــار" ئەلگــۆریتمێکی نــوێی کردارەکــی بە بــایەخی ڕۆنــا و، "لیۆنیـــد خاچیـــان"[1]ی ڕوســـــی بە یەکێـــک لە تیـــۆرییە گرینـــگ و ســـەرەکییەکان لە قەڵەمـــی داوە. مـــۆدێلی ســـەرەکی ڕێکــاریی هێڵــی لەســـەر زۆر بــــاردۆخ، پــــرس و کێشـــــەی جۆراوجـــۆر جێبەجێکـــراوە بەدەر لە چارەســـەری کێشــەی پــارێزی خــۆراک کە ئــێمە وەک نمــونەیەک هێنامــانەوە. یەکێکـــی دیـــکە لەو کێشـــانەی کە بەهـــۆیەوە چارەســـەر کـــرا، کێشـــەی گواســـتنەوەی کاڵاکـــان بـــوو لە کـــارگەوە بـــۆ کۆگاکـــان. بـــۆیە ئەم بـــابەتە لە بونیـــاتی خۆیـــدا بـــۆتە بـــابەتێکی تـــایبەت لە پانتـــاییەکی فراوانـــدا و، کارئاســـانی و ســـوودی زۆری بـــۆ ژیـــانی ئادەمییەکـــان فەراهەم هێنـــاوە. ئامـــانجیش لە گـــرتنە بەری ڕێکـــاری هێڵـــی بـــۆ پـــرس و کێشـــەکان، کەمکـــردنەوە و دابەزانـــدنی نرخـــی تێچـــوو- گواســـتنەوەیە جـــا هەر کێشـــەیەک بە گـــوێرەی قەوارەی کـــارەکەی یـــان ئەو شـــتەی خـــوازراوە. یـــانیش بـــۆ جـــۆرێکی دیـــکەی چارەســـەر بەکاردێـــت، ئەویـــش بـــۆ بـــابەتی قـــازانج، ئایـــا چـــۆن وابـــکەی لە کارێـــک یـــان لە کـــارگەیەک و هەر شـــتێکی لەم شـــێوەیە، زۆرتـــرین قـــازانج بـــکەی. لە هەنـــدێ کێشـــەدا، چارەســـەری کێشـــەکە ژمـــارەی تـــایبەت یـــان ژمـــارەی تەواو دەخوازێـــت، یـــانیش هەنـــدێ کێشـــە چارەســـەرەکەیان بەهایەکـــانی 0 یـــان 1ە، ئەمەش دەگەڕێـــتەوە ســـەر جـــۆرایەتی کێشـــەکە، بۆنمـــونە، تانیـــا ناتوانێـــت داوای نیـــو پـــاکەت لە خۆراکەکـــان بکـــات، لێـــرەش ئەمە ئەوە دەگەیەنێـــت چارەســـەری کێشـــەکەی تانیـــا، دەبـــوو لە کـــۆمەڵەی

[1] *Leonid Khachiyan*

ژمارە تەواوەکان بێت. نابێت ئەوەش لە یاد بکەین کە بۆ هەندێ کێشە، دەبێت ڕێگای تایبەت بگرینە بەر، ئەمەش لە کاتێکدا ئەگەر کێشەکە خۆی کێشەیەکی تایبەت بێت. لە کۆتایدا ئەوە ماوە بیزانین، ئایا تانیا مەدالیاکە دەباتەوە؟ ئەگەر بردییەوە، پیرۆزی بێت و نیشانەیە بۆ سەرکەوتوویی 'ڕێکاری هێڵی' کە تانیا گرتییە بەر.

کورتەی بیرۆکەکە

باراستنی تەندروستیت بە کەمترین تێچوو

کارنامە

1826	1902	1945
'فۆریەر'[1] پێشبینی ڕێکاریی هێڵی کرد و، 'گاوس'یش ڕژێمی هاوکێشە هێڵییەکانی بە ڕێگای 'لابردن' شیکارکرد.	'فارکاس'[2] شیکارێکی بۆ ڕژێمێکی لاسەنگەیی دۆزییەوە.	'ستیگلەر'[3] کێشەی پاریزی خۆراکی بەهۆی 'ڕێگای هەلزرنگاندن' شیکارکرد.

1947	1984
'دانتزیگ'[4] ڕێگای نەرمەکێشەی بە یاساوڕێسا کرد و کێشەی پاریزی خۆراکی بەهۆی ڕێکاریی هێڵی شیکارکرد.	'کارماکیر'[5] ئارگۆریتمێکی نوێی ڕۆنا بۆ شیکارکردنی پرسیاری ڕێکارە هێڵییەکان.

[1] *Fourier*
[2] *Farkas*
[3] *Stigler*
[4] *Dantazig*
[5] *Karmarker*

50 ڕێژەییانە

کاتێک شتێک یان تەنێک دەجوڵێت، جوڵەکەی بە گوێرەی شتێکی دیکە دەپێورێت. ئەگەر لە شەقامێک ئۆتۆمبێلەکەت بە خێرایی $70\ km/h$ لێبخوڕێت، لە هەمانکاتدا ئۆتۆمبێلێکی دیکەش بە هەمان خێرایی $70\ km/h$ بە تەنیشتەوە بێت، ئەوا خێرایی تۆ بە گوێرەی ئۆتۆمبێلەکەی دیکە، سفرە. بەڵام لە ڕاستیدا هەردووکتان بە خێرایی $70\ km/h$ بە سەر زەویدا ڕێدەکەن. هەروەها خێراییەکەی ئێمە بریتییە لە $140\ km/h$ بە گوێرەی ئۆتۆمبێلێک کە بە خێرایی $70\ km/h$ بە پێچەوانەی ئاراستەی ئێمە لێدەخوڕێت. تیۆری ڕێژەیی؛ ئەم شێوە لە بیرکردنەوەیەی گۆڕی و بەرگێکی نوێی بەبەردا کرد.

تیۆری ڕێژەیی لە لایەن فیزیکزانی هۆڵەندی "هێندریک لۆرینتز" خەت-وخاڵی دارێژرا، لێ لە کۆتاییەکانی سەدەی نۆزدەهەمدا و لە ساڵی 1905دا، هەنگاوێکی مەزنی بەخۆیەوە بینی و بەرەوپێشچوونێکی زەنگئامێزی نایەوە، ئەویش لە لایەن "ئەلبێرت ئاینشتاین". توێژینەوە بەناوبانگەکەی ئاینشتاین لە هەمبەر "ڕێژەیی تایبەت" شۆڕشێک بوو سەبارەت بە لێکۆڵینەوە لەوەی کە تەنەکان چۆن دەجوڵێن، ئەمەش تیۆرییەکی فراوانتر بوو وەک لە تیۆرییە کلاسیکییەکەی نیوتن، بەڵام ئەوەی نیوتنیش لەو سەردەمەدا، تیۆرییەکی بایەخدار بووە.

گەڕانەوە بۆ گالیلۆ:

بۆ شرۆڤەکردنی تیۆری ڕێژەیی، با لە خودی ئەنشتانەوە زانیاری وەربگرین: ئاینشتاین حەزیدەکرد بەهۆی شەمەندەفەر و تاقیکردنەوەی هزری، تیۆرییەکە شیبکاتەوە. لەم نمونەیەدا "جوانڕۆ" لە ناو شەمەندەفەرێک دایە کە بە خێرایی $60\ km/h$ دەڕوات. جوانڕۆ لە سەر کورسییەکی بەشی پشتەوەی شەمەندەفەرەکە دانیشتووە و هەڵدەستێت

بەرەو بەفـــرگە بچـــوکەکەی نـــاو شـــەمەندەفەرەکە بە خێرایـــی $2\ km/h$ هەنگـــاو دەنـــێ، بـــۆیە کـــاتێ کە جـــوانرۆ دەڕوات، خێـــراییەکەی بـــریتییە لە $62\ km/h$. بە گەڕانەوەشـــی بـــۆ شـــوێنی خـــۆیی، خێـــراییەکەی دەبێـــتە $58\ km/h$، چـــــونکە لە دۆخـــــی یەکەم بە ئاراســـــتەی ڕۆیشـــــتنی شـــەمەندەفەرەکە هەنگـــاوی دەنـــا، لە گەڕانەوەشـــی بـــۆ شـــوێنی خـــۆی، بە پـــێچەوانەی ڕۆیشـــتنی شـــەمەندەفەرەکە هەنگـــاوی نـــاوە. ئەمە ئەو شـــتەیە کە بەهـــۆی تیـــۆرییەکەی نیـــوتن دەیـــزانین. خێرایـــی؛ چەمکێکـــی ڕێـــژەییە و ئاراســـتەی جـــوڵەی جـــوانرۆ دیاریـــدەکات کە ئایـــا زیـــاد دەبێـــت یـــان کەم دەبێت.

لە بەر ئەوەی هەمـــــوو جوڵەکـــــان ڕێـــــژەین، ئەوا دەربـــــارەی 'تەوەرەی پشتبێپەســـتراو'ەکان دەدوێـــین، وەک ئەو نـــۆڕینەی کە بەهـــۆیەوە جـــوڵەیەکی تـــایبەتی پـــێ پێـــوراوە. لە جـــوڵە یەک ڕەهەنـــدی شـــەمەندەفەرەکەدا- پێشـــەوە و دواوە- کە بەدرێژایـــی ڕێچکەیەکـــی ڕاســـت دەجوڵێـــت، دەتـــوانین بیـــر لە ســـــــەرچاوەیەکی جێگیـــــــر (کەســـــــێک) بکەیـــــــنەوە کە لە وێســـــــتگەی شـــــەمەندەفەرەکە دانـــــراوە و مەودای x و کـــــاتی t بە گـــــوێرەی ئەوەوەیە، ئەمە ئەو دوو زانیـــارییەیە کە بـــابەتەکەی لە ســـەر چـــڕ بـــۆتەوە. کـــاتێکیش ئـێمە لە نـــاو شـــەمەندەفەرەکە بـــین، دووریمـــان لە شـــەمەندەفەرەکە ســـفرە و کـــاتیش هەر کـــاتژمێری وێســـتگەکە دەخـــوێنێتەوە- کـــاتژمێری کەســـی نـــاو شـــــەمەندەفەرەکە لەگەڵ کـــــاتژمێری وێســـــتەگەکە ڕێکخـــــراوە. ئێســـــتا ئەو جـــــووتە ڕێکخـــــراوەی لە هەمـــــبەر دووری و کـــــات کە ســـــــەبارەت بە تەوەرەیەکـــی پشتپێبەســـتراو لە دەرەوەی شـــەمەندەفەرەکە هەمـــانە، بـــریتییە لە (x,t).

تەوەرەی پشتپێبەســـتراوی دووەم جـــوانرۆیە و لە نـــاو شـــەمەندەفەرەکە دایە. ئەگەر بێـــت و دووری لە بەشـــی دواوەی شـــەمەندەفەرەکە بپێـــوین و کـــــاتیش بە گـــــوێرەی کـــــاتژمێرەکەی دەســـــتی جـــــوانرۆ بێـــــت، ئەوە جـــووتەڕێکخراوێکی دیکەمـــان دەســـت دەکەوێـــت $(\bar{x},\bar{t})$. زۆریـــش ئاســـاییە ئەگەر شـــــوێنی ئەم دوانە بگـــۆڕین. کاتێـــک شـــەمەندەفەرەکە دەیەوێـــت

ویســـتگەکە جێبێڵێـــت، ئەوا $x = 0$ و $t = 0$، ئەگەر بێـــت و جـــوانڕۆ لەم خـــاڵەدا دووری بەلای خـــۆیەوە بە $\bar{x} = 0$ دابنێـــتەوە و کـــاتیش لە $\bar{t} = 0$ بگـــرێتەوە، ئەوا ئێســـتا دەتوانـــدرێت پەیوەنـــدییەک لە نێـــوان ئەم دوو جووتەڕێکخراوە ڕوونبکرێتەوە.

کاتێـک شــەمەندەفەرەکە ویســتگەکە جێـدێڵێت، ئەوە دەتـوانین ئەوە بـزانین کە جـوانڕۆ دوای 5 خـولەک چەنـدێک لە ویســتگەکە دوور کەوتـۆتەوە. لە ســـەرەتادا ئەوە دەزانـــین کە شـــەمەندەفەرەکە یەک کیلـــۆمەتر لە هەر خولەکێـک دەبڕێـت، کەوایە لە 5 خـولەک، 5 کیلـۆمەتر دەبڕێـت و جـوانڕۆش $\bar{x} = \frac{2\times5}{60} = \frac{1}{6}$ کیلـۆمەتری بڕیـووە (2 لە هەژمـارەکە دایە چـونکە جـوانڕۆ بە خێرایـی 2 کیلـۆمەتر لە سـەعاتێکدا بـۆ بەفـرگەکە هەنگـاوی نـاوە). کەواتە هەمـــوو دووری بـــڕدراو (x) لە لایەن جـــوانڕۆوە، دەکـــاتە 510/60 کیلـــۆمەتر لە ویســـتگەکەوە. پەیوەنـــدی نێـــوان x و $\bar{x}$ بەهـــۆی ئەم هاوکێشەیەوە، دەردەکەوێت:

$$x = \bar{x} + v \times x \quad \left(\text{لێرە } v = 60\right)$$

بە داتاشـــینی هاوکێشـــەیەک ســـەبارەت بەو دووریـــیەی کە جـــوانڕۆ بڕیـــویەتی بە پەیوەنـــدی بەو کەســـەی کە لە ویســـتگەکە جێگیـــر کـــراوە، ئەوەمان دەستدەکەوێت:

$$\bar{x} = x - v \times t$$

چەمکـی کـات لە تیـۆری کلاسـیکی نیـوتن، چەمکێکـی یەک ڕەهەنـدییە لە ڕابـــردوو بـــۆ داهـــاتوو دەڕوات. ئەمەش بـــۆ هەمـــووان گشـــتگیرە و ســەربەخۆیە لە بۆشــایی. لە بەر ئەوەی کــات بڕێکــی ڕەهــایە، کــاتی خــایەنراو لای جــوانڕۆ و کــاتی خــایەنراو بە گــوێرەی کەســی نــاو ویســتگەکە، دەبێــت هەمان کات t بێت، کەوایە:

$$\bar{t} = t$$

ئەم دوو ڕێســـایە بـــۆ $\bar{x}$ و $\bar{t}$، یەکەمجـــار لە لایەن گـــالیلۆوە داتاشـــرا، کە ئەمـــانەش جـــۆرە هاوکێشـــەیەکن کە پێیـــان دەوتـــرێ 'گۆڕینەکـــان'، کە بڕەکـــان لە تەوەرەی پشتپێبەســـتراوی یەکەم دەگۆڕێـــت بـــۆ بڕەکـــان لە تەوەرە پشتپێبەســـتراوەکەی دیـــکە. بە پشـــت بەســـتن بە تیـــۆری کلاســـیکی نیـــوتن،

دەبێت چاوەڕوانبکرێت کە خێرایی ڕووناکی بچێتە ژێر ئاسۆکی ئەو دوو گۆڕانەی گالیلۆوە $\bar{t}$ و t، ئایا ئەمە دەبێت؟

لە سەدەی حەڤدەهەمدا، خەڵکی بەوەیانزانی کە ڕووناکی خێرایی هەیە، بەم هۆیە لە ساڵی 1676دا بە نزیکەیی خێراییەکەی لە لایەن ئەستێرەناسی دانیمارکی "ئۆلی ڕۆمێر" پێوانە کرا. دواتریش "ئەلبێرت مایکڵسن" لە ساڵی 1881دا خێرایی ڕووناکی بە 186300 میل لە چرکەیەک، خەملاند. زیاتر لەمەش، دواتر بەوەی زانی کە گواستنەوە یاخود بڵاوبوونەوەی ڕووناکی زۆر جیاوازە وەک لە دەنگ. بە بەردەوام بوونی مایکڵسن لەسەر لێکۆڵینەوە، لە کۆتایدا تووشی دۆخێکی سەیر هات کە سیمایەکی پاڕادۆکسانەی هەبوو، کە ئەمەش پێویست بوو ڕوونبکرێتەوە.

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}$$

کۆلکەی لۆرنتز

تیۆری ڕێژەیی تایبەت:

"لۆرینتز" ئەو هاوکێشە بیرکارییانەی دیاریکرد کە فەرمەنرەوایی پەیوەندی نێوان دووری (مەودا) و کاتیان دەکرد، ئەویش ئەو کاتەی کە تەوەرەی پشتپێبەستراوی یەکەم بە خێراییەکی نەگۆڕ v بە ڕێژەییانە بەرەو ئەوەی دیکە دەجوڵێت. ئەو گۆڕانەی ئێستا، هاوشێوەی ئەو دۆخەیە کە لەمەو پێش باسمان کرد بەڵام ئەمەیان کۆلکەی (لۆرنتز) دەگرێتە خۆی کە پشت دەبەستێت بە v و خێرایی ڕووناکی c. ئەمەش هەر تاقیکردنەوەیەکە هاوشێوەی ناو شەمەندەفەرەکە، بەڵام ئەمجارە بەرنامەی تاقیکردنەوەکە ڕووناکی دەگرێتە خۆی.

هاتنی ئاینشتاین:

ئەو دەرەتانەی کە ئاینشتاین گرتییە بەر بۆ مامەڵەکردن لەگەڵ دۆزینەوەکەی سەبارەت بە خێرایی ڕووناکی، ئەوە بوو کە وەک بەڵگەنەویستێک خرایە ڕوو:

'خێرایی ڕووناکی بۆ هەموو مێزەرێک[1] هەمان بەهای هەیە و سەربەخۆیە لە ئاراستە و هیچ پەیوەندییەکی پێوە نییە'

ئەگەر جوانرۆ لە کاتی تێپەڕبوونی بە وێستگەکە و لەسەر شەمەندەفەرە خێراکەی سەرچاوەیەکی ڕووناکی بگرتایە دەست، ئەوا تیشکەکانی لە گالیسکەی شەمەندەفەرەکە بەرەوە خوارەوە، ڕێڕەوی دەگرتە بەر و بە ئاراستەی شەمەندەفەرەکە دەبوو، پاشان خێراییەکەی وەک c دەتواندرا بپێورێت. بەڵگەنەویستەکەی ئاینشتاین دەڵێت: ئەو کەسەی لەسەر شەمەندەفەرەکە کاربەدەستە، ئەویش خێرایی ڕووناکییەکەی بە c دەپێوێت نەوەک $c + 60\ km/h$. هەروەها ئاینشتاین بنەمای دووەمی گریمان کرد:

یاسا فیزیاییەکان بە گوێرەی هەموو تەوەرە پشتپێبەستراوەکان، چوونیەکە.

هێز و زیرەکی ئەو تۆێژینەوەیەی ئاینشتاین لە ساڵی 1905دا، بەشێکی ئەو کارەی بۆ ئەو ڕێگایە بوو کە لێوەی نزیک ببوویەوە، ئەویش بە هۆی ئەو جوانییە بیرکارییانە بوو کە لە کارەکەیدا دەینواند. شەپۆلەکانی دەنگ وەک لەرینەوەی گەردیلەکان، لە ناو ناوەندێکدا تێدەپەڕێت کە دەنگی لێوە هەڵدەگیرا. هیچ کەس نەیدەزانی ئەمە چییە، بەڵام ناوێکیان پێدا-ئاثەر.

بنەمای سادەی؛ ڕێژەیی و هەموو تیۆرییەکانی دیکە دەرکەوتن. بە تایبەتی کە پیشانیدا وزە بەهۆی هاوکێشەیەکەوە دەتواندرێت دیاریبکرێت $E = \alpha \times mc^2$. وزەی تەنێکی (هەیکەل) وەستاو (کاتێک $v = 0$ و

---

[1] مێزە: ڕوانین. مێزەر: چاودێر؛ ئەو کەسەی کە دەڕوانێتە شتێک و دواتر لەو شتەی بینیویەتی، لێدوان دەدات.

($\alpha = 1$)، ئەمە دەبێـــتە هـــۆی ئەوەی هاوکێشــــەک بێـــتە ئـــاراوە کە وزە و بارستایی تێیدا هاوتان:

$$E = mc^2$$

لە ســـاڵی 1912دا ئاینشـــتاین و لـــۆرنتز هەردووکیـــان بـــۆ خەڵاتـــی نۆبـــڵ بەربژێرکـــران، بەڵام لـــۆرنتز پێشـــتر لە ســـاڵی 1902دا خەڵاتەکەی پێـــدرابوو، بەڵام ئاینشـــتاین لە کۆتایـــدا لە ســـاڵی 1921دا خەڵاتەکەی وەرگـــرت بەهـــۆی ئەو کارە مەزنەی کە لە ساڵی 1905 بڵاویکردبوویەوە.

ئاینشتاین و نیوتن:

لە مێژەکردنـــی جـــوڵەی هێواشـــی شـــەمەندەفەر، تەنیـــا جیـــاوازییەکی بچـــوک هەیە لە نێـــوان تیـــۆرییەکەی ئاینشـــتاین و تیـــۆرییە کلاســـیکییەکەی نیـــوتن. لەم دۆخـــانەدا، ڕێژەیـــی خێرایـــی v زۆر کەمە بە بەراورد بە خێرایـــی ڕوونـــاکی کە بەهـــای کـــۆلکەی لـــۆرنتز α، 1 بێـــت. لەم دۆخەشـــدا هاوکێشـــەکانی لـــۆرینتز لە ڕاســـتیدا وەک گۆڕانەکـــانی (هاوکێشـــەکان)ی گـــالیلۆن. کەوایە بـــۆ خێرایـــی هێـــواش (کەم) ئاینشـــتاین و نیـــوتن هەردووکیـــان لەگەڵ یەکتـــردا هـــاوڕان. بـــۆ ئەوەی جیـــاوازی نێـــوان هەردوو تیـــۆرییەکە بە دیـــار کەوێـــت، دەبێـــت بـــڕی هەر یەک لە خێرایـــی و دووری زۆر گەورە بێـــت. تەنـــانەت شـــەمەندەفەری TGV هێشـــتا نەیتوانیـــوە ژمـــارەیەک بشـــکێنێت و خێـــراییەکەی نەگەیشـــتۆتە ئەو خێـــراییە کە بە شـــێوەیەکی وەهـــا گەورە بێـــت، بـــۆیە ئـــێمە دەبێـــت بیـــردۆزی نیـــوتن لە بەرژەوەنـــدی بیـــردۆزەکەی ئاینشـــتاین لابـــدەین کە ئەمەش لە ڕاســـتیدا مانـــای شۆڕشـــی زانســـتی دەگەیەنێـــت. گەشـــتکردن بە بۆشـــایی، ناچارمـــان دەکـــات کە لەگەڵ ئاینشـــتایندا بـــڕۆین و گەشـــتەکە بکەیـــن، ئەمەش بـــۆ ئەوەی زێـــدەتر لە شـــتەکان تێـــبگەین و هەســـت بە جیاوازییەکـــان بکەین.

تیۆری ڕێژەیی گشتی:

ئاینشتاین تیۆریی ڕێژەیی گشتی لە ساڵی1915دا بڵاوکردەوە. ئەم تیۆرییە لەسەر جوڵە جێبەجێدەبێت کاتێک تەوەرەکانی پشتپێبەستن کاریگەرییان لەسەر یەکتر هەبێت و بارنەگۆڕ نەبن و هەر یەکەیان لەوەی دیکە سەربەخۆ نەبێت. بەهۆی بەکارهێنانی تیۆری ڕێژەیی گشتی، دەتوانین پێشبینی جۆرێک لە دیاردەی فیزیکی بکەین وەک: هەڵبەز و دابەز- سەرەوە و خوارەوە. کاتێک دەڵێین ئەم تیۆرییە لە ڕژێمێک ڕەنگدانەوەی هەیە کە پەیوەندییەک لە نێوان دوو تەن-شتی ئەم ڕژێمە هەبێت، بۆ نموونە کاتێک ڕووناکی بە نزیک تەنێکی زۆر قەبارە گەورە ڕەت دەبێت. لێرە جۆرە هێزێک لە نێوانیاندا هەیە. ئێستا دوو تەن، زەوی و خۆر لە بەرچاو بگرە، لێرەدا جوڵەیەک دەبینرێت کە دووبارە جووڵەیەکی ڕێژەییە. ئەم تیۆرییە، جوڵەی تەوەرەی خولانەوەی هەسارەی 'عەتارد'ی شیکردۆتەوە، بەڵام نەتواندرا بە تەواوی لە مەڕ ئەو هێزەی کە لە سەر هەسارەی عەتارد هەبوو، ڕوونبکرێتەوە. ئەمەش ئەو کێشەیە بوو کە لە ساڵەکانی 1840دا ئەستێرەناسەکانی بێزارکردبوو. لێرەوەش ئامازەی سەرەکی لە تیۆری ڕێژەیی گشتی، ئەوەیە کە ئاهووتە-کات چوار ڕەهەندە و، ڕەهەندی چوارەم کاتە. ئاهووتەی ئیقلیدی، تەختە (هیچ چەماوەیەکی تێدا نییە) بەڵام ئاهووتە-کاتی چوار ڕەهەندی ئاینشتاین، چەماوەییە (چەمانەوەی تێدایە). ئەمەش تیۆری نیوتن لەمەڕ کێشکردن، بەلاوە دەنێت وەک ڕوونکردنەوەیەک بۆ ئەو شتانەی کە یەکتر کێش دەکەن. بەهۆی تیۆری ڕێژەیی گشتی ئاینشتاین، ئەوە ڕوون بوویەوە کە ئاخۆ هێزی ڕاکێشان لە نێوان تەنەکان هۆی چییە و چۆنە، ئەمەش دووبارە لە ساڵی 1915دا شۆڕشێکی دیکەی ئاینشتاین بوو بەسەر زانستی فراوانی فیزیادا. لێرە جیهانبینی زانا فیزیکییەکان گۆڕانکاری زۆری بەسەردا هات.

کورتەی بیرۆکەکە

خێرایی ڕووناکی ڕەهایە

کارنامە

1632

"گالیلۆ"[1] لەو ساڵەدا "هاوکێشە گۆڕینەکانی گالیلی" ڕۆنا لە هەمبەر کەوتنە خوارەوەی شتەکان.

1976

"ڕۆمێر"[2] خێرایی ڕووناکی هەژمارکرد بە مێزەکردنی مانگەکانی هەسارەی مشتەری.

1687

"بنەماکانی نیوتن" شرۆڤەی یاسا کلاسیکییەکانی جوڵەیان کرد.

1881

"مایکلسن"[3] خێرایی ڕووناکی بە ڕێژەیەکی ورد پێوا.

1887

گۆڕینەکانی "لۆرنتز"[4] بۆ یەکەمجار نووسرانەوە.

1905

"ئاینشتاین"[5] توێژینەوەکەی "سەبارەت بە ئەلکترۆداینەمیکسی جوڵەی تەنەکان" بڵاوکردەوە کە تێیدا شرۆڤەی ڕێژەیی تایبەت دەکات.

1915

"ئاینشتاین" توێژینەوەکەی لەسەر "پانتایی هاوکێشەکانی کێشکردن" بڵاوکردەوە کە شرۆڤەی تیۆری ڕێژەیی گشتی دەکات.

---

[1] *Galileo*
[2] *Römer*
[3] *Michelson*
[4] *Lorentz*
[5] *Einstein*

فەرهەنگۆک

01

ڕژێمی ژمارەکان	System of numbers
خانەیجیاکەرەوە	Placeholder
ڕژێمی ژمارەکانی هیندۆ-عەرەبی	Hindu-Arabic system
ڕژێمی ژمارەکانی ڕۆمانی	Roman number system
پەرتوکی ژماردن	The book of counting
ڕەنووس	Digit
لێکدانی دوولا و دوونێوان	Cross product
پێناسە نەکراو	Undefined
ناکۆتا	Infinite
باری‌نادیار	Indeterminate
جەبر	Algebra
ئەندازە	Geometry
تیۆری ئەگەر	Probability theory
هێڵی ژمارەکان	Numbers line
ڕژێمی ژمارەی دەیی	Decimal system
سەلماندن	Proof
تیۆری کۆمەڵە	Set theory
کۆمەڵەی بەتاڵ	Empty set
بەستانەوە، تێکەڵکردن	Combining
کەرت (کەرتی بیرکاری)	Fraction

02

شێوازی نووسینی دەیی	Decimal notation
ڕژێمی بەهای خانەیی	Place value system
ڕژێمی بنچینەی 60ی	Base 60 system
سەد (بەلاتینی)	Centum
هەزار (بەلاتینی)	Mille
کاتژمێری *XIIII*ی لویس	A Louis XIIII clock
نووسینی شێوەی زانستی	Scientific notation
ڕژێمی دووانی (سفر و یەک)	Binary system
ڕژێمی بنچینەی 8ی	Octal system (base 8)
ڕژێمی بنچینەی 16یی	Hexadecimal system (base 16)
گۆشە	Angle
گۆشەی ڕاست (پلە 90)	Right angle
گۆشەی کراوە (زیاتر لە 90 پلە)	Obtuse angle
گۆشەی تیژ (کەمتر لە 90 پلە)	Acute angle
شێوە ئەندازەییەکان	Geometrical figures
کۆکردنەوە	Addition
جارانکردن	Multiplication
توان، هێز	Power
ڕێگا، شێواز	Method
ڕژێمی میسرییەکان	Egyptian system
چەمک، بیرۆکە	Concept
هێما	Symbol
تایبەتمەندی	Property
یەکە	Unit
دەستەواژە، دەربڕین، دەربڕین، بڕ (کاتێک چەند ڕادەیەک پێکەوە دێن)	expression
دابەشکردن	Division

03

کەرت	Fraction
بەشکراو، سەربەش	Numerator
بەشدراو، ژێربەش	Denominator
ژمارەی هەمەکییەکان (هەر ژمارە سروشتییەکانە بەلام 0شی لەگەڵە)	Whole number

Proper fraction	کەرتی ڕاستی
Improper fraction	کەرتی ناڕاستی
Remainder	ماوە، پاشماوە
Mixed number	ژمارەی بەکەرت
Simplifying	سادەکردنەوە
Rational number	ژمارەی ڕێژەیی
Irrational number	ژمارەی ناڕێژەیی
Common factor	کۆلکەی هاوبەش
Decimal number	ژمارەی دەیی
Basic fraction	کەرتی بنەڕەتی
Unit fraction	کەرتی یەکی (سەر کەرتەکە 1 بێت)
Egyptian fraction	کەرتی میسرییەکان
Egyptian expansion	ڕیسەکردنی میسرییەکان
Sum	سەرجەم
Fractured number	ژمارەی بەشکراو، کەرتکراو
Convert	گۆڕین، گۆڕین لە شێوەیەک بۆ شێوەیەکی دیکە
Simplest form	سادەترین شێوە
Calculating	هەژمارکردن، ئەژمارکردن
Theory	تیۆری

04

Square	چوارگۆشە، دووجا
Square root	ڕەگیدووجا
Perfect square	دووجای تەواو
Root	شیکار، ڕەگ
Square number	ژمارەی دووجا، ژمارەی چوارگۆشەیی
Triangle number	ژمارەی سێگۆشەیی
Dotty diagram	هێلکاری خالخالی، خاڵە هێلکاری
Focus	تیشکۆ
Pythagorean number	ژمارەی فیساگۆرسی
Theory of measurement	تیۆری پێوانەکردن
Measure theory	تیۆری پێوان
Odd number	ژمارەی تاک
Even number	ژمارەی جووت
Proof by contradiction	سەلماندن بەهۆی دژەیەک
Shape	شێوە (شێوەی ئەندازەیی)
Calculator	بژمێر (حاسیبە)
Logic	لۆژیک، ژیریێژی
Conclusion	دەرئەنجام
Idea	بیرۆکە
Polygons	چەندلایەکان
Natural number	ژمارەی سروشتی
Table	خشتە
Theorem	بیردۆز، سەلمێندراو

05

Constant	نەگۆڕ
Circle	بازنە
Diagram	هێلکاری
Radius	نیوەتیرە
Area	ڕووبەر
Volume	قەبارە
Center	چەق، ناوەڕاست
Triangle	سێگۆشە
Circumference	چێوە
Series	زنجیرە
Term	ڕادە
Algebraic term	ڕادەی جەبری
Period	خول، دەور
Random	هەڕەمەکی
Mnemonic way	ڕێگەی یارمەتیدەری یادگە
Sequence	یەکبەدوایەک

Friends of pi	هاورێیانی پای
Algebraic number	ژمارەی جەبری
Lever	نوێڵ
Transcendental	ژمارەی ناجەبری
Exact value	بەهای تەواو، بەهای ڕاستەقینە
Approximate value	بەهای نزیکەیی
Converge	نزیکدەبێتەوە
Diverge	دووردەکەوێتەوە، جیادەبێتەوە

06

Interest rate	ڕێژەی سوو
Symmetric	چوونیەک، هاوجووت
Quadratic equation	هاوکێشەی پلە دوو
Gelfond's constant	نەگۆڕی گێلفۆند
Growth	گەشە
Growth of population	گەشەی دانیشتوان
Economic growth	گەشەی ئابوری
Radioactive decay	تیشکدەر
Probability theory	تیۆری ئەگەر
Rare event	ڕووداوی ئەستەم،
Poisson distribution	دابەشبوونی پواسۆن
Bell curve	چەماوەی زەنگوڵەیی
Normal distribution	دابەشبوونی ئاسایی
Euler identity	هاوئەنجامی ئۆیلەر
Exactly	ورد، بێ کەموکوڕی، تەواو
At least	بەلایەنی کەم
At most	بەلایەنی زۆر
Mathematical property	تایبەتمەندی بیرکارییانە
Application	جێبەجێکاری، بەکارهێنان، ڕاهێنان
Mathematician	بیرکاریزان (زانای بیرکاری)
Cheat	قۆپیە، فێڵ
Interval	ماوە
Common side	لای هاوبەش، دیوی هاوبەش
Ascending time	کاتی بەربوونەوە تا وەستان

07

Infinity	ناکۆتا، بێکۆتا
Counting	ژماردن
Cantor's set	کۆمەڵەی کانتۆر
Primitive	سەرەتایی
Pair	جووت (دوو شت)
Positive	ئەرێنی، ئایەکی
Negative	نەرێنی، نایەکی
Set	کۆمەڵە
Subset	بنەکۆمەڵە
Element	دانە
One-to-one	یەک-بۆ-یەک
Common notion	تێگەی باو، ژیری باو، تێگەیشتنی باو، تێگەیشتنی هاوبەش
Cardinality	دانەژمێر
Countable infinite set	کۆمەڵەی ناکۆتای ژمێردراو
Gap	بۆشایی، کەلێن
Dense set	کۆمەڵەی چڕ
Density	چڕی
Inference	بەڵگەهێنانەوە، هەڵێنجان
Infinite set	کۆمەڵەی ناکۆتا
Finite set	کۆمەڵەی کۆتادار
Disjoint sets	دوو کۆمەڵە کە یەکتربڕینیان دەکاتە کۆمەڵەی بەتاڵ
Mutual	ئاڵوگۆڕ، سەودا

Unknown	نەزاندراو

10

Perfect number	ژمارەی بێخەوش
Divisor	بەشکەر، بەشدراو، کۆلکە
Perfect square	دووجای تەواو
Imperfect square	دووجای ناتەواو
Amicable number	ژمارەی دۆستانە
Social number	ژمارەی کۆمەلایەتی
Superabundant number	ژمارەی زۆرکۆلکە
Deficient number	ژمارەی کەمکۆلکە
rank	پلە (پلەی ریزبەندی)
Definition	پێناسە
Even perfect number	ژمارەی بێخەوشی جووت
Odd perfect number	ژمارەی بێخەوشی تاک
Take away 2	2ی لێدەربکە

11

Fibonacci numbers	ژمارەکانی فیبوناچی
Golden ratio	ڕێژەی زێڕین
Super golden ratio	ڕێژەی زێڕینی نایاب
Sequence	یەکبەدوایەک
Range	مەودا

12

Golden rectangle	لاکێشەی زێڕین
Mathematical paper	کاغەزی بیرکارییانە
Mathematical gold	گەوهەری بیرکارییانە
Claim	بانگەشە
Approximately	بەنزیکراوەیی

08

Imaginary	خەیالی
Imaginary number	ژمارەی خەیالی
Imaginary part	بەشی خەیالی
Real part	بەشی ڕاستی
Plane	ڕووتەخت
Complex number	ژمارەی ئاوێتە
Complex plane	ڕووتەختی ئاوێتە
Argand plane	ڕووتەختی ئارگاند (ڕووتەختی ئاوێتە)
One dimensional line	هێلی یەک ڕەهەندی
Conjugate	ئاوەل
Length	درێژی
Clockwise	بە ئاراستەی میلی کاتژمێر
Anticlockwise	بە پێچەوانەی میلی کاتژمێر
Unity	یەکی (لە بیرکاریدا)
Direction	ئاراستە
Extend	فراوانکردن، کردنەوە
Complex function	نەخشەی ئاوێتە
Mate	هاوڕێ، دۆست

09

Prime number	ژمارەی سەرەتایی (خۆبەش)
Composite number	ژمارەی دابەش
Primary components	پێکهاتە سەرەتاییەکان
Break up	لێکهەلوەشاندن
Basic	بنچینە
Prime number decomposition theorem	بیردۆزی شیتەلکاری ژمارە سەرەتاییەکان
Twin prime problem	کێشەی خۆبەشە دوانەکان
Goldbach conjecture	گریمانەی گۆلدباخ
Prime number theorem	بیردۆزی ژمارە خۆبەشەکان

13

Pascal's triangle	سێگۆشەی پاسکاڵ
Northeast diagonal	تیرەی باکوری
Norwest diagonal	تیرەی باشوری
Main diagonal	تیرەی سەرەکی
Almost diagonal	تیرەی نزیکیی
Tetrahedral number	ژمارەی چوار ڕوویی
Combinations	گونجێنەکان
Sierpinski triangle	سێگۆشەی سیرپینسکی
Leibniz harmonic triangle	سێگۆشەی هاوئاوازی لایبنیتز

14

Trial and error	تاقیکردنەوە
Abstract	ئەبستراکت، پەتی، ڕووت، دەرهەست
Isomorphic	هاوتا
Modern algebra	جەبری نوێ، جەبری هاوچەرخ
Arithmetic	ژمێرەزانی
Identity element	دانەی بێلایەن
Linear equation	هاوکێشەی هێڵی
Quadratic equation	هاوکێشەی پلە دوو، هاوکێشەی چوارگۆشەیی
Cube equation	هاوکێشەی پلە سێ، هاوکێشەی شەشپاڵوویی
Quartic equation	هاوکێشەی پلە چوار
Group theory	تیۆری گرووپ

15

Greatest common divisor	گەورەترین کۆلکەی هاوبەش
Least common multiple	بچوکترین چەندجارەی هاوبەش
Geometrically	ئەندازەییانە
Chines remainder theorem	بیردۆزی ماوەی چینییەکان
Remainder	ماوە

16

Logic	لۆجیک، لۆژیک، ژیربێژی
Argument	بەڵگە
Premises	دەستەواژە
Conclusion	دەرئەنجام
Truth table	خشتەی بەهاکان
Algebra of logic	لۆژیکی جەبر
Logic design	داڕشتنی لۆژیکی
Mathematical logic	لۆژیکی بیرکارییانە
Logical decision	بڕیاری لۆژیکیانە

17

Proof	سەلماندن
Counterexample	دژە نمونە
Direct proof	سەلماندنی ڕاستەوخۆ
Indirect proof	سەلماندنی ناڕاستەوخۆ
Mathematical induction	دەرئەنجامی بیرکارییانە

18

Set	کۆمەڵە
Union of sets	یەکگرتنی کۆمەڵەکان
Intersect of sets	یەکتربڕینی کۆمەڵەکان
Subset	بنەکۆمەڵە
Paradox	پارادۆکس، دژوێژی (وتەیەک کە ناکۆکی و دژەیەکی تێدایە)

Right angle triangle	سێگۆشەی گۆشە ڕاست
Shaded area	ناوچەی تاریک، ناوچەی سێبەرکراو، ڕووبەری تاریککراو
Euler line	هێڵی ئۆیلەر، ڕاستەهێڵی ئۆیلەر
Midpoint of the side	ناوەندی لایەک، خاڵی ناوەڕاستی پارچە ڕاستەیەک
Center	چەق
Gravity	کێشکردن
Orthocenter	ستوونە چەق
Centroid	ناوەندە چەق
Circumcenter	چەقی دەرەبازنە
Coincide	ڕێککەوتوو
Corresponding side	دوو لای هاوجێ
Equilateral triangle	سێگۆشەی سێ‌لا یەکسان
Theodolite	گۆشەپێو
Surveyor	زەوی‌پێو
Truss	بەستەک، چارچێوە، ڕاگیرکەر بۆ ڕاگرتنی پرد یان شت.
Congruent triangle	دوو سێگۆشەی جووت بوو

<u>22</u>

Curve	چەماوە
Classical curves	چەماوەی کلاسیکیانە
Conic section	برگە قوچەکییەکان
Circle	بازنە
Ellipse	برگەی ناتەواو، برگەی هێلکەیی
Parabola	برگەی هاوتا
Hyperbola	برگەی زیاد
Plane	ڕووتەخت

Relatively prime	ئاوەڵە خۆبەش
Universal set	تێکرای جیهانی کۆمەڵە
Incompleteness theorem	بیردۆزی ناتەواویتیی گۆدێل
Cardinal number	ژمارەی دانەژمێر
Axiom	بەڵگەنەویست

<u>19&20</u>

Differentiation	جیاکاری
Integration	تەواوکاری
Construction	دروستکردن
Trisection	سێ‌لەتکردن
Bisector	گۆشە لەتکەر
Compass	پرگال

<u>21</u>

Triangle	سێگۆشە
Side	لا، تەنیشت
Angle	گۆشە، سوچ، کوژبن
Geometrical shape	شێوە ئەندازەییەکان
Size	قەبارە (پێوانێکی ژمارەیی)
Enclosed area	ڕووبەری داخراو
Right angle	گۆشەی ڕاست، گۆشەی پلە 90
Vertex	سەر، خاڵ
Parallel	تەریب
Measuring	پێوانەکردن
Alternate angles	دوو گۆشەی لابەلا
Surface	ڕوو (ڕووی تەنێکی ئەندازەیی)
Flat surface	ڕووی تەخت
Spherical surface	ڕووی گۆییانە
Triangle inequality	لاسەنگەی سێگۆشەیی

خولگەی بازنەیی	Circular orbit
تیشکۆ	Foci
پێچخواردوو، بادراو	Spiral
لولپێچی، هێلکە شەیتانۆکە	Helix
دلە چەماوە (شێوەی دل)	*Limaçon*
چەماوەی قردێلەیی	Lemniscate
شێوەی هێلکەیی	Oval shape
جولەی تولی سێ پارچەیی	Three-bar monition
چەماوە جەبرییەکان	Algebraic curves
چەماوەی سانا (سادە)- چەماوەیەک خۆی نەبڕێت.	Simple curve
لولپێچی لۆگاریتمی	Logarithmic spiral

23

شێوەناسی، تۆپۆلۆژی	Topology
تایبەتمەندی	Property
شێوەگۆڕکێ، گۆڕین	Transformation
ئەندازەی مەطاطی	Rubber sheet geometry
فرەڕوو	Polyhedral
ڕووەکان (ڕووی شێوەیەکی ڕێک)	Faces
ڕێک	Regular
ناوپڕە ئەفلاتونییەکان، تەندارەکان، تەنە ئەفلاتونییەکان	Platonic solids
چوار ڕوو	Tetrahedron
شەش ڕوو	Cube
هەشت ڕوو	Octahedron
دوانزە ڕوو	Dodecahedron
بیست ڕوو	Icosahedron
نیمچە-ڕێک	Semi-regular
قەفەزی گۆیی	Bucky ball
کون	Hole
ناوچە	Region
یاسای ئۆیلەر	Euler characteristic
تاک ڕوو	One-sided surface
ڕاکێشان	Stretch
شریتەکەی مۆبیوس	Möbius strip
بوتڵەکەی کلین	Klein bottle
فرەپێچەکان، دکشن	Manifolds
گریمان پوانکارییە	Poincaré conjecture

24

ڕەهەند، دووری	Dimension
خاڵ	Point
ڕاستەهێڵ	Line
ڕووتەخت	Plane
ئاهووتە	Space
ئاهووتەی فیزیکیانە	Physical space
ئاهووتەی بیرکارییانە	Mathematical space
تەوەرەی ئاسۆ	x-axis
تەوەرەی ستوون	y-axis
ئەندازەی تەندار	Solid geometry
بیرکاری n-ڕەهەندی	n-dimensional mathematics
بەرزە ڕەهەندەکان، ڕەهەندی بەرز	Higher dimensions
بەرەنگاری	Challenge
گەردوونی ڕاکشاو	Flat universe
زەوی نشینە ڕووتەختەکان (ئەوانەی لە ئاهووتەیەکی ڕووتەختی دەژین، تەنیا ئەتوانن ڕاست و چەپ، پێشەوە و پشتەوە ببینن)	Flatlanders
بەردەوام، نەپچڕاو	Continuum

Snowflake	کلوە بەفر
Koch curve	چەماوەی کوخ
Sierpiński triangle	سێگۆشەی سیرپینسکی
Property of fractals	تایبەتمەندی لەیەکبووەکان
Coral	مەرجان
Sponge	ئیسفنج
Fractional dimension	ڕەهەندی کەرتی

26

Chaos	نارێکوپێکی، شێواوی
Deterministic	براوە، حەتمی، بڕیارلەسەردراو
Quantity	بڕ (بڕێکی ژمارەیی)
Object	تەن، شت
Velocity	خێرایی
Force	هێز
The butterfly effect	دیاردەی کاریگەری پەپولەیی
Pressure	تەوژم
Pinboard box	باولی چوقلدار
Slot	دەرچە
Position	شوێن
Simple pendulum	پەندۆلی سادە
Vertical	ستوون
Displacement	لادان
Phase	ڕەوگە
Maximum	ئەوپەڕی
Direction	ئاراستە
Double pendulum	جووتە پەندۆل
Intermediate joint	پێکبەستی ناوەند
Random	هەڕەمەکی
Chaotic motion	جوڵەی نارێکوپێک
Permissible	ڕێگەپێدراو
Initial value	بەهای سەرەتایی

Coordinates	پۆتانەکان، تەوەرەکان
Strings	ژێیەکان
Vibrating strings	چەمانەوەی ژێیەکان
String theory	تیۆری ژێیەکان
Space-time	ئاهووتە-کات
Universe	گەردوون
Hyperspaces	ئاهووتەزەبەندەکان،
Pure	پەتی، خاوێن، ڕووت
Variable	گۆڕاو
Hypersphere	زەبەندەگۆ (گۆیەک زیاتر لە 3 ڕەهەندی هەبێت)
Ideal	نمونەیی
Ordinary dimension	ڕەهەندی ئاسایی
Modern algebra	جەبری هاوچەرخ
Independent	سەربەخۆ، ئازاد، ناپەیوەست
Extend	کردنەوە، فراوانکردن، ڕاخستن
Fractals	لەیەکبووەکان
Euclidean geometry	ئەندازەی ئیقلیدی
Euclidean space	ئاهووتەی ئیقلیدی
Dimension theory	تیۆری ڕەهەند
Housdorff dimension	ڕەهەندی هاوسدۆرف

25

Fractals	لەیەکبووەکان
Mandelbrot set	کۆمەڵەی ماندێلبۆرت
Definition	پێناسە
Self-similarity	لەخۆچوویی
Formula	ڕێسا، یاسا، دەستوور
Crinkly curves	چەماوە چرچ- ولۆچەکان
Smooth	ساف، لووس

پێشبینیکردنی کەش-وهەوا	Forecasting the weather
ناهێڵی	Nonlinear
شلگاز	Fluid
گێژاوی، ناڵەباری	Turbulence
ژمارەیی	Numerically
سەرنجبەر، سەرنجراکێش	Attractor
ڕژێمی جوڵدار (ڕژێمێک کە جووڵەی تێدا بێت)	Dynamic system

27

تەریب	Parallel
بەڵگەنەویست	Postulate
بەتەواوی، کتومت، بێکەموزیاد	Exactly
بنەما، دانە، توخم	Element
بەتێکرایی	Universally
گشت، هەمەکی	Whole
بەش، هەندەکی	Part
دەستکرد	Artificial
هێڵی سور، هێڵی ئاگرین	Firing line
ڕژێمی خۆگر (هەتەر)	Consistent system
نیمچەگۆ	Pseudosphere
ئەندازەی برگە زیاد	Hyperbolic geometry
بازنەمەزنە	Great circle
یەکگرتوو	Unified
پێچانەوە، لولکردن	Wrap
چەمانەوە	Curvature
چرچولۆچ	Rumpled
ئاهوتە-کات (بۆشایی-کات)	Space-time
وردبینی، بیرتیژی، فزولی	Insight
پێناسە	Definition
بازنەیی	Circular

28

ئەندازەی پچراو	Discrete geometry
دابڕاو	Isolated
تۆڕێک لە خاڵ	Lattices of point
تاقیکردنەوەی زانستی	Scientific experiment
لاری	Slope
لێدان، بەرکەوتن، پێککەوتن	Strike
ئەندازەی تۆڕئاسا	Reticular geometry
یاری باوڵی چوقلدار	Pinball game
خاڵی ناوەکی (ناوەوە)	Interior point
ڕووتەختی فانۆ	Fano plane
ئەندازەی فانۆ	Fano geometry
ئەندازەی جێکەوت، جێکەوتە ئەندازە	Projective geometry
دووسەری، دوولایی، دووفاقە	Duality
هاوجێیانە، لێکچوویانە	Symmetrical
خاڵە هاوبەشەکان	Common points
هاوبەش، باو	Common
کاریکۆتەری پشیلە (ئەو شتەی کە پشیلە تێدا دەخەوێت)	Cat's cradle
یەکتربڕین (کاتێک دوو ڕاستەهێڵ یەکتر دەبڕن)	Intersect

29

تیۆری هێڵکاری	Graph theory
هێڵە پێچاوپێچەکان	Wiggly lines
پرد	Bridge
نیمچە پەتی، نیمچە ڕووت	Semi-abstract

Coin	دراوی کانزایی (دینار)
Head	شێر
Tail	خەت
Situation	دۆخ، بار
Experiment	تاقیکردنەوە
Outcome	دەرئەنجام
Factor	هۆکار، کۆلکە
Electoral system	رژێمی هەڵبژاردن
Degree of belief	پلەی باوەڕ (مەبەست نێوان 0 و 1)
At least	بەلایەنی کەم
Sample space	ئاهووتەی بژاردە
Individual	تاک
Occurrence	پێشهات
Discipline system	رژێمی بەرێساویاسا
Secret	نهێنی، راز
Analytical	شیکردنەوەییانە
Economic	ئابوری
Axiomatic way	شێوازی بەڵگەنەویستی، رێگای بەڵگەنەوستی

32

Bayes theory	تیۆری بایس
Probability the other way around	ئەگەری بەپێچەوانە
Conditional probability	ئەگەری مەرجدار
Bayesian philosophy	فەلسەفەی بایسی
Frequentist	زانا دووبارەکییەکان (لاسایکەرەوەکان)
Table of data	خشتەی زانیاری، خشتەی دراوەکان
Detection	دیاریکردن، دەستنیشانکردن
Patient	نەخۆش، دەردەدار
Measles	سورێژە
Bayes' formula	یاسای بایس

Abstractness	پەتیەتی، رووتیتیی
Observation	روانین، نۆڕە، سەرنجدان، وردبوونەوە
Degree	پلە
Hand-shaking theorem	بیردۆزی تەوقکردن
Odd degree	پلەی تاک
Even degree	پلەی جووت
Planer graph	هێلکاری تەخت
Non-Planer graph	هێلکاری ناتەخت
Without crossing	بەبێ یەکتربرین
Tree	دار
Cyclic	بازنەیی
Counting	ژماردن
Subgraph	بنەهێلکاری
Chemical property	تایبەتمەندی کیمیایی
Laboratory	تاقیگە

30

Problem	پرسیار، کێشە، پرس
Mathematical community	کۆمەڵگای بیرکارییانە
Election	هەڵبژاردە
Hole	کون
Sufficient	بای پێوست (ئەوەندەی کە پێوستە)
Minimum	کەمترین
Configuration	نیگار و شێوەپێدان
Expert	پسپۆری، شارەزایی
Checkability	توانای پشکنین

31

Probability	ئەگەر
Chance	شانس
Uncertainty	نادڵنیایی

خودی، کەسی	Subjective
ڕەگەز و جۆر	Strain
ئەگەری خۆدی	Subjective probability
ئەگەری پاشینە	Posterior probability
تیۆری دووپاتی، توری لەرەلەر، تیۆری دووبارەیی	Frequency theory
هاوتاکردن، یەکسانکردن	Equating

33

کێشەی لە دایکبوونەکە	The birthday problem
بڵاوبوونەوە، دابەشکردن	Scattered
ساڵی پڕ (366 ڕۆژ)	Leap year
بنەمای کونە کۆتر (هێلانە کۆتر)	Pigeonhole principle
بەهای شلۆق	Critical value
دەرفەتی یەکسان	Even chance
یەکسانی، بێفەرق و جیاوازی	Uniform
پرسی پڕەوەبوونەکان	Occupancy problems
فەربوودە، جدی، بێ-گاڵتەوگەپ	Serous

34

دابەشبوون	Distribution
سوارەسەرباز (سەربازێک بە سەر ئاژەڵێکەوە شەڕ بکات)	Cavalrymen
دابەشبوونی پۆیسن	Poisson Distribution
شیکردنەوە	Analysis
دابەشبوونی دووڕادەیی	Binomial Distribution
دابەشبوونی دووڕادەیی نەرێنی	Negative binomial Distribution
دابەشبوونی ئەندازەیی	Geometric Distribution
دابەشبوونی زەبەندەئەندازەیی	Hypergeometric Distribution
کەرەستە، ئامراز	Tool
پێشبینیکردن	Predict

35

چەماوەی ئاسایی	Normal curve
گەردوونناسی	Astronomy
یاسای هەڵە، یاسی کەموکوڕی	Law of error
ستوونە ڕوونکردنەوەیی	Histogram
لادانی پێوانەیی	Standard division
بیردۆزی کەرخی ناوەندی	Central limit theorem
بژاردەگیری	Sampling
ناوەندی بژاردەکان	Average of samples
ناوەندی کۆمەڵگا	Average of population
چەماوەی زەنگوڵەیی	Bell-shaped curve
خەملاندن	Estimate
وێنەی ڕوونکردنەوەیی	Diagram

36

خشتەی زانیاری، پێدراو، زانیاری، دراو	Data
پێکبەستنەوەی زانیارییەکان	Connecting data
پەیوەستی	Correlation
لێژبوونەوە، دابەزین	Regression
هاوکۆلکەی پەیوەستی	Correlation coefficient
وێنەی ڕوونکردنەوەیی پرژاو	Scatter diagram

38

Group theory	تیۆری گرووپ
Symmetry	هاوجێبوون، هاوجووت، وێنەدانەوە
Tripod	سێپایەک، سێکوچکە
Triskelion	سێپایەکیپەلکدار
Image plane	رووتەختی وێنە
Rational symmetry	هاوجێبوونی رێژەیی
Rotate	خولاندنەوە (بەهۆی گۆشە)
Chiral	نیمچە لێکچوو
Structure	پێکهاتە
Transformation	گۆڕین، شێوەگۆڕکێ، جێگۆڕکێ
Symmetry group	گرووپی هاوجێ
Order of group	قەبارەی گرووپ
Subgroup	بنەگرووپ
Reflection	وێنەدانەوە، پەرچدانەوە، ڕەنگدانەوە
Abelian group	گرووپی ئەبیلی
Abstract group	گرووپی پەتی
Lagrange's theorem	بیردۆزی لاگرانج
Enormous theorem	گەورە بیردۆز
Sporadic groups	گرووپە تاکوتەراکان
Baby monster group	گرووپی دڕندەی ساوا
Pariahs groups	گرووپە ترۆکراوەکان
Crystallographic groups	گرووپە بلورییەکان

39

Matrix	ڕیزکراو
Ordinary algebra	جەبری ئاسایی
Extraordinary algebra	جەبری نائاسایی

Intermediatory variable	گۆڕاوی ناوەندی
Ordered data	زانیاری ڕێکخراو
Subjective evaluation	هەڵسەنگاندنی خودی (کەسی)
Regression line	هێڵی لێژبوونەوە
Explanatory variable	گۆڕاوی ڕاڤەکراو
Response variable	گۆڕاوی پەرچدانەوە
Line of best fits	باشترین هێڵی نواندن
Line of least squares	هێڵی کەمترین دووجاکان
Intersection of data	بەیەکداچوونی زانیارییەکان، کارلێکی زانیارییەکان

37

Genetics	بۆماوەزانی
Characteristics	تایبەتمەندییەکان (سیفات)
Transmit	گواستنەوە
Factor	هۆکار
Genotype	بۆماوەبابەت
Recessive	بەزیو
Dominant	زاڵ
Geneticist	بۆماوەزان (زانای بۆ ماوەزانی)
Hybrid	دووڕەگ
Settle down	دەمێنێتەوە
Gene mutation	پازدانی بۆهێلی
Evaluation	پەرەسەندن
Genetic drift	لادانی بۆماوەیی
Natural selection	هەڵبژاردەی سروشتی
New generation	نەوەی نوێ
Helix	لولپێچی
Spiral	پێچخواردوو، بادراو
Gene pool	کۆبۆهێل

One-dimensional algebra	جەبری یەک ڕەهەندی
Multi-dimensional algebra	جەبری فرە ڕەهەندی
Matrix theory	تیۆری ڕیزکراو
Row	ڕیز
Column	ستوون
Array	ڕیزکراوی تاک ستوون (ڕیز)
Inverse	هەڵگەڕاوە
Identity matrix	ڕیزکراوی بێلایەن
Identity element	دانەی بێلایەن
Main diagonal	تیرەی سەرەکی
Connectivity matrix	ڕیزکراوی بەستەرەوە (پێکهێنەرەوە)
Matrix algebra	جەبری ڕیزکراو
Quantum theory	تیۆری کوانتەم

40

Code	کۆد، نووسراوی نهێنی، نهێنی
Modem	هاوچەرخ
Digit	ڕەنووس
Digital	ژمارەیی، ڕەنووسی
Signal	نیشانە، هێما
Key	کلیل
Detecting error	دەرخستنی هەڵە
Correcting error	ڕاستکردنەوەی هەڵە
Telegraph	بروسکەبەر
Secret	نهێنی، ڕاز
Cryptography	شەفرەکردن

41

Advanced counting	ژماردنی پێشکەوتوو
Combinatorics	سازان
Factorial number	لێکدراوی ژمارە
Queue	نۆرە، ڕیزگرتن
Kirkman's problem	کێشەی کریکمان

15 schoolgirls problem	کێشەی 15 قوتابییەکەی قوتابخانەی کچان
Cyclic	بازنەیی

42

Magic squares	چوارگۆشەی ئەفسوناوی
Puzzle	مەتەڵ (پرسیارێکی گشتیی و هزرییە)
Distinct number	ژمارەی لێکجیاواز
Contradiction	دژەیەک
Entry	دانە، ئەندام
Consecutive number	ژمارەی بەدوایەکتر
Diagonal	تیرە
Reflecting	وێنەدانەوە
Row	ڕیز
Column	ستوون
Elliptic curve	چەماوەی هێلکەیی

43, 44& 45

Latin squares	چوارگۆشەی لاتینی
Sudoku	سۆدۆکۆ (یارییەکە بە واتای؛ یەک ڕەنووس دێت)
Orthogonal Latin square	چوارگۆشەی لاتینی لەسەریەک ئەستوون
Last Fermat theorem	دوایین بیردۆزی فیرمات
Cube	سێجا، شەشپاڵوو
Diophantine equation	هاوکێشەکانی دیۆفانتین
Pythagoras's theorem	بیردۆزی فیساگۆرس
Riemann hypothesis	گریمانەی ڕیمان
Harmonic series	زنجیرەی هاوئاواز (هارمۆنی)
Converge series	زنجیرەی لێکنزیکبوو

Diverge series	زنجیرەی لێکدوورکەوتوو
Critical strip	شریتی شلۆق، ناوچەی شلۆق
Critical line	هێڵی شلۆق
Zeta function	نەخشەی زیتا

46& 74

Money mathematics	نەختی بیرکاری
Inflation	هەڵئاوساو
Financial interest	بازاری دراو
Compound interest	سوودی ئاوێتە
Simple interest	سوودی سادە
Principal	بنەما
Sexagesimal number system	رژێمی ژمارەی شەستی
Taxicab geometry	ئەندازەی تەکسی
Distance function	نەخشەی دووری
Metric space	ئاهووتەی مەتری
Circumference	چێوە
Diameter	تیرە
Radius	نیوەتیرە

48& 49

Salesperson	فرۆشیار
Factorial time	لێکراوی کات
Polynomial time	رادەداری کات
Exponential time algorithm	لۆگاریتمی توانی کات
Complexity	ئاڵۆزیتی
Greedy algorithm	ئالۆگریتمی چاوچنۆکی
Diet	پاریزی خۆراک
Mineral	کانزا
Solution	شیکار
Feasible solution	چارەسەری گونجاو، شیکاری گونجاو
Optimum solution	گونجاوترینی شیکارەکان
Linear programing	رێکاریی هێڵی
Problem	کێشە، پرسیار، پرس
Simplex method	رێگای نەرمەکێش
Elimination method	رێگای لابردن
Heuristics method	رێگای هەڵزرنگاندن

50

Relativity	رێژەییانە
Object	تەن، شت
Motion	جووڵە
Speed	خێرایی
Relative theory	تیۆری رێژەیی
Special relativity theory	تیۆری رێژەیی تایبەت
Frame of reference	تەوەرەی پشتپێبەستراو
Distance	دووری
Classical Newtonian theory	تیۆری کلاسیکی نیوتن
Galilean transformation	گۆڕینەکانی گالیلۆ
Speed of light	خێرایی رووناکی
Observation	مێزە، روانین، سەرنجدان
Observer	مێزەر، سەنجدەر
Independent	سەربەخۆ، بەند نییە
Principal	پێوەی، بنەما
Physicist	فیزیازان، فیزیکزان، زانای فیزیایی
Mass	بارستایی
Energy	وزە
Equivalent	هاوتا، یەکسان
General theory of relativity	تیۆری رێژەیی گشتی

Riemannian geometry	ئەندازەی ڕیمانی
Planet	هەسارە
Zero curvature	نەمانی چەمانەوە
Accelerated	تاودراو
Gravity	زەمین کێشی
Acceleration	تاودان
Refraction of light	شکانەوەی ڕووناکی
Relation	پەیوەندی
Zero gravity	کێش نەمان، نەمانی کێش
Open system	ڕژێمی ئازاد

کۆتایی: لەهەر کەموکورپییەک ببورن.

دەربارەی وەرگێڕ:

(ئوسامە تحسین پیربال) بەکالۆریۆس لە پەروەردەی بیرکاری، زانکۆی سەلاحەددین، کۆلێژی پەروەردە، بە پلەی یەکەم و ئاستی زۆرباشە (2018).

خاوەنی بلۆگی بیرکاری بۆ کورد. نووسین و وەرگێڕانی چەندەها بابەت سەبارەت بە بیرکاری و پەروەردەی بیرکاری، (2020 – 2015).

دەمەزرێنەری "یانەی بیرکاری" لە زانکۆی سەلاحەددین، کۆلێژی پەروەردە، بەشی بیرکاری، (2018 – 2016).

بەشداریکردن لە "هەشتەمین کۆنفرانسی زانستی" کۆلێژی پەروەردە بۆ توێژینەوەکانی قوتابیانی قۆناغی چوارەمی کۆلێژ؛ بەدەستهێنانی پلەی یەکەم لە سەر ئاستی بەش بە پلەی "نایاب"، (2018).

بەشداریکردن لە "کۆنفرانسی بیرکاری، بیرکاری پەتی و پەروەردەی بیرکاری" زانکۆی تیشک، (2017).

وەرگێڕان و بڵاوکردنەوەی یەکەمین پەرتوکی بیرکاری بە زمانی کوردی لە ژێر ناونیشانی "بیرکاری لە چەند خولەکێک"، چاپی یەکەم، ناوەندی ڕێنوێن، (2019).

بڵاوکردنەوەی توێژینەوەیەک بە زمانی کوردی، بە ناونیشانی "کورتەیەک لە سەر بیرکاری و مێژووەکەی"، ژمارە 3ی گۆڤاری زانستی هزرگە، (2020).

لە ئێستادا خوێندکاری ماستەرە لە زانکۆی سەلاحەددین، کۆلێژی پەروەردە بۆ ساڵی خوێندنی (2021 – 2020). لە هەمانکاتدا وەک مامۆستای بیرکاری لە "ئامادەیی شەهید فاخیر مێرگەسۆری ناحکومی" وانە دەڵێتەوە.

ئەندامی "گرووپی دەفی ئەحمەدی" لە شاری هەولێر، (2020 – 2018).

زوبانی نووسینی ئەم پەرتوکە، زوبانێکە بۆ خەڵکی گشتی نووسراوە و تێگەیشتن لێی سەخت نییە، نمونە و وێنەی ڕوونکردنەوەیی بۆ هەر چەمکێ کە پێوست بێت، نیگارکراوە. بە شێوەیەکی وردتر، ئەم پەرتوکە گەشتێکە بە نێو کۆمەڵێ چەمکی بیرکارییانە، خوێنەر ئاشنا دەکات بە بنەڕەتترین بیرۆکەکان و چەمکەکانی بیرکاری، چونکە دوای خوێندنەوەی، خوێنەر وادار دەبێت کە هەندێک لەم چەمکانە بەشێکە لە زوبانی ڕۆژانەمان و ئەمەش دەبێتە پێزانینێکی گرینگ بۆ هەر یەکێکیان. بابەتەکانیش لە ئاستێکی سەرەتاییەوە دەست پێدەکات و ئاستی باڵاتری بەدوادادێت.





07501269689
07511408868

hakem1423@yahoo.com
renwen2009@yahoo.com

سلێمانی - بازاری ئاوباریك- نهۆمی یەکەم
بەرامبەر کاسۆمۆڵ - دوکانی ژمارە (٦٦)



8000 دینار

ISBN:978-9922-626-88-8

